第 54 回研究発表大会に寄せて

東京都中学校数学教育研究会
会長　吉原　健

次期学習指導要領改訂に向けての中教審の議論の中では、算数科・数学科の内容の見直しについて、「学習する楽しさや学習する意義の実感等については、更なる充実が求められる」とされ、算数・数学の良さを認識し、学ぶ楽しさや意義等を実感できるよう、小・中・高等学校教育の各段階を通じて、実社会との関わりを意識した算数的活動・数学的活動の充実を図っていくことが求められています。

実際、平成 28 年度全国学力・学習状況調査の生徒質問紙調査（公立）の結果からも、『数学の勉強は好きですか』に対して、「当てはまる」「どちらかといえば当てはまる」とした肯定的回答は 56.0%にとどまり、『数学の授業で学習したことは,将来,社会に出たときに役に立つと思いますか』に対する肯定的回答も 71.5%となっています。一方,『数学の勉強は大切だと思いますか』に対する肯定的回答は 80.5%、『数学ができるようになりたいと思いますか』に対する肯定的回答は 91.3%になるなど、中学校数学の学習の重要性に対する生徒の意識や認識は高いと考えています。

これからの学習のあり方では、主体的・対話的で深い学び(「アクティブ・ラーニング」)の視点からの学習過程の改善が求められていますが、こうした学びの実現と算数的活動・数学的活動の更なる充実は、同じ方向性に位置付けられるものと捉えています。

都中数研におきましても、授業研究を中心とした研究活動を更に充実させてまいりたいと考えております。現在、研究部の各委員会では、日々の多忙な校務に追われる中、会の運営方法・内容を工夫しながら、地道な研究実践を継続しており、その貴重な研究成果を全国大会や関東ブロック大会で発表しております。また、夏季休業日中に実施した若手教員を対象とした指導技術向上研修会においては、専門講師による学習指導案の指導・助言や、昨年度の東京都教育研究員や開発委員会の研究報告、第一線の数学教育研究者による講義も含め、その内容の更なる充実を図ることができました。

更に、本研究会では、研究部の活動と併せて、調査部において数学科指導に関わる全都的な調査を行い、具体的な分析と考察を加えました。詳細につきましては、本研究発表集録をお読みいただければと存じます。会報部では、各委員会の活動状況や全国大会等の各種研究会の案内等、広く情報提供・発信を行っています。今後も、本研究会の成果が広く全都の数学科教員に共有され、更に質の高い授業実践として結実していくことを強く期待いたします。

今回、このように活動した研究部各委員会等と調査部の研究成果をこの冊子にまとめ、本日の研究発表大会を迎えることが出来ました。この研究が学校で指導にあたる先生方の授業実践に役立ち、東京都の中学校数学教育の発展に寄与できますことを願っております。

最後になりましたが、本研究発表大会の講師として山梨大学大学院教育学研究科准教授　清水　宏幸先生に、次期学習指導要領改訂の議論を踏まえた数学的活動の充実について、御教示いただけますことに、深く感謝申し上げるとともに、第 33 代会長 小宮　賢治様、第 36 代会長 近藤　和夫様、第 37 代会長 元木　靖則様には各分科会発表の講師をお引き受けいただいたことに厚く御礼申し上げます。また、本大会が平成 30 年に予定されている第 100 回全国算数・数学教育研究（東京大会）の準備会として東京理科大学を会場にお借りできましたことに感謝申し上げます。

第 54 回　東京都中学校数学教育研究発表大会

発表次第

第一分科会・・・・・指導助言者　小宮　賢治　先生（都中数元会長）

会場：第１フォーラム　（地下１階）

	委員会名等	発　表　テ　ー　マ	発　表　者
1	**教育課程**	中学校における「割合」の指導について ～第２学年「確率」の学習を、指導案検討を通して考える～	豊島区立西池袋中学校 緒環　吾郎
2	**指導法**	説明し合う活動を取り入れた図形領域の指導法 ～主体的・対話的な学習を目指して～	渋谷区立広尾中学校 武村　恵美 荒川区立第三中学校 深沢　享史 杉並区立荻窪中学校 古庄　恵実
3	**数　式**	数式領域の習熟度別授業展開	日野市立七生中学校 依田　真紀

第二分科会・・・・・指導助言者　近藤　和夫　先生（都中数元会長）

会場：第２フォーラム　（１階）

	委員会名等	発　表　テ　ー　マ	発　表　者
1	**確率統計**	身近な問題を解決する学習を取り入れた指導 ～席替えの確率と数え上げの問題～	世田谷区立砧南中学校 菅原　亮　塩出　孝弘
2	**関　数**	関数における速さの指導　～関数ｙ＝ａｘのａの意味と第Ｉ象限から全象限への拡張～	足立区立第十中学校 菅田　圭一
3	**確率統計**	数学的な思考力・表現力の育成を図る授業 ～統合・発展、体系化を図る授業の実現～	国分寺市立第五中学校 橋本　麻衣子 中野区立緑野中学校 仁田　勇介

第三分科会・・・・・指導助言者　元木　靖則　先生（都中数元会長）

会場：第１会議室　（２階）

	委員会名等	発　表　テ　ー　マ	発　表　者
1	**評　価**	三角形の合同条件の証明問題について評価する	江東区立深川第二中学校 湯浅　浩
2	**導入法**	平面図形の用語や記号の導入に関する実践例	青梅市立霞台中学校 堀越　義智
3	**町田市**	２次方程式の導入に関する授業改善 ～生徒が握手をする場面を通して～	町田市立町田第一中学校 高山　琢磨 町田市立つくし野中学校 髙木　圭樹

平成２８年度東京都中学校数学教育研究会調査部報告

数学教育推進にかかわる実態調査　―　数学授業の改善のために　―

◆　目　的	中学校における数学教育推進上の諸課題等や，数学科教員の意識等について調査し、今後の数学授業の改善に役立てる。
◆　項目作成方針	過去の調査結果を参考に、主に授業力向上に関わる調査項目を作成する。
◆　調査対象	都内公立中学校 614 校の数学科教員（数学科主任等）
◆　調査期間	平成 28 年 8 月 22 日（月）～平成 28 年 9 月 14 日（水）
◆　調査の見方	【分析・考察】は，調査部としての見解を主としている

1　調査の概要

ア　調査の方法について

各地区連絡理事に全面的な協力を得ながら、メールを利用して都内全校に対して調査を実施した。回答校数は 599 校，回答率は 97.6%であった。

イ　調査内容について

設問項目は、平成 26 年度の調査から経年比較をするものについては項目を変えず，選択肢を一部変えるに留めた。また，今回新たに家庭学習の充実に関する設問を設定した。

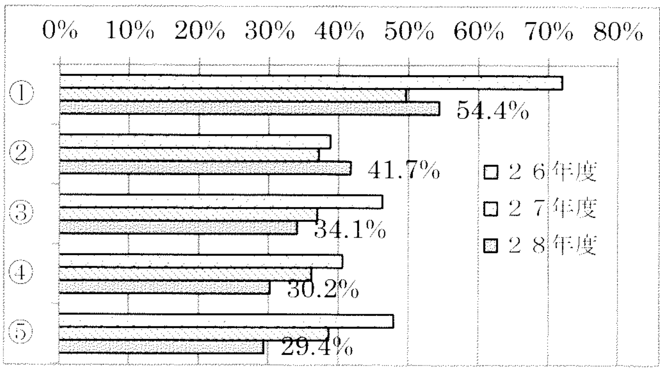
2　調査結果の分析・考察

Ｑ１　昨年度の自校の数学科の課題として，どのようなものがありますか。
次の中から２つ選んでください。

① ＩＣＴを活用した授業
② 数学的活動を取り入れた授業
③ 言語活動を充実させた授業
④ 習熟の程度に応じた指導
⑤ 基礎・基本を徹底させる指導

Q1	①	②	③	④	⑤
校数	326	250	204	181	176
%	54.4%	41.7%	34.1%	30.2%	29.4%

【分析・考察】



半数以上の学校が①を挙げている。また，経年変化で見ると，26 年度からは 20 ポイント程度減少しているが, 27 年度からは 5 ポイント程度増加している。ＩＣＴの整備が都全体で毎年確実に進んでいる状況と，授業で具体的に活用する難しさを反映していると思われる。過去 70%以上の学校が課題として感じ

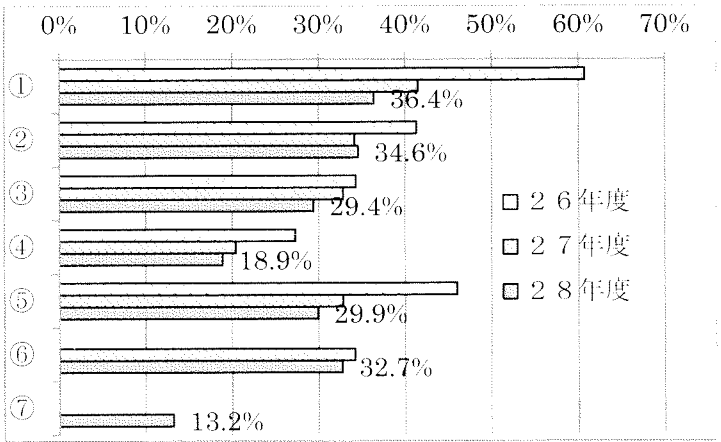
ていたものが，50%程度に変化していることは，ＩＣＴの活用を進めている学校が増加しているとも読み取れる。また，少人数授業で同時に同じ内容の授業を行うため，校内の整備状況に偏りがある場合には，活用しにくい環境の学校もあるものと推察する。⑤は毎年減少の傾向にある。少人数指導の割合が増加していることや指導事例が豊富になってきたこと，ベーシックドリル等の活用や家庭学習の効果の表れによるものと推測される。５つの選択肢の中で，③④⑤の３つは減少している中で，②を選択した学校は増加している。数学的な活動を授業にどのように取り入れているのか，具体的な事例の情報共有が望まれる。

Ｑ２　授業力を高めるため，研修をしたい点はなんですか。
次の中から２つまで選んでください。

① 数学的な見方・考え方を引き出す発問
② 興味・関心を高めるＩＣＴの活用
③ 一斉指導における個への対応や特別な支援を必要とする生徒への対応
④ 説明や論証など数学的な記述力を高める指導
⑤ 多様な考えを引き出す教材の工夫
⑥ グループ学習を活用した指導方法
⑦ 適切な評価・評定の仕方について

Q2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
校数	218	207	176	113	179	196	79
%	36.4%	34.6%	29.4%	18.9%	29.9%	32.7%	13.2%

【分析・考察】



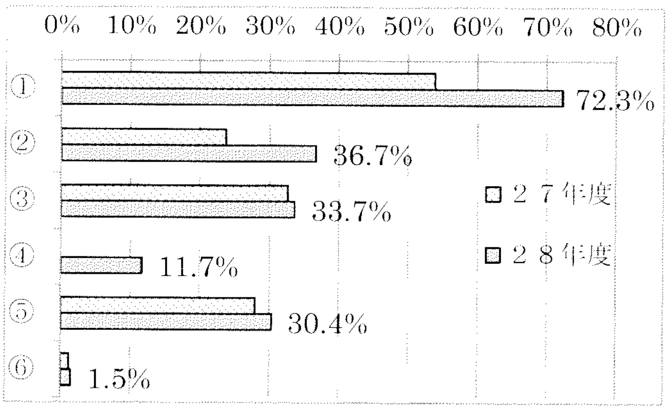
選択肢については，26年度に「⑥グループ学習を活用した指導方法」，27年度に「⑦適切な評価・評定の仕方について」を加えて調査を継続してきた。最も回答が多かったのは，①で36.4%であった。②が34.6%と，ほぼ同数となっている。その他３つの選択肢③，⑤，⑥の回答数も３割前後であった。②については、他の項目が27年度と比較して減少傾向にあるのに横ばいである。ＩＣＴの整備が進むことで、さらに活用を求められていることが推察される。また、今回新たに選択肢とした⑦は13.2%と最も低かった。⑦は授業の指導法とは直結しないことから，設問の主旨に対して選択した学校が少なかったのではないかと考える。これらのことから，生徒の実態に応じた効果的な指導技術を高めたいという希望をもっていることがわかる。また，他の設問で27年度と比較して回答率が下がったのは，選択肢が増えたためとも読み取れる。

Ｑ３　数学的活動を取り入れた授業は，主にどのように取り扱っていますか。
次の中から２つまで選んでください。

① 教科書の各章の導入課題を利用する。
② 教科書の章末課題や巻末課題を利用する。
③ 教科書内の問や例題を利用する。
④ 補助教材（問題集等）の問や例題を利用する。
⑤ 独自に作成した資料や課題を利用する。
⑥ ほとんど行っていない。

Q3	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	433	220	202	70	182	9
%	72.3%	36.7%	33.7%	11.7%	30.4%	1.5%

【分析・考察】



最も多かった回答は，①の 72.3%で，②が 36.7%，③が 33.7%となっている。教科書の改訂に際して、数学的活動に活用できる課題であることが明記されている教科書が増えたことで、指導者が活用しやすい環境になっていることが推察される。①が回答の７割を超えたのは，教科書の改訂により各章の導入課題が更に工夫され，数学的活動が扱いやすいことも理由と考えられる。また、⑤の 30.4%からは、多忙な中にあってもより良い授業をつくっていこうとする指導者の意欲が伝わってくる。

数学的活動の充実のためには，導入課題の指導事例や独自教材について，各地区等で共有する必要があると考える。

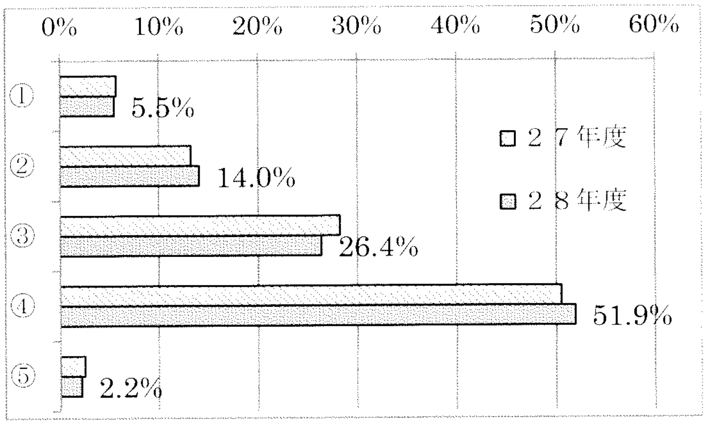
Ｑ４　数学的活動を取り入れた授業をどれくらいの割合で行っていますか。
次の中から１つ選んでください。

① 毎時間
② 教科書の各項に１回程度（約２～３時ごと）
③ 教科書の各節に１回程度
④ 教科書の各章ごとに１回程度
⑤ ほとんど行っていない

Q4	①	②	③	④	⑤
校数	33	84	158	311	13
%	5.5%	14.0%	26.4%	51.9%	2.2%

【分析・考察】

平成27年度と同様の設問，選択肢である。最も回答が多かったのは，④の51.9%であった。Q３の回答からも，教科書の各章の導入課題は数学的活動を取り入れやすく，このことも各章毎に１回程度という結果に反映されていると思われる。



数学的活動を取り入れる頻度は，この傾向が継続するものと推察される。従って，Q３の考察にも示したように，今後も「数学的活動」の実践事例が広く紹介されることによって，各学校での取組が一層充実すると考える。特に毎時間行っている学校が5.5%あり，そのような学校における実践事例が他校に紹介されることを期待する。

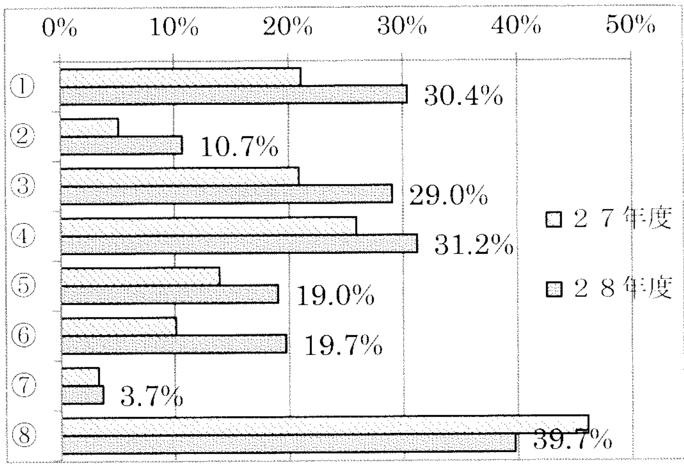
Q５　授業中に活用するＩＣＴについて，よく用いるものを次の中から３つまで選んでください。

①　ノートパソコン（指導者用）
②　タブレット端末（指導者用）
③　教材提示装置，書画カメラ，実物投影機等
④　大型テレビ，プロジェクター
⑤　電子黒板
⑥　デジタル教科書
⑦　パソコンやタブレット端末（生徒用）
⑧　ＩＣＴを活用したいが機材が不十分で活用できない。

Q5	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
校数	182	64	174	187	114	118	22	238
%	30.4%	10.7%	29.0%	31.2%	19.0%	19.7%	3.7%	39.7%

【分析・考察】

平成27年度と同様の設問で，ＩＣＴの普及を鑑み，選択数を「２つまで」から「３つまで」に変更した。①～⑥が，それぞれ6～10ポイント程度増加しているのは，選択数が増えたためと推察される。その中で，活用されている機器の順で見たときには，②、⑥の伸びが大きい。この結果からも，都内全域において，タブレットやデジタル教科書の整備が着



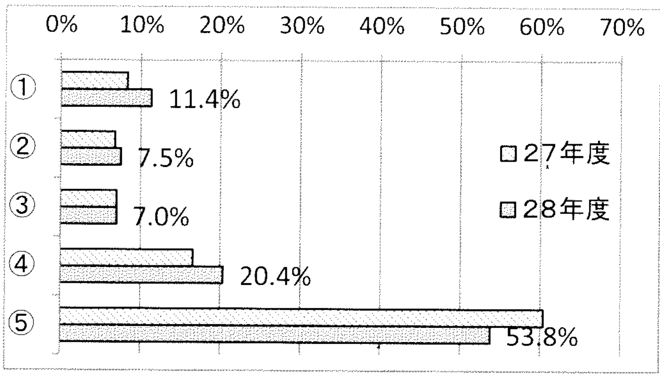
実に進んでいることが分かる。また，⑧が 46.1%から 39.7%に減少している。区市町村による整備状況の差が大きいことが推察されるが，現在の勤務校に備えているＩＣＴ機器を，積極的に授業に活用することが重要であると考える。

Ｑ６　ＩＣＴを活用した授業をどれくらいの割合で行っていますか。
次の中から１つ選んでください。

① 毎時間
② 教科書の各項に１回程度（約２～３時間ごと）
③ 教科書の各節に１回程度
④ 教科書の各章ごとに１回以上
⑤ ほとんど行っていない

Q6	①	②	③	④	⑤
校数	68	45	42	122	322
%	11.4%	7.5%	7.0%	20.4%	53.8%

【分析・考察】



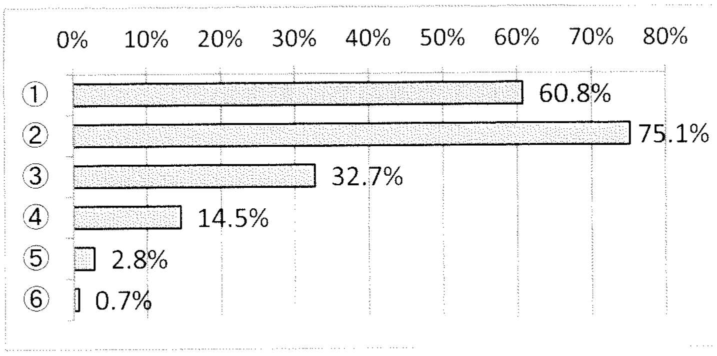
ＩＣＴの活用頻度についての調査である。⑤が 53.8%と，他に比べて著しく高い結果であったが，平成 27 年度と比較すると 7 ポイント減少している。徐々にではあるが，ＩＣＴを活用した授業を行う学校が増加していることがわかる。また、①は 8.3%→11.4%と 3.1 ポイント，④は 16.6%→20.4%と 3.8 ポイントそれぞれ増加している。②③は変化が殆どないことから，④は今までＩＣＴ機器を利用した経験のない指導者が授業に取り入れようとしている様子が，①はＩＣＴの活用が授業改善に効果的であることを体感し，積極的に取り入れている様子がうかがえる。ＩＣＴの普及は地区による差が大きいのが現状であるが，ＩＣＴの活用が授業改善に結びつくことからも，各校においては、整備されている機器を積極的に授業に活用していただくことを願う。

Ｑ７　学習内容の定着や学習習慣の確立のためには，家庭学習の充実が重要です。家庭学習の充実のために実践されているものを，次の中から２つまで選んでください。

① 教科書から課題（宿題）を出す
② 補助教材（問題集等）から課題を出す
③ 独自に作成した家庭学習用課題を利用する
④ 家庭学習専用の問題集を購入させ，利用する
⑤ その他・・・設問７－２に具体的に記述してください
⑥ 特に行っていない

Q7	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	364	450	196	87	17	4
%	60.8%	75.1%	32.7%	14.5%	2.8%	0.7%

【分析・考察】



今年度より新たに設問として調査した項目である。主体的な学びを深めていくという視点や，学習習慣を定着させていく上で，家庭学習の充実は重要な課題である。②が 75.1%，①が 60.8%と半数以上を占めている。多くの学校で、教科書および教科書に準拠した問題集を中心に授業が進められていることを考えると、予想された結果と言える。③が 32.7%あり、校務多忙な中で、3 分の 1 の学校で生徒の学力向上を目指した家庭学習の充実のために、多大な労力をかけている姿が見えてくる。また、④が 14.5%あった。どのような教材を活用しているのか、今後更に詳細な調査を進めていきたい。以下に自由記述をまとめたので、これらの実践例を、各校における家庭学習の更なる充実のために役立てていただければ幸である。

【7−2 その他 】

テストとリンクさせる(5)	単元別テスト(単元ごとのテスト)を実施し、定期考査と併せ同じ単元につき2度のテストを行うことで、家庭での復習を多く行うようにしている
	単元ごとにテスト実施し、合格するまで何回も再テストさせる. 生徒は周りが合格していく環境で、自ら合格したいという気持ち持ち始め、そこで合格を目指していくために、生徒が自ら勉強する機会が増える
	授業の最初に5分間の復習ドリルを実施(学習している単元に関わりなし)し、4回ドリルを行ったら次の授業で小テストを実施する. ドリルから同じ問題を出すので、ドリルの復習を家庭学習にしている.
	毎週末、ワークや自作プリントから宿題をだし、翌週、そっくり抜粋テストをします. 忘れたり、わからなかったりする生徒と週に1回勉強会をします
	毎時間行っている小テストのやり直しをレポートとして課す.
教材の工夫(5)	大田区ステップ学習プリントを活用している.
	eライブラリアドバンスのプリント教材
	市の予算を使い、全学年週末に課題プリントを宿題を出す.
	2, 3年生は、自宅学習用の問題集を購入させて、毎週や不定期に提出し評価に入れています
	自習用プリント
	授業ノートの清書
定期的に取り組む(4)	毎時間、家庭学習の課題(問題集のページなど)を指示する. (2)
	週末課題を出す.
	家庭学習のための宿題は必ず毎時間出題しています. わからない場合は問題を記入させているので、ノートが白紙はありません.
外部人材の活用	本校では希望者に週に3日間、家庭学習アドバイザー(北区教育委員会独自)も1人配置され、個々にあった学習課題を提供している
希望者に対応(1)	家庭学習は本校生徒の特性上、評価が難しく課題として与えていない. 希望する生徒のみに教材を与えたり、補習を行っている
学校・学年全体での取り組み	家庭学習ウィークを年5回設定し、期間中の学習状況を担任がチェックする. 終了直後に小テストを実施し、成果を確認している
	学年としての取り組みで、家庭学習用のノートを作り1日1ページ以上取り組むようにしている.（教科は数学とは限らない.）
	学年全体で家庭学習ノートのチェックを行う
	家庭学習用兼連絡ノートを一人1冊用意し、毎日回収する
	学校全体の取り組みとして「家庭学習ノート」があります. 生徒が自主的に取り組む活動をしています.

【7−3 効果的な活用方法】

教材(8)	区から提供されているデジタル教材の利用(3)
	補助教材用ノートを準備させ、繰り返し何度も取り組む.
	短時間で取り組める程度の量
	本時の復習内容を補助教材を使って、宿題を出している. 量も短時間で行える程度の問題数としている
	予習用問題集を宿題で取り組み、授業後は復習用問題集で家庭学習. 毎時間提出し、チェックしている
	予習用の問題集を購入. 次の授業の内容を家庭で予習. 授業後、グループで丸付け.
	プリントを各単元ごと用意し、教科内で共有して使う
	パソコンソフトを使用して、授業の進度にあった演習用のプリントを作成し授業中や家庭学習の課題に使用している

実施の形態(4)	日々の授業の復習が常にできるように、問題集を持ち帰らせている。	授業で行った分野を副教材の課題にし、次の日に提出。	
	問題を生徒に答えさせることにより、できる喜びを実感して家庭学習の有用性を理解する。		
	夏休みの家庭学習を増やすため、7月の補充教室参加生徒（点数にて下位から抽出）を対象に、8月後半（休み明けテスト前）にプレテストを行い習熟度を確認し、休み明けテストに臨ませた。半数以上の生徒がプレテストの勉強をきちんとして臨んだと答えた。前半の補充教室と後半のテストで挟むことで家庭学習に向かう姿勢が高まったと考えられる。（1年を対象に実施）		
課題の内容(12)	探究活動を要するもの（身の回りでその内容が使われているものを探してくる）などは言語活動の充実につながる。		
	その日の授業内容を復習させる課題を用意する。	授業で学習した範囲の問題集を家庭学習課題とする。	
	数学においては「考え方」を教えたという解釈から、直接授業で扱っていない問題を出題する場合もあるが、授業や家庭学習で課したものについてはある程度、同じ問題（または数字を変えた程度の問題）を出題するように心掛けている。副教材が単なる問題集にならないように配慮している。		
	宿題の課題を次時の導入で扱い、次の内容につなげる。（系統性）	章末でレポート課題を与え、調べ学習を行う。（数学的活動）	
	毎回基本的な練習問題を宿題として課題を出すことによって復習の定着を促す。(2)		
	問題集から抜粋した問題を小テストにまとめ、それに向けた学習を家庭学習で行わせている。		
	授業で使用したプリントを、そのまま宿題に出し家庭学習をさせる。	授業の振り返りとして、演習プリントを用意し取り組ませている。	
	教科書の「基本の問題・章の問題」を必ず家庭学習の課題として、その確認テストを行っている。		
	授業内容に沿って問題集から課題を出す。解答は次の授業で生徒に解答させたり、回収して教員側で採点し、定着状況を確認している。		
課題の頻度(15)	毎時間、必ず宿題を出して、評価している。(4)	補助教材の問題をほぼ毎時間宿題として出す。	
	まとめて課題を設定すると、計画的に取り組めない生徒もいるために、毎時間2ページ程度の課題を設定する。		
	毎回必ず宿題を出し、授業の復習を習慣化する。また、授業で扱った問題をもう一度解き直すことを宿題にし、次の回で確認テストを行う。		
	週に1回程度、家庭学習用問題集を提出。出来具合をチェック。(2)	1年生は基礎基本定着のため、ほぼ毎時間家庭学習を出す。	
	毎週1枚家庭学習用プリントを出す。提出確認後、授業内で○付け。	週末に家庭学習プリントを課題とし、週あけに回収・採点・返却する。	
	毎週末に学年全体に同一の宿題を出し、週明けに提出。内容を教師が点検して返却。次の週に生徒が○を付けてやり直しをして再提出。		
	計算問題を全学年、ほぼ毎日、10題程度宿題としている。（ただし、全校生徒は、77名）		
	1日5題ほどの基本的な計算問題を家庭学習として課し、間違った場合は放課後の時間を使って指導する「毎日計算」の取り組みを行っている。		
テストとリンク(11)	確認テストを行う(2)	家庭学習の範囲から小テストを行う。	(2)小テストや単元テスト、定期考査等の直しを行う直しノートの実施。
	宿題のチェックだけではなく、宿題の内容から小テストなどを実施する。学習する目的意識がはっきりして家庭学習を行わせやすい。		
	長期休業中の課題について休み明けにテストする。80点未満の生徒は合格するまで再テスト。家庭で解き直したり、補習も行えるので効果的。		
	日常的に行っている小テストにおいて、間違えてしまった問題を宿題として解き直させることによって、その定着と学力向上を図っている。		
	問題集から毎日1ページずつ家庭学習課題をだし、丸付けまでさせる。その2ページ分から小テストを作成し、授業の始めにテストをする。家庭学習がどれだけ身に付いているかをこちらが把握し、子供にもフィードバックすることで、家庭学習の質を上げる。		
	毎日の課題に関する5分間程度の確認テストを毎授業の始めに行う。	定期テストにあわせ、レポートや問題集の提出。	
点検の工夫(7)	ノートを整理の提出を課題にし、取り組みの内容に応じて加点。A評価を取るために教科書の基本問題などをしっかりと取り組むようになる。		
	家庭学習の課題にした問題集や自作のプリントは、①課題をすべて終えたかのチェックと、②復習テストや定期考査に類題や同じ問題を出題する。		
	ドリル形式の問題集を毎時間1ページずつ宿題にし、点検。授業のはじめ確認し、スタンプを押すことでほとんどの生徒が取り組むようになっている。		
	出した宿題を他の課題をやらせながら、さっと点検する。	授業の初めに確認テストをやらせながら、毎時間宿題のチェックする。	
	副教材の評価は途中式の充実度でつける。そのことを事前に周知し、再提出等も受け付ける。		
	課題表を作り、授業内で確認して表に印を押す。	単元テストは、教科書や副教材からの出題を中心にする。	
課題の出し方の工夫(3)	1年時に3年間分の問題集を購入させ、1日10題（どの範囲でもよい）をノートにやらせて、週末そのノートを回収・チェック。これを3年間やらせる。		
	日常の復習として活用するページとテスト前に復習確認するページなど、取組のめやすを示して取り組ませる。週に1回のペースで課題を出す。		
	1年生のうちに、課題を提出することを徹底して指導すると、3年間を通して課題の提出率が上昇する。		
意欲への配慮(4)	取り組みやすいよう問題数を多くしないようにする。	期限を設け提出を徹底させる。	課題の範囲から定期テストに出題し、学習意欲を高める。
	スタンプカードを活用し、毎回の提出につき1つのスタンプを押す。単純だが効果的。数学では次の授業までに毎回宿題を出す。		
授業内での工夫(5)	習熟度別少人数を利用した個別指導を充実させる。	指名して黒板で発表させる等。	
	課題提示の際は、ノートを一人一人確認したり、提出を促して点検を重ねたりしている。粘り強く取り組む。		
	補助教材では、どの問題はこのような途中式を書きなさい、というのを指示して解かせています。		
	教科書からの宿題で、「YMT」（読む　まとめる　解く）はよくやってきており、家庭学習の定着、活動的学習に役立っています。		
指導と評価の一体化	家庭学習の提出状況を把握し、生徒の理解度を図るとともに個別指導に生かす。		
学校体制(2)	学校単位で宿題を各曜日ごとに各教科を振り分けて、課題を出す	複数の教科（学年）で協力し合って取り組む。	

Ｑ８　数学科で，加配教員（講師を含む）による習熟度別少人数指導を行っていますか。

①「東京方式ガイドライン」(都の加配)に基づき、習熟度別少人数指導を行っている

②区市町村の予算による加配教員（講師を含む）で、１学級２展開の少人数指導を行っている

③区市町村の予算による加配教員（講師を含む）で、Ｔ・Ｔを行っている

④その他・・・設問８－２に具体的に記述してください

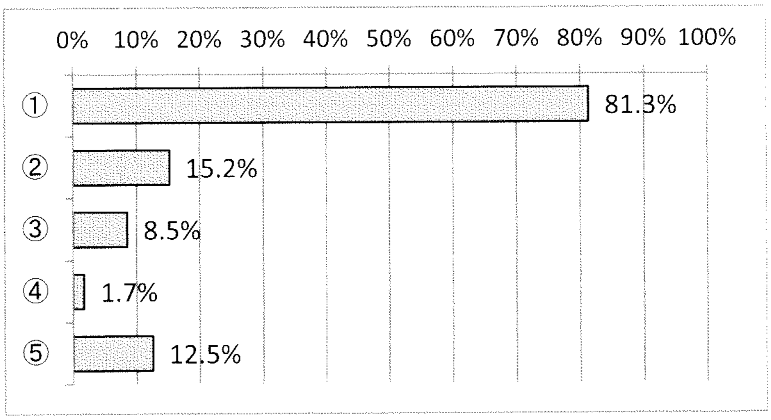
⑤行っていない

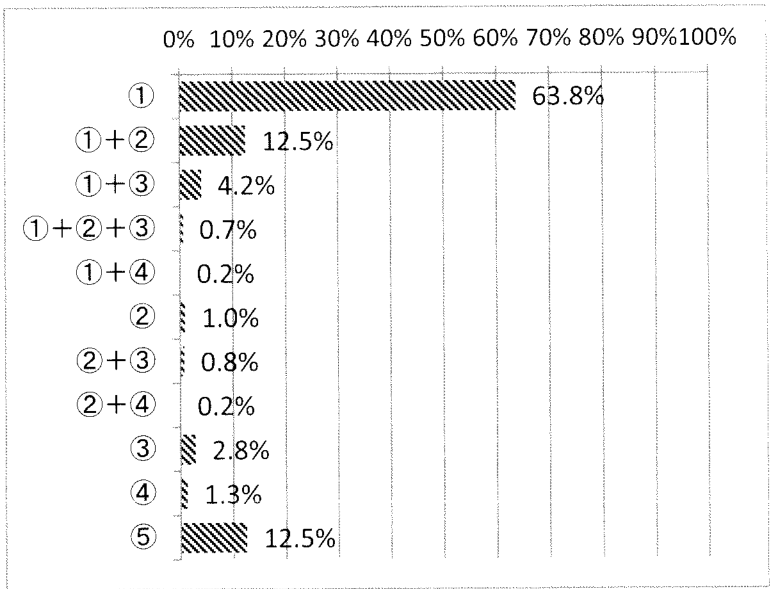
※①～④と答えた方で、実施上効果的な指導方法があれば、設問 8-3 に記述してください。

Q8	①	②	③	④	⑤
校数	487	91	51	10	75
%	81.3%	15.2%	8.5%	1.7%	12.5%

【分析・考察】

「東京方式ガイドライン」に基づいた習熟度別少人数指導を実施している学校は 81.3%であった。また、実施校では複数の制度を組み合わせている学校などもあった。そこで、全ての実施形態の場合分けで分類した結果、右のような実態が明らかになった。





これまで、東京都の加配教員を活用して１学級２展開やＴ・Ｔによる指導法の工夫改善を行ってきた学校も、平成 28 年度からは、「東京方式習熟度別指導ガイドライン」に基づいたグループ編成によって授業を行うこととなった。そのような中で、17.4%の学校が、都の加配(①)と区市町村の予算による加配(②③)の両方を活用していることが分かった。

８割以上の学校がガイドラインによる習熟度別少人数指導を実施している中で、グループ編成や時間割等、各校が抱える課題は共通である。効果的な授業の展開例を共有し、活用することが重要であると考える。なお、以下に自由記述をまとめたので、参考にして頂ければ幸いである。

【8－2 その他】

グループ編成・指導者・教材の工夫	習熟度別授業クラスを編成する時の人数調整を工夫している。
	学期毎に生徒のクラス編成を行っている。習熟度クラスの担当教員を単元毎に変更している。
	学年の全体の生徒の様子が分かるように習熟度別の担当を単元やテストごとに変えている。 また数学的活動で教員の役割分担を決め、一斉に行う場面を意図的に作ったり、グループ学習を実践している。
	テストの度にクラス替えを行い、習熟度に応じた授業展開ができるよう配慮している。
	扱う問題の難易度を習熟度に合わせている。
	各クラスの人数を、習熟度を考慮して変則的に設定している。
	中1ギャップ加配により、1学年で各クラス週3時間ずつ、T・Tを行っている。
グループ編成の例	教員4人(加配1人含む)と講師。1年…2学級3展開・3学級4展開　　2年…2学級3展開×3　3年…2学級3展開×2・1学級2展開　※英語科との関係で、教室の確保と時間割に入れるため3学級4展開。
	1クラス2展開の少人数習熟度別授業は、生徒の側にも満足感がある。生徒がわからないと言いやすい雰囲気と、自分で取り組む時間の確保ができます。基礎グループを学年所属の教員が担当する。
加配＋αで実施	数学が苦手な生徒のクラスには学習指導員が1名つき、個別支援を行っている。
	基本は2クラス3展開だが、小中連携で1年のみ小学校教員がT・Tで指導しているクラスがある。
	都の加配と、小中一貫に関わる市の予算による講師を組み合わせて、習熟度別指導を行っている。 小学校の先生が乗り入れでT2として入る授業もある。
	1年生は市の予算による学習支援員を活用したTT。／2学級3展開。少人数の基礎クラスにT・Tを入れている。
加配なし	加配教員ではなく習熟度別少人数授業を行っている。／加配教員なしで、週に1時間少人数授業を行っている。

【8－2 効果的な活用】

習熟度別少人数指導の効果	習熟度別によりきめ細かな指導ができる。
	プリント学習等で、補充的な問題を充実させることで、生徒の意欲および基礎学力の向上を図る。グループ学習における各グループの発表の機会を増やし、言語活動を取り入れる授業を充実させることができた。
	習熟度別の授業を進めることで基本の定着がはかれる。(レベル別の課題を活用する。)(2)
	習熟度別(発展・基礎)少人数授業を行っている。生徒の希望を最優先してグループ分けしているが、各グループ、学力の開きが小さいため授業が進めやすい。
	1クラス10～15人で行うことで、個に応じた指導を行うことができている。
基礎クラスの人数を少なくする	基礎クラスの人数を少なくしている。(5)
	(本校は、各学年単クラス)1クラスを「基本クラス(6～7名)」と「通常クラス(以外の全て)」に分け、数学科教員2名でそれぞれを担当する。各時間毎に問題点などを短時間で共有して、次の時間へ活かしている。
指導体制の工夫	学期ごとに習熟度別クラスの教員をローテーションさせる。(2)
	定期考査等大きな節目ごとに、本人の意向も考慮しながらグループ編成を行う。各学年、計算を中心とする単元では、反復練習の成果がそれぞれのグループで表れている。関数や図形の単元でも、グループの特性にあわせて、話し合いや教え合いの活動を取り入れ、応用力を高めるよう工夫している。
	希望制を基本とするが、以下4点を含め決定していく。 ・定期考査や単元テストにおいて達成度の結果を確認し、学習集団の編成を実施していく。 ・一人一人の生徒の興味・関心・意欲を考慮し、個々の生徒の学力に応じた適切な編成を行う。 ・学期末には、評価・評定の提出と同時に習熟度における学級編成の見直しを行っていく。 ・学習の評価については、教科部会で検討し、該当学年の教科担当で進めていく。
	当初は半々の人数で始め、緩やかにコース移動を行い、3年生2学期にはおよそ2:1で上位を2とする。
	定期考査毎に生徒の定着状況を確認し、習熟度のコース選択について個別に指導することができる。
	補充コースは10～15名とした上で、グループ内に1人以上は「発言が活発な生徒」や「意見をまとめることができる生徒」、「比較的得意である生徒」が入るように、座席を工夫している。
	数学を苦手とする生徒15名程度×2(等質基礎)、数学を苦手とはしていない生徒35名程度×1(標準)で行い、苦手な生徒に対し個に応じた指導を行っている。これにより、底上げが図られてきている。
	非常勤教員と1学級2展開の習熟度別少人数指導を行う場合もある。
	単元毎に指導計画を確認し、進度を合わせている。
	インターンシップの学生の協力もあり、授業にサポートが入り、質問を聞くことができる環境を作っています。

指導方法・教材の工夫	習熟度別少人数授業を行うことで、それぞれの学力に見合う授業を展開する。(4)
	各学年の担当が習熟度別に演習プリントや学習課題を作成する。(2)
	デジタル教科書を活用する。発展コースでは、解答の提示程度とし、基礎コースでは、関数・図形問題等視覚から導入するなど単元による抵抗感の軽減を図る。
	学習のつながりを重視した授業展開。(学習しておいて良かったと生徒に感じさせられることができる授業)スパイラル学習、学び直しを意識的に取り入れた授業展開。(デジタル教科書等で視覚的に理解を助ける)
	与えられた課題が時間内に終わった生徒へ理解度が遅い生徒への助言をさせ，教え合い学習を行う。
	グループ活動を通して、自分の考えをまとめ、相手に伝える場面をつくる。
	①フィードバック②板書の工夫③生徒の主体的な活動の促進④学力の定着の工夫⑤テスト作りの工夫
	①単元ごとの振り返りテストを実施。②見やすい板書(本時の目標の明示・色分け・枠)。③生徒が発言する機会や考える時間を多くとる。④各単元のキーポイントとなる問題は3度(家庭学習・小テスト・定期テスト)取り組ませる。⑤テスト問題では、見やすいフォント・ポイントで都立入試を見通した問題作成を行っている。
	4ステップ授業を確立し、家庭学習(毎時間宿題提示)、毎時間小テスト。
アンケートの活用	学期末の学級懇談会と年度末に実施する学校評価アンケートにおいて生徒、保護者の評価を得る。

3　まとめ

変化の激しい社会の中で、学校教育には新しい時代に必要となる資質・能力をふまえた生徒の学ぶ力の育成が求められている。このことをふまえた数学科としての授業改善に結びつく項目として、「数学的活動」「ＩＣＴの活用」「習熟度別少人数授業」などについて、今回の調査を通して実態を明らかにすることができたと考える。今回の調査結果から、現状維持ではなく、環境や制度の変化に対応しながら、より良い授業づくりを目指す先生方の努力の姿が映し出されているものと思う。来年度以降も授業改善に結びつくような設問の設定を検討していく。さらに，調査結果を基に，都中数研として先生方の希望に沿った，研修や講演会を企画し，調査結果の還元に努めていく。

なお、自由記述については、回答された記述を全文載せたかったが、紙面の都合上、内容が変わらない範囲で表現に修正を加えたことと、問題点の指摘の２点については、効果的な活用という調査の主旨と異なるため、割愛させて頂いたことをご了承いただきたい。

最後になりましたが，調査の実施にあたり，多用な中，ご回答いただいた各校の先生方，調査用紙の配付・回収及び集計等，煩雑な作業を快くお引き受けいただいた各地区連絡理事の皆様に深く感謝を申し上げます。誠にありがとうございました。　　　　（文責　調査部長　秋野　宏之）

平成28年度　東京都中学校数学教育研究会　研究発表大会

中学校における「割合」の指導について

～第2学年「確率」の学習を、指導案検討を通して考える～

研究部　教育課程委員会

1　はじめに

(1) 本研究の動機とねらい

割合の概念は、小学校算数で重要な指導内容の一つである。数の見方、計算の意味、数量関係の把握など、様々な指導内容との関わりが深く、さらに、他教科の学習や日常生活においても割合の表現がしばしば使われ、身近な生活場面で広く活用されているからである。

一般に、算数のほとんどの内容や考え方は、中学校や高校の数学で、異なる文脈内で抽象的かつ重層的に学習されていく。割合は、比や百分率、歩合などが文字の式で扱われ、また、比例や1次関数、相似、資料の活用などにも発展していく。しかし、中学校で扱う割合は、どちらかというと抽象的なものであり、日常生活や社会とつながりをもった基本的な割合はほとんど扱われていないのが現状である。つまり割合の素地的な指導は小学校でひととおり完結されていると見なされ、中学校では抽象的な割合の立場での指導が中心に行われているような実態がうかがわれる。

本研究のねらいは、

○　算数とのつながりを前提に、中学校での、どちらかというと抽象的な割合の指導を、できるだけ具体性のある教材を用いて、適切でスムーズな接続が図れるものにすること

○　算数教育で割合の概念の理解が不十分な生徒に、中学校の数学教育で再度、基礎的な割合の意味や求め方を学ぶ機会を適宜与えられること

○　割合のよさや利用価値を知ることの学習経験を積むことによって、割合についての理解の深化や、日常生活や社会の中で割合で表現したり考えたりする必要性を実感し得ること

などを、中学校数学の様々な学習場面において取り上げることの提案である。

(2) これまでの研究

本委員会では、中学校の割合指導として、ここで目指すべきものは、

主たる学習内容の指導があり、その理解促進を図るために割合の見方・考え方を効果的に活用することで、主たる学習内容の学びが深まると同時に、割合の再学習が可能となり、割合の見方・考え方のよさを感得できる

授業の構築であると考えた。そこで、授業の構成を練るにあたり、数学的活動を位置付ける上では、「方法」「内容」「目的」の3つの側面があることを踏まえて、本委員会では、割合指導の場面に限定し、その活動を「内容」面で次の4つに分類した。

①　割合の意味を知る活動	②　割合を求める、割合で求める活動
③　割合を読みとる活動	④　割合を利用する活動

(都中数教育課程委員会, 2013a)

平成25年度、本委員会ではこの分類に即していくつかの教材を作成し、第95回 全国算数・数学教育研究（山梨）大会にて報告した(都中数教育課程委員会, 2013b)。その中から、③　割合を読みと

る活動、④　割合を利用する活動として、第２学年　１次関数の利用について授業実践を行い、ワークシートの分析を行った (都中数教育課程委員会, 2014a)。

そして、平成 26 年度より割合を直接的に用いる学習場面として「おうぎ形の弧の長さや面積を求めること」を取り上げ、$a/360$ の割合としての意味を考えさせ、「円周の長さをもとにする量としておうぎ形の弧の長さの求め方を理解させること」を目標とした授業の検討を行ってきた。本委員会では、第 96 回 全国算数・数学教育研究（鳥取）大会、第 97 回 全国算数・数学教育研究（北海道）大会にて、指導案の検討・改良、授業実践とその成果や課題について発表した (都中数教育課程委員会, 2014b / 2015a / 2015b)。

さらに、「おうぎ形」の学習を教科書の紙面から考えることに取り組み、第 98 回 全国算数・数学教育研究 (岐阜) 大会にて、7 社の教科書におけるおうぎ形の学習の流れがどのようになっているか、紙面の比較・分析を行った。指導の留意点を明らかにし、割合の考え方を利用した学習活動の必要性を確認できた(都中数教育課程委員会,2016)。

２　本年度の研究

(1) 研究の動機と方法

これまでは、②　割合を求める、(ある数量を)割合で求める活動での指導場面を取り上げていたが、本年度より、①　割合の意味を知る活動の指導場面として、割合の考え方そのものが概念ともいえる「確率」を研究の対象とした。

「確率」とは、あることがらが起こると期待される程度を表した「割合」であり、「どのくらい起こるか」「どれほど頻繁に起こるか」を示すものである。確率の学習は、まさに割合を日常生活や社会で利用する場面であり、割合の考え方を用いる必要性を実感できる学習内容と言える。

一般に、確率の導入(指導計画の第１時)では、確率の意味を理解させるために統計的確率と数学的確率の両方が考えられる事象の実験を扱い、実験等を通して生徒の関心を高めながら統計的確率について指導する。次に「同様に確からしい」ことを前提とすれば、実験や観察によらないで事象の起こりうる場合の数を求めることによって数学的確率が求められることに気付かせ、統計的確率と数学的確率の関係について理解させる。

本研究では、この導入に先立ち、割合でくらべなければならない状況、割合を用いれば的確に表現できる状況を意図的に設ける（指導計画の第０～１時として位置付ける）授業場面を検討した。そこでは、生徒が問題解決のために割合の考えを利用して、思考・判断・表現できる能力を身に付けさせる授業を構築することを目指し、確率の意味の理解へとつなげる。なお、指導案作成に当たっては、身の回りにある具体的な場面を題材とすることで、割合の概念が不十分な生徒でも、できる限りスムーズに学習に取り組むことができるように配慮した。

(2) ２つの指導案のポイント

今回は、次に示すような、確率の単元の導入場面における２つの異なる題材について、それぞれ指導案を作成した。

Ａ：起こりやすさが、場合の数だけでは比べられない場面設定を行い、割合の考えを導く

はじめに、場合の数だけで起こりやすさを比べることができる場面を提示する。その後、場合の数だけでは起こりやすさを比べることができない場面を提示し、起こりやすさを比べるためにはどうしたらよいかを考えさせ、割合の考えを導く。

Ｂ：母数の異なる場面設定を行い、割合で比べる視点に気付かせる

合計本数の異なる２種類のくじについて、どちらが得かを考えさせる。合計本数が異なることから、単純に当たりくじの本数だけでは比べることができない。比べるためにはどうすればよいかを考えさせることを通して、割合で比べる視点に気付かせる。

(3) 学習指導案

○単元　　　　第２学年　「確率」

○単元の目標

不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それを用いて考察し表現することができるようにする。そのために、

・確率の必要性と意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができるようにする。

・確率を用いて、不確定な事象をとらえ説明することができるようにする。

＜指導案Ａ＞

① 本時のねらい

・偶然に左右されたりする不確定な事象に対し、起こりうる場合の数を考え、その起こりやすさの程度を割合で表現できることを理解させるとともに、それを根拠として説明することで、確率の意味の理解につなげる。

② 割合との関連

小５の教科書で割合は、二組の数量を比較する場面から導入されている。これは以後の確率の意味へとつながる同種の量の割合でも、また、異種の量の割合でも同じ展開である。本時はこの展開に準じ、はじめに、あるゲームのルールについて、公平であるかないかを比較させる場面を設定し、起こりやすさの程度を、場合の数(１つの数量)を根拠としながら説明させる。次に、ゲームの条件を変えることで、起こりうる場合の数(比べる量)だけでは比較できなくなり、全部の場合の数(もとになる量)との割合で比較をさせて、その起こりやすさの程度を説明させるようにした。

ここでは、場合の数に基づいて割合を導いているので、数学的確率からの導入のように捉えられるが、その前提となる「同様に確からしい」についてはあえて触れていない。あくまでも、不確定な事象の起こりやすさの程度を、割合を用いて、数学的に表現できることを理解させるとともに、説明できることをねらっている。「導入のための導入」の位置付けとして考えていただきたい。

⑤本時の展開（指導計画の第１時）

学習活動	留意点
【１】問題提示	
T　今日ははじめに、４枚のカードを使って、先生と君たちでゲームをすることにします。 ここに、１から４までの数字を１つずつ書いた４枚のカードがあります。 $\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$ これから、君たち一人一人に順番に、カードを右手で１枚、左手で１枚引いてもらいます。このとき、右手と左手のカードがともに偶数であったり、奇数であったりした場合は、君たちの勝ち、右手と左手のカードが偶数、奇数と違っていた場合は先生の勝ちとします。	
T　ルールはわかりましたか。	

<table>
<tr><td>S　わかりました。
T　では、始めます。端から順番に周ります。
（先生の勝つ回数がしだいに増えていく）</td><td>・同様に確かであるために、4枚のカードに差異がないように留意する。</td></tr>
<tr><td>【2】問題の意識化
T　どうやら先生の勝ちみたいですね。先生の方が強運の持ち主ということですね。
S　……，（「今回はただ運がよかっただけ」などと発言する）
T　ところで、本当に運がよかっただけなのでしょうか。
S　……
T　それを確かめるにはどうすればいいでしょうか。</td><td>・先生が勝った原因に視点を向けさせる。単なる運が良かっただけなのか生徒の思考に揺さぶりをかけるようにする。
・運の良否はルールの公平さが前提であることに気付かせる</td></tr>
<tr><td>【3】起こりやすさを調べる①
S　奇数は$\boxed{1}$と$\boxed{3}$の2枚あって、偶数も$\boxed{2}$と$\boxed{4}$の2枚あるのだから、奇数も偶数も同じ枚数だから、公平に出ると思います。
S　奇数と偶数の枚数が同じことより、組み合わせで勝敗がつくのだから、（右手，左手）＝（奇数，奇数）、（奇数，偶数）、（偶数，奇数）、（偶数，偶数）の4種類だから、やっぱり公平だよ。
S　奇数、偶数といった組み合わせではなく、1～4の数字の組み合わせを考えなくてはわからないよ。樹形図で表せば、
<table>
<tr><td>右　左</td><td>右　左</td><td>右　左</td><td>右　左</td></tr>
<tr><td>　　2</td><td>　　1</td><td>　　1</td><td>　　1</td></tr>
<tr><td>1－3</td><td>2－3</td><td>3－2</td><td>4－2</td></tr>
<tr><td>　　4</td><td>　　4</td><td>　　4</td><td>　　3</td></tr>
</table>となるから、左右のカードがともに奇数、ともに偶数になるのは4通りだけだよ。
T　つまり、どういうことかな。
S　カードの引き方は全部で12通りあって、左右のカードがともに奇数やともに偶数は4通り、左右のカードが異なるのは8通りだから、起こりやすさが違うので公平ではない。</td><td>・考えさせる時間を十分にとり、いろいろな考え方を引き出す場面である。
・一つ一つの考え方に対する賛同や否定の意見を求めるようにし、議論が活発となるように導く。
・引いた2枚のカードの数についての場合の数を求める場面は、ていねいに扱いながら説明させる。
・場合の数が大きいほど、その事象の起こりやすさが増していくことを実感させる。</td></tr>
<tr><td>【4】公平さと場合の数
T　そうだね。勝敗の起こりやすさが同じでないと、公平なルールとは言えないよね。実はこのゲームのルールは公平ではなかったんだね。
S　そうか！起こりうる場合の数で公平さがわかるんだ！</td><td>・2つの事象の場合の数が等しい場合、その2つの事象の起こりやすさは公平といえることを理解させる。</td></tr>
</table>

【５】場合の数だけではくらべられない問題の提示

T　では、次に、$\boxed{5}$、$\boxed{6}$のカードを増やして、６枚のカードにします。
このとき、引いた左右のカードがともに奇数、ともに偶数になるのは、
$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$　のカードが４枚のときと、
$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$、$\boxed{5}$、$\boxed{6}$　のカードが６枚のときと
起こりやすさは同じになるかな。

・割合の考えを想起させるために、全部の場合の数の異なる問題を示し、起こりやすさをくらべさせる。

【６】起こりやすさを調べる②

S　$\boxed{5}$、$\boxed{6}$ と奇数も偶数も１枚ずつ増えたのだから、起こりやすさは同じになると思います。

S　組み合わせは６枚のときの方が多いけれど、出方は同じになるんじゃないかな。

S　組み合わせを考えると、このようになる。

右　左	右　左	右　左	右　左	右　左	右　左
2	1	1◎	1	1◎	1
3◎	3	2	2◎	2	2◎
1－4	2－4◎	3－4	4－3	5－3◎	6－3
5◎	5	5◎	5	4	4◎
6	6◎	6	6◎	6	5

左右のカードがともに奇数、ともに偶数になるのは 12 通りだよ。

T　４枚のカードのときは４通り、６枚のカードのときは 12 通り。
この場合、起こりやすさはどうやってくらべたらいいのかな。

S　４枚のカードのときは、全部で 12 通りの中から４通り、６枚のカードのときは、全部で 30 通りの中から 12 通りだから、
4/12 と 12/30　をくらべればいい。
つまり、4/12＝1/3＝**5/15**　＜　12/30＝**6/15**
となるから、６枚のカードのときが起こりやすい！

・個人追究の後に、ペアや班で考えを伝え合う活動を取り入れてもよい。

・直観的な発言の中にも、生徒なりの理屈や根拠があるので、それを受け止め、共有させる。

・割合の考えを用いず、全部の場合の数を同じ数にそろえて、事象の組み合わせの数をくらべる考えもあるが、それも取り上げた上で、他のくらべ方として割合の考えを引き出したい。

【７】学習の整理

T　ここで考え方を整理してみましょう。
4/12 と 12/30 をくらべた、この考え方は何でくらべたといえるかな。

S　２つの数から『割合』でくらべたといえます。

T　なぜ、『割合』を使ってくらべたのかな。

S　カードの枚数が違うので組み合わせの数だけだと、起こりやすさはわからないから、全部の場合の数とくらべた『割合』を使います。

T　起こりやすさをくらべるには、そのことがらを『割合』で表せばいい、という方法を知ることができました。
次の時間から、この『割合』を使って起こりやすさの程度を表す「確率」について学んでいきます。

・起こりやすさという不確定な事象を、割合という数を利用して、くらべられることを理解させ、割合のよさを感得させる。

＜指導案Ｂ＞

① 本時のねらい

・ことがらの起こりやすさを比較するためには、割合が適していることに気付かせる。

・あることがらの起こりやすさを，割合の考えを利用して比べられるようにするとともに、割合の考えを利用することのよさを感じられるようにする。

② 割合との関連

この授業では、比べる基準が多岐にわたる商店の景品としてのくじ引きという場面を設定し、様々な視点から比べることを通して、割合の考え方にたどり着くように展開していく。比べる対象となる、もとにする量が異なれば、同じ数量でもくらべる量のもつ意味は変わってくる。そのような場面では割合で比べなければならないことに気付き、生徒の損得についての議論は割合を用いてすすめる。後日、その値がくじを引くときの当たりの確率となることを学習するが、本時は不確定な事象についての起こりやすさの程度を、割合を用いて数学的に表現できることに気付かせることをねらっているので、「導入のための導入」として位置付け、「確率」という用語は使わない。

③ 本時の展開

<table>
<tr><th></th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>導入</td><td>T　知っている「くじ」をあげてみよう。ルールも説明してください。
S「宝くじ」→〇桁の数が書いてある。一部一致の２等や３等もある。
S「スピードくじ」→銀色のシールを決められた数だけ削る。出たマークによって等級が決まる。
S「掃除当番を決めるときのくじ」→６本の短冊の端に〇印を付け、班長が一斉に引く。マークがあれば当番。確率は 1/6 です。
S「あみだくじ」→掃除当番でも使います。班の数だけ縦の線を引き、途中に横線を何本か入れる。一番下の一つだけを当たりにする。
T　（最後の２つの意見に対し、）当たりは一つだけですか。
S　当たりが２つなら確率 2/6 で 1/3 です。</td><td>・それぞれのくじのルールをわかる範囲で確認する。

・(当たりの数)÷(班の総数)を確認する。
・「確率」という言葉はあえて取り上げない。後日、普段の生活でも使う言葉であることを確認する。</td></tr>
<tr><td>展開</td><td colspan="2">[発問]　どちらが得か考えてみよう（「得」を決める基準について）

【課題】　２つの商店 X，Y が、それぞれの店で使える商品券を景品として、はずれくじなしの次のようなくじ引きをしています。どちらかの店で１回くじを引くことができるとき、あなたなら、どちらの店でくじを引きますか。

X 店<table><tr><td>等級</td><td>1 等</td><td>2 等</td><td>3 等</td></tr><tr><td>景品</td><td>1000 円券</td><td>500 円券</td><td>200 円券</td></tr><tr><td>本数</td><td>20 本</td><td>180 本</td><td>600 本</td></tr></table>Y 店<table><tr><td>等級</td><td>1 等</td><td>2 等</td><td>3 等</td><td>4 等</td></tr><tr><td>景品</td><td>2000 円券</td><td>1000 円券</td><td>150 円券</td><td>100 円券</td></tr><tr><td>本数</td><td>10 本</td><td>90 本</td><td>500 本</td><td>600 本</td></tr></table></td></tr>
</table>

	1，2分自分で考えさせ、最初の意見を挙手で意思表示させる。 Sx　X店にする。(以下、X店支持生徒をSxと表す) Sy　Y店にする。(以下、Y店支持生徒をSyと表す) 4人グループになり、グループ内で自分の意見と理由を発表し、理由を一つ一つ確認する。 Sx　・1等の本数が多いから。　・3等でも200円券がもらえるから。 Sy　・1等が2000円券だから。　・1000円以上が100本もあるから。 **S　合計の本数がわかっていないから入れたほうがいい。** S　X店は800本。Y店は1200本。 Sx　Y店は1200本のうち600本も100円券になってしまう。 Sx　Y店は3等でも150円券だから、200円以下が1100本もある。 グループとしての中間まとめを、代表者発表する。 Sy　1000円以上が当たるのは、A店では20÷800＝1/40。一方、Y店では100÷1200＝1/12。 T　他の班の意見を聞いて、さらにどんなことを調べれば、本当に得する店を決定できるのか、班で話し合ってみよう。 S　割合に直して比較したほうがいい。 S　各等級の金額が店ごとに違うから、考えにくい。 グループとしての結論を代表者発表する。結論が出なかった場合はその理由を説明する。	・X店かY店かのみで、おおよその人数を記録する。 ・総数を意識することにより、比率としての多さが強調される。 ・理由を必ず、1，2個言わせるようにする。 ・的確な理由が挙げられたら、生徒全体にどの班の発表が良かったか（分かりやすさ、説得力）を尋ね、その班にはもう少し詳しく説明させる。または、他の生徒に質問させる。
まとめ	T　景品総額という考え方があります。それぞれの店の提供している商品券の合計金額を計算してみよう。 S　X店は230000円、Y店は245000円です。 T　それが、X店は800本、Y店は1200本のくじに割り当てられているので、くじ1本あたりの金額は、 X店は　230000÷ 800＝287.5円 Y店は　245000÷1200＝204.1円　となります。 S　X店のほうが得です。 T　皆さんは考えるときに、合計本数が違うことに注目できました。合計が違うと比較しにくいものです。そのようなときに、「割合」を用います。小学校で習ってから、%など難しい問題としてときどき登場していますが、このような課題場面でも解決のために役に立つものです。	・結論付けるための視点として紹介する程度とし、深入りはしない。 ・自分たちが計算したものが割合であり、 $\frac{(比べる量)}{(もとにする量)}$ の計算 によって求められる値だということに気付かせる。

3　まとめ

今回は、割合の意味を知る活動や、割合の考え方を利用する活動を取り入れた指導案を、「確率」の導入場面で検討した。特に、指導案を作成するにあたっては、「確率」という用語を用いない授業場面を想定した。基礎的な割合の意味や求め方を再度学ぶ機会を与えるとともに、割合で考えることの必要性やよさを実感できるような場面を設ける(都中数教育課程委員会, 2013a)ことによって、「確率」の学習に生徒をいざなうことをねらったものである。

割合で考えることの必要性やよさは、母数の異なる2つの集まりについて、優劣等を比べる必然性があることから実感できるものと考える。今回作成した指導案を基に、実際に授業を行うのはこれからである。授業を通して得られた成果と課題を検証するとともに、このような学習場面における評価をどのように行うかについて、引き続き研究を進めていくこととする。

【参考文献・引用文献】

- 筑波大学附属小学校算数研究部 企画・編集(2012)「算数授業論究 III」2012（平成24）年: 特集 ～「割合」に強くなる～,『算数授業研究』VOL.83, 東洋館出版社
- 尾崎正彦(2013)『算数 special まるごと割合の指導』教育技術 MOOK COMPACT64, 小学館
- 永田潤一郎(2012)『数学的活動をつくる』東洋館出版社
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013a)「中学校における「割合」の指導について」, 平成24年度 第50回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2013b)「中学校における「割合」の指導について」, 第95回 全国算数・数学教育研究(山梨)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014a)「中学校における「割合」の指導について」, 平成25年度 第51回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2014b)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第1学年「おうぎ形」の計量指導～」, 第96回 全国算数・数学教育研究(鳥取)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015a)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第1学年「おうぎ形」の学習～」、平成26年度 第52回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2015b)「中学校における「割合」の指導について ～割合の見方・考え方を育むことを目指した、第1学年「おうぎ形」の学習～」, 第97回 全国算数・数学教育研究(北海道)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2016)「中学校における「割合」の指導について ～第1学年「おうぎ形」の学習を教科書の紙面から考える～」, 第98回 全国算数・数学教育研究(岐阜)大会 中学校「図形①」分科会 当日発表資料

平成28年度　東京都中学校数学教育研究会　　研究部　教育課程委員会

浅尾　博之（大田区立馬込中）	宇田川裕規（武蔵野市立第一中）	奥秋　直人（豊島区立西池袋中）
緒環　吾郎（豊島区立西池袋中）	小林　和明（大田区立大森第八中）	諏佐　佳典（大田区立羽田中）
鈴木　明　（文京区立第六中）	高井　洋美（板橋区立上板橋第二中）	長山　靖　（品川区立荏原平塚学園）
延本　直子（府中市立府中第二中）	蓮沼　喜春（荒川区立尾久八幡中）	前田　利江（台東区立駒形中）
松本　健児（豊島区立西池袋中）	三田　哲也（豊島区立千川中）	宮本　泰雄（大田区立田園調布中）
元木　靖則（元武蔵野市立第三中）	山内　博人（都立小石川中等教育）	山根　浩孝（練馬区立石神井中）
＜研究協力者＞	倉次　秀夫（青山学院高等部）	鈴木　裕　（東京学芸大附竹早中）
	羽住　邦男（元東京学芸大附世田谷中）	傍士　輝彦（東京学芸大附世田谷中）

説明し合う活動を取り入れた図形領域の指導法
～主体的・対話的な学習を目指して～

東京都中学校数学教育研究会　指導法委員会

1　研究の動機と目的

指導法委員会では、これまで、「言語活動を取り入れた指導法」について研究してきた。しかし、日頃の授業では教師主導型が中心で、教師が説明するだけでは、生徒はその場だけ「わかったつもり」になっており、定着しないという実態が度々話題となった。そのような中で、文部科学省が示した「アクティブ・ラーニング」が注目され始め、生徒主体の活動を授業に取り入れていく方法を具体的に考え、実践すれば、「わかったつもり」ではない、「学力の定着」をもたせられるのではないかと考えた。

そこで、まず「アクティブ・ラーニングの定義」と、「身に付けさせたい学力」について確認した。

文部科学省では、アクティブ・ラーニングの定義を次のようにしている。

> 教員による一方的な講義形式の教育とは異なり、学修者の能動的な学修への参加を取り入れた教授・学習法の総称。学修者が能動的に学修することによって、認知的、倫理的、社会的能力、教養、知識、経験を含めた汎用的能力の育成を図る。発見学習、問題解決学習、体験学習、調査学習などが含まれるが、教室内でのグループ・ディスカッション、ディベート、グループ・ワークなども有効なアクティブ・ラーニングの方法である。
>
> 平成２４年８月２８日　文部科学省中央教育審議会答申　用語集より引用

また、京都大学の溝上先生は、アクティブ・ラーニングについて、次のように述べている。

> 「一方的な知識伝達型講義を聴くという（受動的）学習を乗り越える意味での、あらゆる能動的な学習のこと。能動的な学習には、書く・話す・発表するなどの活動への関与と、そこで生じる認知プロセスの外化が伴う。」
>
> アクティブ・ラーニングと教授学習のパラダイムの転換
> 溝上慎一（東信堂）２０１４年　より引用

そして、「新しい学習指導要領改訂の方向性（案）」において、今後生徒が身に付けていくべき学力が明らかにされた。「新しい時代に求められる資質能力」として、次の３つの資質能力を育てるとしている。

> 1　生きて働く知識・技能の習得
> 2　未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等の育成
> 3　学びを人生や社会に生かそうとする学びに向かう力・人間性の涵養
>
> ２０１６年５月　文部科学省教育課程総則・評価特別部会

さらに、どのように学ぶかという「アクティブ・ラーニングの視点からの不断の授業改善」の視点として、「主体的・対話的で深い学び」という３つが示され、算数・数学科としての視点が以下のように示された。

「算数・数学におけるアクティブ・ラーニングの三つの視点からの不断の授業改善について」

① 習得・活用・探究の見通しの中で、教科等の特質に応じた見方・考え方を働かせて思考・判断・表現し、学習内容の深い理解につなげる「深い学び」が実現できているか。

算数・数学では、既習の数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、数学的な見方や考え方を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付け、知識の構造や思考、態度が変容する「深い学び」を実現することが求められる。

② 子供同士の協働、教師や地域の人との対話、先哲の考え方を手掛かりに考えること等を通じ、自らの考えを広げ深める「対話的な学び」が実現できているか。

算数・数学では、事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えについて話し合ったり、事柄の本質について話し合ったりするなどの「対話的な学び」を実現することが求められる。

③ 学ぶことに興味や関心をもち、自己のキャリア形成の方向性と関連づけながら、見通しをもって粘り強く取り組み、自らの学習活動を振り返って次につなげる「主体的な学び」が実現できているか。

算数・数学では、児童生徒自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりするなどの「主体的な学び」を実現することが求められる。

平成２８年５月２４日
文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会
教育課程部会算数・数学ワーキンググループ

指導法委員会では、「求められる学力（資質能力）が身に付いた状態」を、「説明する力（他の人に説明する姿）」すなわち「数学的な知識・技能を用いて、課題に対する自分の考えを他の人に伝えることができる状態」ととらえた。この「説明する姿」は、先ほどの３つの資質能力がバランスよく身に付いた状態と考えている。そして、その姿を目指して、発問を考え、説明し合う活動を取り入れた実践は、「主体的な学び」「対話的な学び」の実現につながると考える。

2　研究の概要と実践例

図形領域では対話的な活動を取り入れやすいため、第２学年「平行と合同」の単元で、次のような実践を行った。

（1） 毎時間、説明し合う活動を取り入れる。
（2） 音声言語トレーニングを取り入れる。
（3） 単元の中で、問題解決学習を 1,2 回行う。

（1）（3）については、次の計画に沿って取り入れた。

節	内容	説明し合う活動における発問
1 平行線と角	① 直線と角	対頂角は等しいことを説明しよう。
		「2直線が平行ならば錯角が等しい」ことを、「２直線が平行ならば同位角が等しいこと」を使って説明しよう。
		「錯角が等しければ２直線が平行である」ことを、「同位角が等しければ２直線が平行である」ことを使って説明しよう。
		「２直線が平行ならば、同側内角の和が等しい」ことを説明しよう。
		三角形の内角の和が１８０度であることを、教科書の図を使って説明しよう。他にも補助線の引き方を変えて説明できないか考え、説明しよう。

	☆問題解決学習	くの字の角度、ブーメラン型の角度のいろいろな方法で求め、説明しよう。
	②多角形の内角と外角	n角形の内角の和を求めるとき、1つの頂点からひいた対角線によって、(n－2)個の三角形に分けられることを説明しよう。
		n角形の内角の和を求めるとき、三角形への分割の仕方を他にも考え、説明しよう。
		五角形の外角の和を求める方法について、教科書の図を使って説明しよう。
		三角形の外角の和が360度であることを、平行線の性質を使って説明しよう。
2 合同と証明	① 合同な図形	合同な図形で、等しくなるものを挙げ、伝えよう。
	② 合同条件	2組の辺と1つの角をそれぞれ等しくするだけでは、2つの三角形が合同にならないことを教科書の図を使って説明しよう。
	③ 図形の性質の確かめ方	図形の性質を証明し、ノートの図や式を指しながら、説明しよう。
	☆問題解決学習	もみじの葉の中の角の性質を見つけ、説明しよう。

これらの活動を取り入れることにより、対話的・主体的な学びとなると考えた。さらに、「主体的な学び」にするためには、発問の設定が適切であるかどうか、また、「対話的な学び」にするためには、「他者との考えの共有の方法」が適切であるかどうかという視点が重要であると考えた。これらの視点をもち、以下のように実践した。

（1） 説明し合う活動

説明し合う活動は、説明する力を全員が短時間で身につけることを目的としている。そのため、ペアでの活動を基本の形としている。これまでの授業は、数学が得意で積極的な生徒が挙手をし、説明するということが多かったが、ペアであれば全員が短時間で活動することができる。

方法は次の通りである。

①教員が発問する → ②個人で考える → ③ペアで説明し合う → ④全体で共有する

①発問

全員に説明させるので、誰にでも考えやすい基本的なことがらについて発問する。発問は上記の例の通り「対頂角が等しい理由を考えよう」など理由を問うものや、「角が等しいことを証明しよう」など証明そのものを言わせるものなどである。証明では、2人にそれぞれ1問ずつ提示し、別々の問題について考え発表させる場合もある。指導法委員会では、各節に1問ずつの発問例を3学年分作成し、それを用いて実践している。

②個人で考える

3分程度個人で考える時間をとる。このとき教科書やノートで既習事項を確認してもよいこととする。

③ペアで説明し合う

説明する順番は、「廊下側の人から」など教員が指定する場合や、難しい問題では「分かった方から」説明し、もう1人は相手の説明を参考にして自分で説明する場合もある。習熟度別授業などでどちらも説明に至らない場合は、教員がヒントを出して気付きを与えるようにする。

④共有

説明している様子を教員が巡回し、説明がわかりやすかった生徒を指名したり、わかりやすい説明をした生徒を他の生徒が推薦し、書画カメラ等を用いて全体の前で説明させる。

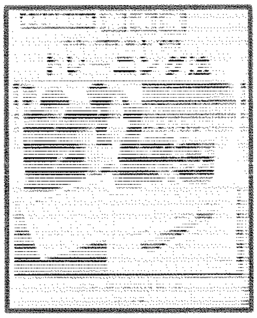
説明し合う活動は、自分の考えを自分の言葉で伝えることで主体的な学びになると考える。指導にあたっては、説明するために必要な既習事項を教科書やノートで確認するよう伝え、相手がよりわかりやすくなる工夫をするよう促した。

また、わかっているがうまく説明できないときや筋道をたてて考えられないとき、相手の説明に対し質問しながら自分の中で理解を深め、今度は自分の言葉で表現することが対話的な学びになると考える。図を指さしたり、補足の説明を入れるなど相手の理解が深められるような工夫を指導した。他者との考えの共有が効果的に行われているかという視点を教員がもち、状況に応じた工夫をしていくことが重要である。

説明し合う活動の記録として、授業の終わりに生徒に振り返りカードに感想や気付き、疑問を記入させた。始めは説明するという活動にとまどっていた生徒が多く、相手の説明を覚えてそのまま繰り返そうとする姿も見られた。しかし、自分が理解できていなければ相手が納得する説明をすることができないことに気付き、回数を重ねるうちに慣れてきて、既習事項を活用してより簡潔に説明しようとする姿勢が見られた。また、相手の説明のよさに気付くことができるようになった。「他の補助線を引くとどうなるか」「他の考え方ではどうか」など新たな疑問を記入する生徒もいた。この生徒から出た疑問を活かして次回の授業を展開していくことが今後の課題である。

（２）音声言語トレーニング

音声言語トレーニングは、「中学校数学科　志水式音声計算トレーニング法」（志水廣・横田茂樹著　明治図書）で紹介されている。授業の最初に、ウォーミングアップとしてペアで行っている。方法は次の通りである。



①プリントを見ながら自分で確認する（１分間）
②一方が問題を見ながら答えを声に出して言い、もう一方は解答を見ながら正解しているかどうかを確認していく
　すべての問題に解答できたら再び１番の問題に戻り、１分間で何度もこれを繰り返す
③交代する
④答えられた数を各自記録する

習熟度に関わらず、生徒はゲーム感覚で積極的に参加している。答えを確認している生徒は、相手が間違っていた場合は解き方を口頭で説明し、ヒントを与え、相手がより多く答えられるようにしている。

図形の単元では、平行線を利用して角度を求める問題やブーメラン型の図形の角度を求める問題をプリントにして実践した。書いて計算することができないため、暗算しやすい数字を設定するようにした。同じプリントを繰り返して使用するため、家で解き方を確認してきたり、練習してくる生徒もいた。１分間の中で何度も同じ形式の問題を解き、既習事項を定着させることで、その後の授業で取り組む別の問題に対し、既習事項を用いて考えようとする姿が見られるようになった。また音声言語トレーニングはペアで行うため、授業の中で説明し合う活動をする際も、生徒同士が意見を言いやすい雰囲気になったとも言える。

数と式の単元においては、文字式の計算や平方根の変形など基礎計算力の定着を図るものとして、関数の単元においては、１次関数の式を求める問題などで活用することができる。単元の内容が変わっても、繰り返し計算の復習として取り組むこともできる。

この方法のよさは、手軽に短時間で既習事項の確認ができることである。プリントに解答を書き込まないため、同じプリントを何度も繰り返し使用することもできる。同じ問題を繰り返すことで、前時に回答できた数を上回るようにと意欲的に取り組んでいる。１分という限られた時間の中でペアで確認することにより、緊張感が生まれ主体的な活動となると考える。

<振り返りカード>

2年　数学　振り返りカード

4章　平行と合同

日　付	項　目	チェック	○	感想・気つき・疑問
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		
		[illegible]		

（３）問題解決学習

学習指導要領の目標に示された「数学的活動」とは、基本的に問題解決の形で行われるものである。主体的に子どもたちが活動し、学ぶ機会を設けるため、問題解決学習の学習過程を「１．問題の理解」、「２．解決の計画」、「３．解決の実行」、「４．解決の検討」、「５．次時への問題意識」の５つとした。その各学習過程は以下の通りである。

「１．問題の理解」は、既習事項の知識を活用して、問題を理解する段階。
「２．解決の計画」は、問題の解決方法の見通しを立てる段階。
「３．解決の実行」は、自分で考えたことを記述する方法を学ぶ段階。
「４．解決の検討」は自分の解法や他者の解法のよさを学び合いを通して、伝え方を学ぶ段階。
「５．次時への問題意識」は、生徒の驚きや発見、とまどい等学習への意欲を高める段階。

このように捉えることにした。さらに、指導の手立てとして、コミュニケーションタイムの設定や話し合いの視点、活用問題の開発の視点を明確にした。

【コミュニケーションタイムの設定】

計画の段階で考えついたアイディアをコミュニケーションタイムで２人組等で互いに伝え合う活動を取り入れる。自分の考えや解決方法に自信がもてない子どもに自信をもたせたり、友達の考えを聞いて新しいアイディアに気付いたりすることで、一人一人の子どもが自分なりの考えをもって自力解決が進められるようにする。

【話し合いの視点】

根拠をもって相手を納得させるための話し合いを充実させるために、教師は、集団検討の視点を明確にしておく。何を話し合うかを明確にすることで、数学的な価値のある内容の検討を実現できると考えた。そのために、課題に適した視点を提示して、話し合いを行う。その視点を以下に示す。

①**妥当性**…簡単か、わかりやすいか、正しいか、条件に合っているか（簡潔、明瞭、的確）
②**関連性**…同じところ、違うところ、まとめられるところはどこか（共通点、相違点、統合）
③**有効性**…よいところは何か（方法、考え方、表現のよさ）
④**発展性**…その考えを使うとどんなことができそうか、使ってみたい考え

【活用問題の開発の視点】…「活用問題」とは、問題解決学習を行う主発問のことである。
「活用問題」とは、問題解決学習を行う主発問のことである。子どもたちが意欲的に授業に参加し、必要感のある問題づくりを目指した。その視点は、以下の通りである。

(1) 身近な生活の事象を数学の舞台に乗せることで生徒の興味関心を高め、葛藤や疑問を引き出す問題　**＜迷いや疑問を呼び起こし、考えが揺さぶられる問題＞**
(2) 言語で表された事象や状況とともに図や表等に示された意味を理解し、必要な情報を選択して用いる問題　**＜情報を選択して活用する問題＞**
(3) 全員が何らかの解決方法をもてる問題　**＜だれもが解決方法を１つはもてる問題＞**
(4) 生徒の学習理解状況に応じて既習の学習を生かして多様な解決方法がある問題　**＜確実・効率的・一般的な解決方法をもつ問題＞**
(5) 多面的な見方でよりよい解決方法を検討できる問題　**＜多様な考えが引き出せる問題＞**
(6) ゲーム的要素を含む活動や算数的活動により知的好奇心が高められる問題　**＜数学を楽しめる問題＞**
(7) 理由や根拠を示して説明しやすい問題　**＜答えより理由を問う問題＞**
(8) 指標や条件を自分で設定して話し合える問題　**＜条件を設定して根拠とできる問題＞**
(9) 結果が条件によって異なる問題　**＜多様な見方ができる問題＞**
(10) 実際に操作しながら考えることができる問題　**＜具体物を操作できる問題＞**
(11) 生徒が生活の中で実際に使うことができる問題　**＜目的意識がもてる問題＞**

実践事例　２年「平行と合同」第１節　「平行線と角」　全１０時間中の第９・１０時間目

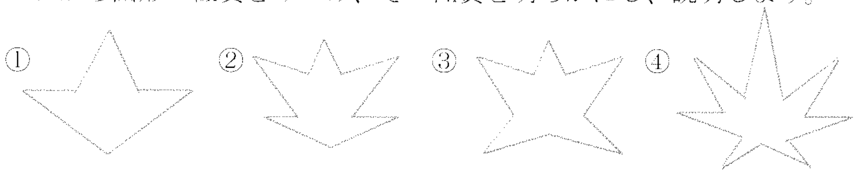
（１）本時の目標

様々な図形の性質に関心をもち、多角形の角や平行線の性質を利用して、図形の性質を説明することができる。

（２）本時の展開

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準（評価方法）
	１　問題の理解 T1　カエデの葉をみて、図形を描いてみよう。 T2	・電子黒板を活用して、問題提示を行う。	

カエデから図形の性質をみつけ、その性質を明らかにし、説明しよう。



時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準（評価方法）
	２　解決の計画（自力解決１） T3　まず、自分なりに抽象化したカエデの形について、実測したり、角の性質等と関連づけたりして、自分なりの方法で角についての関係を発見しましょう。１つの性質をみつけたらほかにもないか考えてみましょう。 ２　解決の計画（集団検討１） T4　それでは、班になってもらいます。協力してできるだけ多く性質をみつけてみましょう。 T5　それでは、班ごとにどんな性質をみつけたか発表してもらいます。 ３　解決の実行（自力解決２）	・見つけた性質は、「～は、・・・になる」という形で書かせる。 ・見つけた性質が、他の図形で成り立つことを確認していない生徒がいたら、確認するように助言する。 ・補助線の引き方や矢じりの形が現れることに気づかせ、解決への見通しを持たせる。	アー② （プリントの記述の様子観察や内容確認） イー④ （プリントの記述の様子観察や内容確認、発表内容の確認）

今、発表してもらったものを整理すると、
①，②の図では、凸の角の和＝凹の角の和　　③，④の図では、凹の角－凸の角＝360°
になります。班ごとに、一つの図形を選び、その性質が成り立つことを、ことばや図、式を使ってわかりやすくまとめなさい。

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準（評価方法）
	T6　まず、班で選んだ性質の説明を自分で考えましょう。 ４　解決の検討（集団検討２） T7　それでは、班員と協力して、どのように説明したらよいか話し合って考えてください。考えがまとまった班から、模造紙にまとめてもらいます。 T8　班ごとに発表してください。	・説明の際、どの角を文字で表したのか、平行線の性質や三角形の角の性質など根拠となるものを明確にするように必要に応じて助言する。 発表にあたり 補助線とそこに引いた理由、等しい角、関連付けた根拠計算式などを述べるように伝える。 発表を聞くにあたり 自分たちの考えと違う点、その根拠を関連させたか、納得いく説明だったかなどを大切にし、聞くようにさせる。	イー④ （プリントの記述の様子観察や内容確認、発表内容の確認）
	５　次時への問題意識（振り返り活動） T9　いろいろな性質について説明をしてもらいましたが、どこに注意をしましたか。また、感想を考えてください。	・何を根拠として説明したのかや身近な事象に数学が活用されていることが実感できたか確認する。 ・いろいろな性質の考え方や文字の使い方の共通点や相違点について振り返る。	

3　研究の成果と課題

これまでの研究を通しての成果と課題を、次の３点に分けてまとめた。

①「主体的な学び」のための「発問」の吟味

生徒が主体的な学びをするためには、「生徒が考えたくなる課題」であることが不可欠である。今回、教科書の学習内容に沿って全学年で説明し合う活動のための発問を表にしたことにより、どのようなときも説明し合う活動を取り入れやすくなった。しかし、生徒から生まれた「新たな問い」ほど、生徒が主体的になるものはないはずである。

「生徒の「問い」を軸とした数学授業」（岡本 光司・土屋 史人著　明治図書）や武藤寿彰先生の関東都県算数・数学教育研究静岡大会での発表を聞き、授業の振り返りを書かせることで生徒の問いを引き出せることがわかり、疑問がある生徒には振り返りカードに記入させたところ、次の授業につながる様々な問いが出てきた。それを次の授業の始めに扱うことにより、前時の内容とつながりができ、生徒も主体的になっていった。生徒の問いを引き出せる振り返りカードの活用を今後も工夫していきたい。

②「対話的な学びの実現」のための「共有の方法の工夫」

生徒が対話的な学びをするためには、説明し合う活動での生徒の状況に応じた指導の工夫が必要である。既習事項の確認を促す声かけをしたり、相手の説明に対し「今のはこういうこと？」と確認しながら聞く姿勢を示したりすることは実践できている。今後は相手の説明が「簡潔であったか」などとお互いに評価するときの観点を定めるなど、説明し合う活動の留意点を明確にすることで、より効果的な共有を模索していきたい。

③「深い学びの実現」に向けて

そもそも「深い学び」とは何かということについて深く理解し、「深い学び」の実現のために必要な方法や、どのような状態を「深い学び」ができていると捉えるのかということについて考えていきたい。これまでは教師が工夫して説明してきたが、これからは生徒同士が工夫して説明し合うことにより、「深い学び」になってと考える。

［引用・参考文献］

髙木展郎著（2015）「変わる学力、変える授業」三省堂

武藤寿彰著（2015）「中学校数学科　学び合い授業　スタートブック」明治図書

志水廣・横田茂樹著（2006）「中学校数学科　志水式　音声計算トレーニング法」明治図書

小林昭文著（2015）「アクティブラーニング入門」産業能率大学出版部

岡本光司・土屋史人著（2014）「生徒の「問い」を軸とした数学授業
－人間形成のための数学教育をめざして－」明治図書

東京都中学校数学研究会　研究部　指導法委員会

◎・・・代表者　○…発表者

◎古庄	恵実	杉並区立荻窪中学校
○深沢	享史	荒川区立第三中学校
山地	美夏	世田谷区立砧中学校
蔵田	佑	世田谷区東深沢中学校
根本	正春	江東区立大島中学校
北地	宏允	町田市立南大谷中学校
○武村	恵美	渋谷区立広尾中学校
木下	陽子	荒川区立原中学校
上井	康義	府中市立府中第六中学校
峰岸	利一	江東区立第二南砂中学校

平成２９年２月１８日

第５４回東京都中学校数学教育研究大会

数式領域の習熟度別授業展開

研究部数式委員会

Ⅰ．研究のねらいと経過

平成２７年度版『東京方式　習熟度別指導ガイドライン《中学校　数学》』において、生徒の習熟の程度に応じた学習指導等に関わる指導方法や指導体制、校内での習熟度別指導の体制等が示された。これを受け、各中学校が数学の習熟度別授業を実施する方向にあり、この授業形態が定着してきている（昨年度の都中数調査部の調査では都内公立中学校の78.6%が実施しているという結果が出ている）。数式委員会に所属する部員の学校でも既に習熟度別授業を行っており、習熟度別授業になることで実態に応じた課題に取り組め、特に習熟の遅れがちな生徒から「わかった、できた」という声が多く聞かれ、一斉授業よりも授業に意欲的に取り組む姿が多く見られたという報告があった。一方課題として、評価を踏まえた指導内容、コース内の人数調整、グループ学習の難しさ等が挙げられた。そこで昨年度より、数式領域における習熟度別授業の展開についての研究を開始した。

平成２７年度は、部員が所属する学校の習熟度別授業の形態を比較し、習熟度に合わせた課題をつくるにはどのようにしたらよいか、それぞれのコースのつまずきにはどのように対応したらよいか、習熟のはやい生徒も遅い生徒も意欲的に取り組めるようにするにはどのような工夫が考えらえるか、などの視点で習熟度別授業の展開の方法を検討した。

その結果得られた課題を整理すると以下のようにまとめられる。

1．習熟度別授業のコース設計を各校の実態に応じて考えていく必要があること。コースに応じた課題の開発が不可欠であること。
2．補充的・基礎的な学習に重点をおくコースでは、学習指導要領の内容をおさえることに重点をおき、内容を厳選して指導する必要があること。既習事項の確認を行いながらの授業が効果的であるが、その確認をどのように行うか等カリキュラムを検討する必要があること。
3．発展的な学習に重点をおくコースでは、難易度の高い問題に挑戦する機会を設け、自ら考える時間を長くとる等の工夫をする必要があること。

これを受け本年度は、「補充的・基礎的な学習に重点をおくコース」の生徒に対して、どのような場面で既習事項の確認をするのが良いのか、理解を助けるためにはどのような指導法や教材が効果的なのかを、数式領域について検討していくこととした。

Ⅱ．本年度の研究

補充的・基礎的な学習に重点をおくコースの指導について考えるために、大きく分けて

・習熟度別クラスでは計算力やつまずく内容にどのような特徴や差があるのかを分析し基礎クラスではどの内容をどのタイミングで復習・確認するのが有効かを把握する。

・生徒の理解を助けるために行う、数量関係の「視覚化」について検討する。

という２つの視点をもって研究を行った。

１．「基礎クラス」の生徒の計算力とつまずく内容の分析

(1)　A中学校における習熟度別指導形態

コース分け	指導形態	指導内容・使用教材
希望制 保護者確認有	２クラス３展開 コースは基礎と標準の２コース 基礎コースが１クラス 標準コースが２クラス	指導内容・展開が異なる。特に基礎コースでは既習事項を確認しながらゆっくりと取り組めるようにしている。購入する副教材は同じであるが、授業中に使用するプリントは異なるものも多い。

※３クラスの学年においては、１クラスのみ１クラス２展開で実施している。

(2)　分析のための材料

A中学校では、年に１度全校で「計算コンクール」の取組をしており、その結果を分析材料とした。本年度は 11 月上旬に実施した。

【実施方法】

計算コンクールに向けて、１週間朝学習の時間に類題で計算練習を行う。

計算コンクールは３０分間で実施される。

設定点に届かなかった生徒には単元ごとに補習を行い、事後指導にあたっている。

(3)　分析結果（正答率での比較）

①　１年についての分析

出題範囲　小学校の計算（20 題）・正負の数（10 題）・文字式（10 題）・方程式（10 題）

対　象　標準コース４８名・基礎コース２７名

$\boxed{\text{小学校の計算}}$　小数のかけ算・わり算で大きな習熟の差が見られた。小数点以下の桁数の扱いが十分に理解されていない傾向が見られる。特に小数のわり算で商に０を立てる手順が加わると、基礎コースでは正答率が大きく下がった。また、小数よりも中学校での扱いが多い分数の計算では、手順に約分が含まれる乗除よりも、通分が含まれる加減の方が苦手である傾向が明らかとなった。

問題	標準	基礎	差
1.9×2.4	85%	**67%**	18
7.5×1.06	88%	**52%**	36
$14.4\div4.5$	92%	**67%**	25
$12.06\div1.5$	81%	**26%**	55
$\frac{5}{4}+\frac{1}{3}-\frac{7}{6}$	94%	**59%**	35
$\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{6}{5}$	90%	**78%**	12

文字式の計算　分数を含む計算のほかに、分配法則を用いる計算の正答率に差が見られた。基礎コースでは、特にかっこの前の係数が「-1」の場合につまずきやすくなることがわかった。誤答の多くが

問題	標準	基礎	差
$7x-8-(5x+2)$	85%	**44%**	41
$5(2x-5)+3(4x+3)$	92%	**59%**	33
$4(5x-2)-3(2x+3)$	85%	**59%**	26

$7x-8-(5x+2)=2x-6$ とするものであり、かっこの前に数字が書かれている場合よりも、分配法則が意識されない傾向があった。

方程式　１０問全体の正答率を比較すると，標準コースは 81.5%であったのに対し、基礎コースは 48.7%であった。移項の際の符号の扱いが身についていない生徒が多く、単元終了後も継続して指導する必要があるものと考える。

②　２年についての分析

出題範囲　式の計算（27 題）・等式の変形（3 題）・連立方程式（10 題）

対　象　標準コース５６名・基礎コース２４名

式の計算　分配法則を用いる計算については、１年生と比較すると定着が見られ、標準コースの生徒はほぼ全員が習得している。しかし、基礎コースの生徒の３割程度はまだ理解ができていない状況であった。分数を含む式の計算では、標準コースに多く見られたのは分母を払ってしまう間違いだった。一方、基礎コースでは無回答も多く、分数そのものに対する苦手意識がうかがえる。減法の際の符号の処理も曖昧な生徒が見られた。

問題	標準	基礎	差
$(a-2b)+(3a+3b)$	100%	**83%**	17
$(3x-2y)-(x+2y)$	100%	**74%**	26
$4(x+4y)+3(-x-y)$	91%	**65%**	26
$4(2x-3y)-2(6y-x)$	93%	**74%**	19
$\frac{x+2y}{3}+\frac{2x-3y}{6}$	79%	**65%**	14
$\frac{a-2b}{3}-\frac{a-3b}{4}$	79%	**48%**	31

等式の変形　標準・基礎とも、等式の変形の指導の際には「等式の性質」「１次方程式の解法」を復習したが、全体的に定着率が低い傾向が見られる。指導時、生徒からは「何のために何をしているのかがわからない。」という声が多く上がった。２年生の段階でも、答えが値として求まらないことに違和感をもっている様子である。

問題	標準	基礎	差
$4x+2y=-6\ [y]$	82%	**61%**	21
$-2x-5y=15\ [y]$	70%	**43%**	27
$S=\frac{1}{2}\ell r\ [r]$	68%	**4%**	64

このテストの直後に２元１次方程式のグラフをかく指導を行ったが、標準コースでは式変形することに対するとまどいはあまり見られなかった。しかし符号を変え忘れるつまずきが多く見られた。基礎コースでは式変形の復習に時間がかかり、途中で何のために y について解いているのか目的を見失うなど、混乱する生徒も見られた。

３問目を基礎コースで正解したのは１名のみであった。全体的に誤答として多かったのは、$\frac{1}{2}\ell$ を移項するものである。教科書や問題集を見ても、両辺とも単項式であるものの式変形の取り扱いは少ない。また、今後の指導内容で復習する機会を設けるのも難しい。定着させるための指導法については検討が必要である。

連立方程式　標準コースの生徒は、加減法・代入法、係数が小数や分数の場合、かっこをふくむ場合など、問題の見た目が変わっても安定して解くことができる傾向にある。しかし、基礎コースの生徒は、手順が一つ増えると途端に正答率が下がる。特に分数が出てくるとその処理ができずに、解き進められない生徒が多かった。連立方程式を解く手順そのものが理解できていないわけではなく、それ以前の計算力を高めないと解けるようにならない傾向が浮かび上がった。

問題	標準	基礎	差
$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ -3x+y=-7 \end{cases}$	93%	**70%**	23
$\begin{cases} y=3x-4 \\ y=11-2x \end{cases}$	93%	**61%**	32
$\begin{cases} \frac{1}{5}x+\frac{1}{3}y=\frac{7}{5} \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$	89%	**48%**	41

③　3年についての分析

出題範囲　展開（10題）・因数分解（10題）・平方根（15題）・2次方程式（15題）

対　象　標準コース５０名・基礎コース３０名

展開・因数分解　展開については習熟度別コース間で大きな差は見られなかった。しかし因数分解については、共通因数でくくる問題や文字の前に係数がつく問題で差が見られた。共通因数でくくる問題については、標準コースでも正答率が下がっているため、指導から時間が経ち、忘れてしまったことが考えられる。文字の前に係数がつく項が出てくる問題では、平方数だと判断する感覚が十分に身についていない結果だと考えられる。平方数については平方根や２次方程式の学習の際にも必要な知識なので、身につくまで粘り強く指導する必要がある。

問題	標準	基礎	差
$12a^2-30ab$	78%	**57%**	21
x^2+x-30	100%	**87%**	13
$x^2-16x+64$	98%	**83%**	15
$81-49a^2$	96%	**43%**	53
$ax^2-6ax-16a$	94%	**60%**	34

2次方程式　平方根の考えを使って解く問題では、解く過程で分数や根号を扱う必要がある問題で正答率に差が見られた。また、因数分解を使って解く問題では、一般形になおすという手順が加わると、正答率が大きく変わる傾向も見られた。

問題	標準	基礎	差
$x^2=49$	96%	**70%**	26
$4x^2=25$	82%	**47%**	35
$3x^2-30=0$	80%	**40%**	40
$x^2-7x+12=0$	98%	**80%**	18
$x^2+10=7x$	90%	**60%**	30

例えば、２次方程式 $(x-1)(x-5)=12$ に着目すると、左辺の展開の類題の正答率は 90%、一般形になおした後の２次方程式の類題の正答率は 80%であるにも関わらず、この方程式の正答率は 47%である（標準コースの正答率は 94%）。このことから、基礎コースの生徒にとっては、手順が１つ増えるということが標準コースの生徒に比べて大きなハードルになっていると考えられる。

問題		基礎コース正答率
【展開のみ】	$(x+1)(x-5)$	90%
【一般形】	$x^2-7x+12=0$	80%
【変形して解く】	$(x-1)(x-5)=12$	**47%**

2. ２本の線分図を利用した「等式の性質」の指導（第１学年）

(1) この授業のねらい

・等量関係を具体的なもので示すには、上皿天秤を用いることが多い。上皿天秤は、左辺と右辺が等しいという等式のイメージがとらえやすく、理科の学習でも扱っているので、生徒にとって身近な教材といえる。しかし、授業の場で本物の上皿天秤をそのまま使って等式の性質を調べていくには小さすぎるし、可動式の模型をつくるとすると制作にかなり手間がかかってしまう。描いた図を使って指導すると、左と右で同じ操作をすると釣り合うことを前提としての確認作業となってしまう。また、操作が具体的でわかりやすい分、逆に式に結びつけて考えるのが難しいようである。

・小学校では線分を使って数量や数量関係を表すことが多い。しかし、中学校では面積図を使うことが多く、線分図のときも１本の線分を使うことがほとんどである。小中の連携の視点から、中学校１年生で２本の線分図を利用することが考えられる。また、２本の線分図の方が２つの数量の等量関係であることが明確になり、等号が結果を表す記号であるというイメージを払うことにつながると思われる。

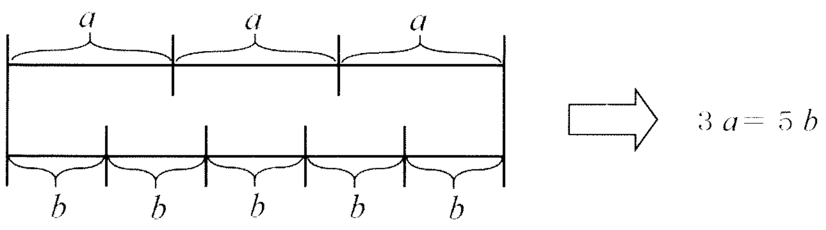
・天秤については、全く扱わないということではなく、数量関係を式で表す学習の際に、天秤を用いて相等関係や大小関係を視覚的に理解させる。しかし、重さを題材とするときは天秤でよいが、代金などの題材で天秤を利用することは適切ではない。例えば、次のような文章から等式をつくる問題では、それぞれ下のような２本の線分図を生徒が自分でかけるように指導する。

① １冊 a 円のノート３冊の代金と、１本 b 円の鉛筆５本の代金は等しい。

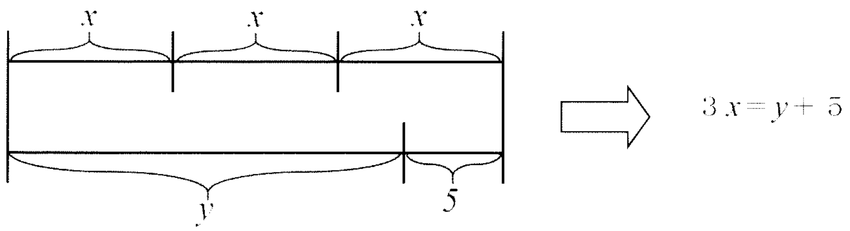
② x の３倍は y より５だけ大きい。

【線分図】

①



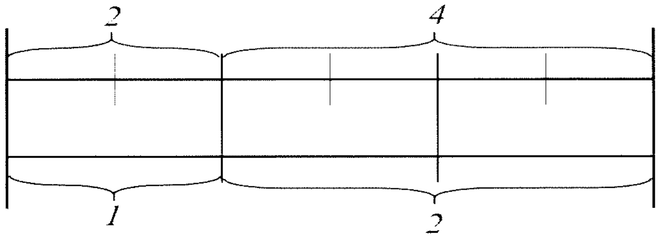
②



・この２本の線分図をかくことに慣れてくると、方程式の学習で利用できるだけでなく、比例式の学習や平成２５年度の都学力調査問題（正答率 26.2%）でも理解力の向上・改善が期待できる。

【調査問題】
A 中学校の第 1 学年の生徒数は 144 人です。A 中学校の第 1 学年の生徒数は、第 2 学年の生徒数の$\frac{8}{9}$ 倍です。A 中学校の第 2 学年の生徒数は何人ですか。

【比例式の線分図】

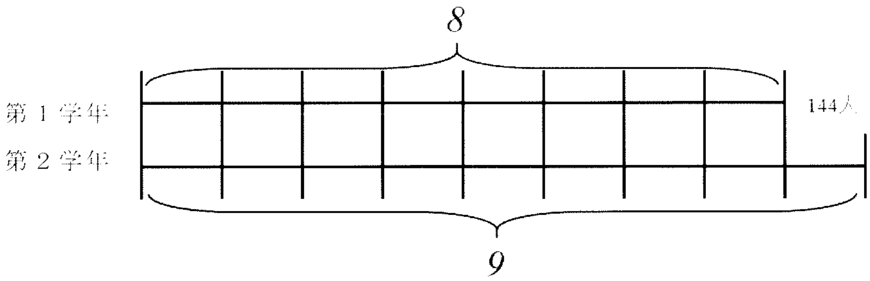


2 : 4　と　1 : 2　の分け方は同じになる。

⇩

2 : 4 = 1 : 2

【調査問題の線分図】



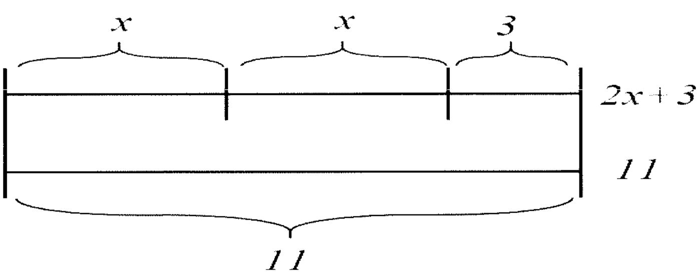
第 2 学年の生徒は第 1 学年の生徒の$\frac{9}{8}$

$144 \times \frac{9}{8} = 162$（人）

(2)　主な授業展開

課題　下の２本の線分は、上の線分が$2x+3$の長さを表し、下の線分が１１の長さを表していて、２本の線分の長さがそろっているので、次の等式を表しています。

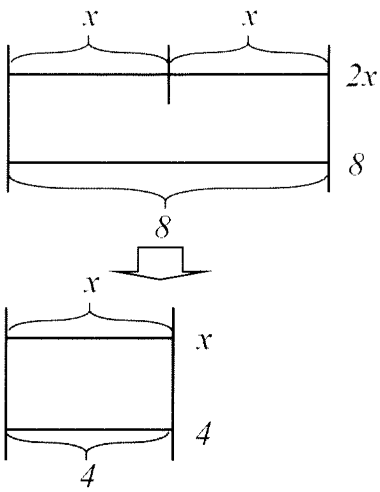
$2x+3=11$



この図を使って、x の値を求めなさい。

S：図を使って、どのようにして求めたのかを説明する。
「両方の線分から３の部分をとると、x が２つ分で８になるから、x の１つ分は４になります。」

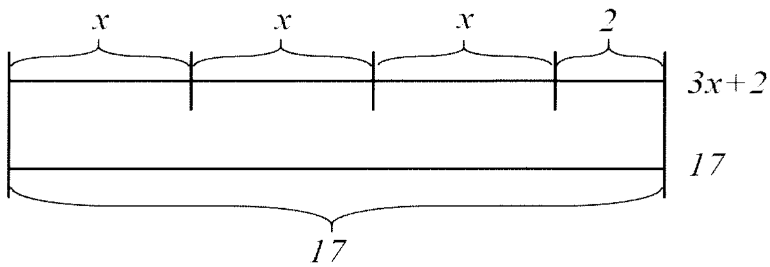
T：生徒が説明したことを確認しながら、等式を変形していく。



$$2x+3=11$$
$$2x+3-3=11-3$$
$$2x=8$$
$$2x\div 2=8\div 2$$
$$x=4$$

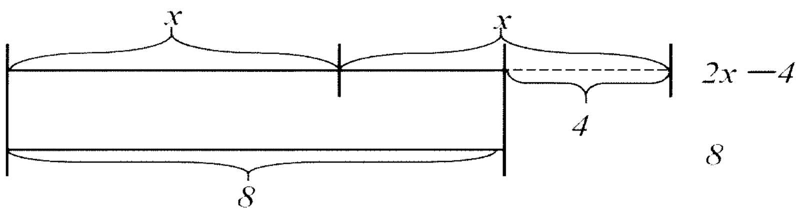
問１　２本の線分図を利用して、次の方程式の解を求めなさい。

$3x+2=17$



問２　２本の線分図を利用して、次の方程式の解を求めなさい。

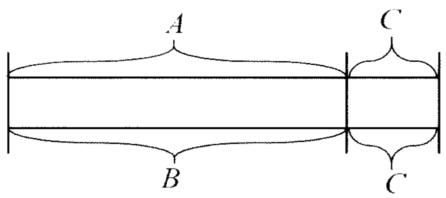
$2x-4=8$



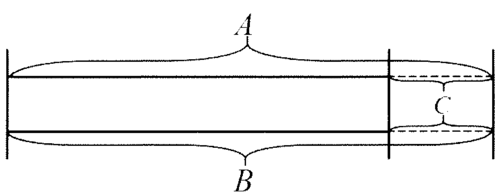
● ２本の線分図で等式の性質を確認する。

A＝B　ならば

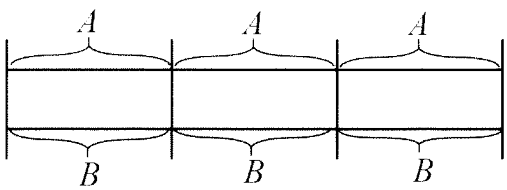
① A＋C＝B＋C



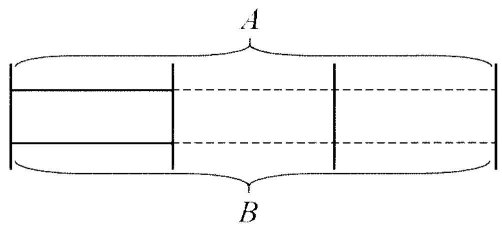
② A－C＝B－C



③ A×C＝B×C



④ A÷C＝B÷C



Ⅲ．まとめと今後の課題

本年度、数式領域に関する習熟度別授業の研究を進め、以下のようなことがわかった。

① 習熟度別にクラス編成をすると、教師の予想を超えて計算力や問題理解力に大きな差が生じていることがある。

② 基礎コースの生徒は、標準・応用コースの生徒に比べて、１つ手順が増えることで難易度が高くなると感じるようで、無回答や計算ミスが増えるようになる。

③ 基礎コースの生徒は、分数の計算や分数の形をした文字式を扱う際につまずく傾向があり、その都度丁寧な確認をする必要がある。

④ 割合や等量関係をとらえることが苦手な生徒には、小学校での指導を意識し、線分図などを利用して視覚化して示すことが理解の助けとなる。

本年度の分析・調査を通して、授業者は基礎・標準・応用など、それぞれのコースの理解力や理解に至る過程の特徴を的確に把握し、授業を組み立てることが不可欠であることを改めて実感した。また、習熟度別基礎コース内でも理解力に個人差があることが多く、更なる指導の工夫が必要であると考える

これらのことを踏まえ、今後は以下のことを課題として研究を進めていこうと考える。

① 既習事項（分数の計算など）に関するつまずきを解消するための手立てとタイミングについて検討し、指導計画の作成を目指す。

② 習熟度別基礎コースに着目した、数式領域での到達基準の設定に向けて検討を進める。

③ 小中連携を視野に入れ、具体物や線分図などを用いて「視覚化」する指導案の作成および指導実践・検証を目指す。

④ 生徒が自分で問題を「視覚化」できるようにするために有効な指導法の検討を進める。

平成２８年度　数式委員会　委員名簿　　（◎・・・代表者）

伊藤　晴美（稲城市立稲城第六中学校）	岩田　拓実（八王子市立由井中学校）
内山　治之（小平市立上水中学校）	桐ヶ谷光子（青梅市立泉中学校）
銀杏　祐三（清瀬市立清瀬第四中学校）	久我正次郎（葛飾区立奥戸中学校）
斉藤　彰仁（練馬区立開進第三中学校）	鈴木　直孝（八王子市立由井中学校）
松本　信之（国分寺市立第三中学校）	◎矢澤　理恵（中野区立第四中学校）
依田　真紀（日野市立七生中学校）	

＜共同研究者＞

赤田　正慶（東大和市教育委員会）	安藤　暁（府中市立府中第七中学校）
勢子　公男（元東京都公立中学校）	畠中　聡（練馬区立大泉学園桜小学校）

身近な問題を解決する学習を取り入れた指導

～席替えの確率と数え上げの問題～

東京都中学校数学教育研究会　確率統計委員会

1　研究のねらい

学習指導要領の改訂以降,「資料の活用」の領域が新設された。本委員会は，資料の活用の指導では，資料を整理するだけで終わることなく，統計処理をした資料の傾向を分析する指導が大切であると考えた。そこで，日常生活や社会における課題を取り上げ，その傾向を調べるために必要な資料を収集し，活用する力を育成することをねらいとした学習指導案を毎年作成し，実践している。

今年度は,生徒誰もが体験している「席替え」を課題として取り上げた。身近な題材である席替えのパターンを数え上げる方法やその確率について学習することで,数学に対する関心が増すと考え,この主題を設定した。席替えの座席のパターンを数え上げる方法を考えたり,簡単な場合の実験を行ったりすることで,多くの生徒が主体的に学び，数学に対する苦手意識を克服し，思考力・判断力・表現力が高まると考えた。

2　研究の内容

学級においてくじ引きで席替えを行った際，元の席と同じ場所になる生徒がいる場合がある。このような場面は,誰もが一度は目にしたことがあるだろう。しかし,実際にはどの程度の確率で起こることなのかを考える機会は少ない。そこで,「席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率」を課題として設定した。

課題を明確にするため,男女の別や班長などの係り分担は考えず,くじ引きによる席替えとする。このくじ引きは，どのくじを引く確率も同様に確からしいとする。また,くじを引く順番は結果に影響しないことは既習である。授業では,席と生徒に1～nまでの通し番号を付け,席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率を求めることとした。

確率を求めるに際しては,実験を行う活動や,樹形図などを用いる活動を行わせることで,生徒の多様な考えを引き出し,興味・関心を高めた。

3　学習指導案

(1) 単元名　確率

(2) 単元の目標

① 確率の必要性と意味を理解することができる。
② 簡単な場合について確率を求めることができる。
③ 確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することができる。

（３）授業展開

	学習内容	学習活動	指導上の留意点
導入	・身近な確率について考えさせる。 ・席替えについて考える。	・生活の中で,確率を求めてみたいと思う場面を発表する。 例）じゃんけん,天気予報,宝くじ,ゲーム,席替え（くじ引き）	
展開	**席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率*1を求める。**		
	・どうやって求めるかを考える。以下の①,②の方法を挙げる。 ①実験して確率を調べる。 ②樹形図などを用いて確率を求める。 最初から 35 人の場合で考えるのではなく,3~5 人等少ない人数で考え,人数が増えたときの確率を予想する。	・クラスを,①の班,②の班に分け,調べさせる。 ①１～５まで書かれた５枚のカードを用意し,よく切って順番に並べる。並べたカードの番号をｎとし,ｎ番目の場所にｎの書かれたカードが置かれたかどうかを調べる。全てがバラバラで,どこも一致しなかった場合,席替えによって全員の席が変わった場合を表している。 （透明な筒と色の付いたボールで同じような実験ができる。ボールをランダムに筒の中に入れたとき,筒に入ったボールの色が,あらかじめ筒に書かれている色の順番に１つでも一致した場合,それは「席替えをしたのに席が変わらない人がいる場合」として数える。） ②樹形図を班員で分担してかいていく。樹形図以外にも座標のように書いたり,3~5 桁の数字で書いたりと工夫できると良い。 ・それぞれの方法で求めた確率が,同じような結果になったか確認する。	・課題を明確にしなければならない。 ・等しくくじで席を決めるものとする。 ・樹形図の便利さを説くが,座標のように書いたり 3~5 桁の数字で書いたりする工夫を示唆できると良い。
まとめ	・２ つの方法で求められた確率をもとに考える。 ・樹形図を利用すること ・６ 人，７ 人…の場合を予想する。 ・９人の場合をコンピュータで試行する。	・実際に樹形図で書くのは大変そうであることに気付く。 ・確率が一定の値に近づくことを説明する。（図４参照） ・重なりや不足がなく数えていくことの重要さを理解する。	

*1 全員が異なった席に座る場合の余事象の確率である。

1番目の席	2番目の席	
生徒1	生徒2	×
生徒2	生徒1	○

図1　n =2 の場合の樹形図（○は,全員が前と異なる席になった場合を表す）

1番目の席	2番目の席	3番目の席	
生徒1	生徒2	生徒3	×
	生徒3	生徒2	×
生徒2	生徒1	生徒3	×
	生徒3	生徒1	○
生徒3	生徒1	生徒2	○
	生徒2	生徒1	×

図2　n =3 の場合の樹形図（○は,全員が前と異なる席になった場合を表す）

1番目の席	2番目の席	3番目の席	4番目の席	
生徒1	生徒2	生徒3	生徒4	×
		生徒4	生徒3	×
	生徒3	生徒2	生徒4	×
		生徒4	生徒2	×
	生徒4	生徒2	生徒3	×
		生徒3	生徒2	×
生徒2	生徒1	生徒3	生徒4	×
		生徒4	生徒3	○
	生徒3	生徒1	生徒4	×
		生徒4	生徒1	○
	生徒4	生徒1	生徒3	○
		生徒3	生徒1	×
生徒3	生徒1	生徒2	生徒4	×
		生徒4	生徒2	○
	生徒2	生徒1	生徒4	×
		生徒4	生徒1	×
	生徒4	生徒1	生徒2	○
		生徒2	生徒1	○
生徒4	生徒1	生徒2	生徒3	○
		生徒3	生徒2	×
	生徒2	生徒1	生徒3	×
		生徒3	生徒1	×
	生徒3	生徒1	生徒2	○
		生徒2	生徒1	○

図3　n =4 の場合の樹形図（○は,全員が前と異なる席になった場合を表す）

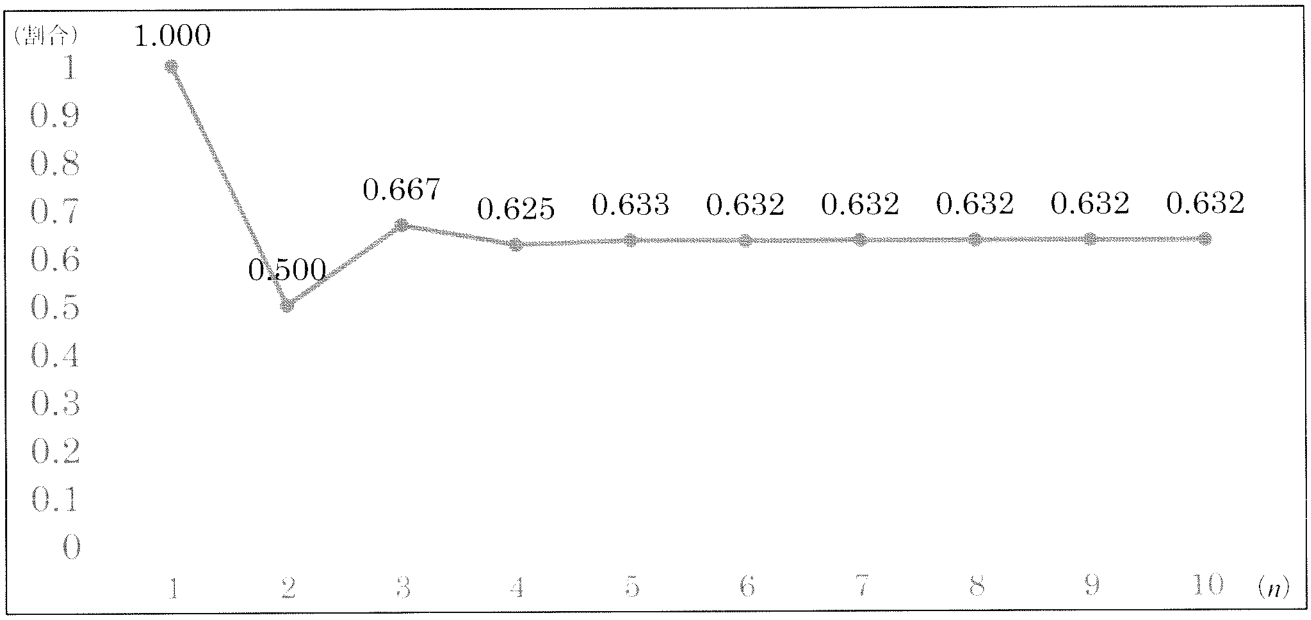


図4　席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率（n=10の場合まで）

4　席替えの確率について

数学の問題としては完全順列の考え方を利用することになる。整数 1,2,3,…,n を要素とする順列において，i 番目（$1 \leq i \leq n$）が i でない順列である。この順列の総数はモンモール数といい，これを n の階乗で割ったものが，前の席と同じ場所にならない確率となる。

（1）全員が異なった席に座る場合

全員が異なった席に座る場合とは，整数 1,2,3,…,n を要素とする順列において，i 番目（$1 \leq i \leq n$）が i でない順列に相当する。これを完全順列といい，この順列の総数をモンモール数という。完全順列 $a_1, a_2, a_3, \cdots a_{n-1}, a_n$ を考える。

① 1人で席替えをしたときに，異なった席に座る場合の数
この場合はない。　　すなわち，　$a_1 = 0$

② 2人で席替えをしたときに，全員が異なった席に座る場合の数
(2,1)*2 の1通りである。すなわち，　$a_2 = 1$

③ n 人で席替えをしたときに，全員が異なった席に座る場合の数
n 番目に座る人の選び方は1から$(n-1)$までの$(n-1)$通りである。ここで選んだ人を i とする。

*2 この座標は，1番目の席に2が，2番目の席に1が座っている場合を表している。

ｉ）i 番目に n が座っている場合
i 番目に座った n と n 番目に座った i を除く$(n-2)$人の座り方の総数は，

$(n-2)$人による完全順列の数，すなわち a_{n-2} に等しい。

例えば，5人で席替えをしたときに，(5，◇，◇，◇，1)のようになった場合，2，3，4の3人による完全順列の数に等しくなる。

ⅱ) i 番目に n が座っていない場合

n 番目に座った i を除く $(n-1)$ 人の座り方の総数は，$(n-1)$ 人による完全順列の数，すなわち a_{n-1} に等しい。

例えば，5人で席替えをしたときに，(◆，◇，◇，◇，1)のようになった場合，◆に5が座らないとすると，5番目に座った1を除く（2～5の）4人の座り方の総数は，この4人による完全順列の数に等しい。

つまり，2は2番目に座らない，3は3番目に座らない，4は4番目に座らない，5は1番目に座らない順列の数が，4人の完全順列の数に等しくなる。

ⅰ)，ⅱ) より

$$a_n = (n-1)(a_{n-1} + a_{n-2}) \qquad (n \geq 3)$$

①，②，③より

漸化式を解くと，$$a_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{(-1)^k n!}{k!} \qquad (n \geq 2)$$

(2) 全員が異なった席に座る確率

全員が異なった席に座る確率を p とすると，

$$p = \frac{a_n}{n!} = \sum_{k=2}^{n} \frac{(-1)^k}{k!} \qquad (n \geq 2)$$

(3) 席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率

席替えをしたのに席が変わらない人がいる確率を q とすると，

$$q = (1-p) = 1 - \sum_{k=2}^{n} \frac{(-1)^k}{k!} \qquad (n \geq 2)$$

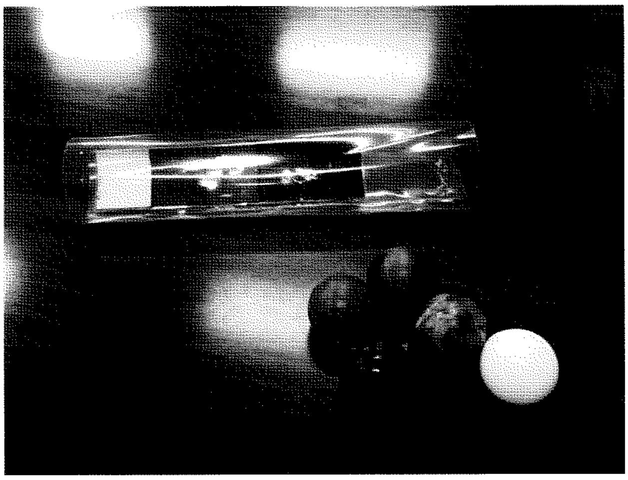
5　まとめと今後の課題

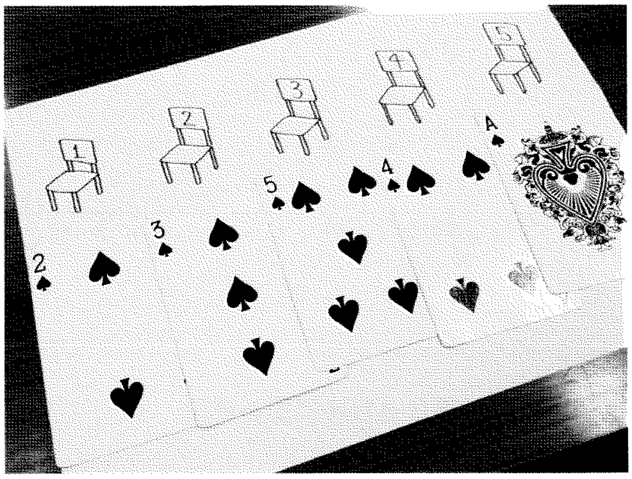
（1）生徒にとって身近な問題を提示することで，主体的に考え，様々な事象に関心をもち，意欲的に取り組むことができると考える。

（2）樹形図を活用して全てのパターンを漏れのないように書き出すことで，漠然とした確率のイメージを明確にすることができる。

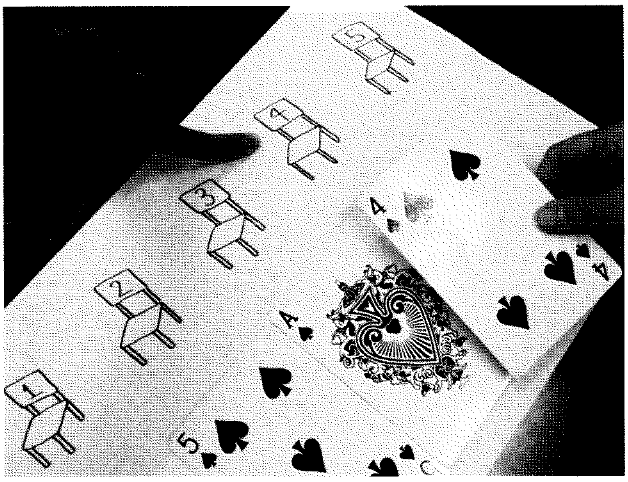
（3）$n=5$ の場合，6 の場合，7 の場合…と増やしていく過程で，樹形図が複雑になっていくため，規則性がないか，計算で求めることはできないかを考えさせるきっかけになり，数学的な見方や考え方を養うことができる。

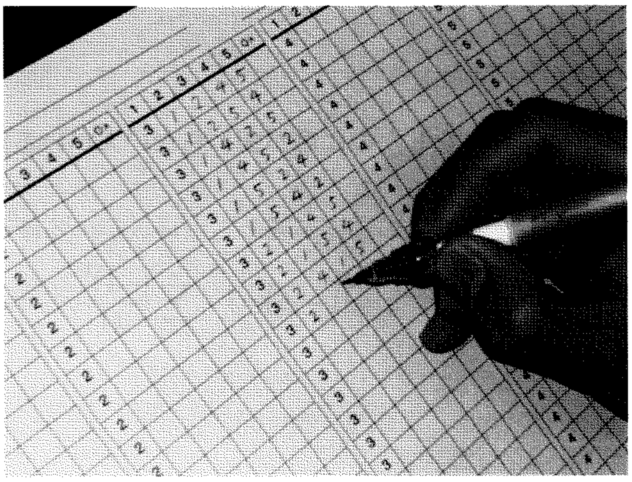
6　教材の工夫





7　活動の様子





8　授業で使用するワークシート

年　組　番 名前　　　　　　　　　No ？？　　　授

《席替えしたのに席が変わらない確率》

1 席替えをしたのに再び同じ席になってしまったという経験はないだろうか。
実際にどのくらいの確率で起こる事なのか、調べてみよう。

問題
３５人のクラスで席替えをする。男女や班長などの係り分担は考えず、くじ引きによる席替えとする。このくじ引きは、どのくじを引く確率も同様に確からしいとする。くじを引く順番は結果に影響しない。このとき、席が変わらない人がいる確率を調べなさい。

★３５人で席替えをしたときのパターンの数を考えると、

３５×３４×３３×・・・・×３×２×１ 通り

となり、膨大になってしまう。

そこで、少ない人数で席替えした場合を考え、その結果から３５人で席替えをしたときの確率を予想しよう。

今回は、５人で席替えをした場合を考える。

方法① 実験によって調べる。
１～５まで書かれた５枚のカードを用意し、よく切って順番に並べる。並べたカードの番号をｎとし、ｎ番目の場所にｎの書かれたカードが置かれたかどうかを調べる。

方法② 樹形図によって調べる。
５人が席替えをしたときのパターンを樹形図を利用して全て書き出し、その中で席が変わらない人がいるパターンを数える。

No ？？

方法①

	1	2	3	4	5	○×
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						

	1	2	3	4	5	○×
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						
34						
35						
36						
37						
38						
39						
40						
41						
42						
43						
44						
45						
46						
47						
48						
49						
50						

５０回中　　　回、席が変わらない人がいたので、確率は

方法2

1	2	3	4	5	○×
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					
1					

1	2	3	4	5	○×
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					
2					

1	2	3	4	5	○×
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					
3					

1	2	3	4	5	○×
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					
4					

1	2	3	4	5	○×
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					
5					

１２０パターン中　　　回、席が変わらない人がいるので、確率は

東京都中学校数学教育研究会　研究部　確率統計委員会

荒川区立第一中	先﨑菜美	荒川区立第三中	青木健嗣
荒川区立第三中	西川慶介	大田区立羽田中	小島宏一郎
国分寺市立第五中	橋本麻衣子	品川区立品川学園	高橋一恵
渋谷区立笹塚中	笠原和彦	世田谷区立砧南中	迫田紗代
世田谷区立砧南中	塩出孝弘	世田谷区立砧南中	菅原亮
世田谷区立砧南中	吉田賢司	世田谷区立千歳中	櫻井章司
世田谷区立八幡中	森田智	世田谷区立用賀中	石綿健一郎
世田谷区立用賀中	草開宣晶	東京都教育委員会	青海正
豊島区立西巣鴨中	堀江宏徳	中野区立第十中	菅亮太
中野区立緑野中	田代雅規	中野区立緑野中	仁田勇介
武蔵野市立第二中	山本康久	目黒区立東山中	原田菜子
元東京都公立中	中西知眞紀		

関数における速さの指導

〜関数 $y = ax$ の a の意味と第Ⅰ象限から全象限への拡張〜

研究部　関数委員会

1．研究のねらい

関数と速度の理解については，本委員会の研究で，速度を向きがある速さとして捉えることに課題があることがわかった。そこには，「正負の数を反対の向きの量を統一してみること」と「全象限に拡張されたグラフの意味，表の意味」とのつながりが弱く，正負の数での学習内容が活かされていないと考えた。また，速さの概念と関数は密接な関係があるにも関わらず，その関係が関数指導で意味づけされているとは限らないことがわかった。そこで本年度は，関数における速さの指導について，次のねらいで研究を進める。

・正負の数と速さの関連について，教科書分析を通して把握する。
・関数における速さの指導について，指導計画に位置づけ，指導案を作成して研究授業を実施し，その指導の妥当性を探る。

2．研究の経過

（1）速さに関する研究の経緯

本委員会における平成２４～２７年度の研究で，変域の負への拡張や関数$y = ax$，$y = ax + b$ のa が負の値を含む具体的な場面の課題として，列車のすれ違いと追い越しという場面や，水槽の水位が変化する場面を取り上げ，「関数の利用」や「グラフのよみ」の実践を行った。そこでは，a が正負の両方の値をとること，それらが反対の向きの量を表していることの理解に困難性があることがわかった。また，速さに関するグラフのよみの調査では，次の課題が見られた。1)

・２台の車の走る方向がグラフからよみ取ることができていない。特に，右下がりのグラフのよみ取りに困難性がある。
・傾きぐあいと速さの関係について，生徒の理解に揺らぎがある。

水槽の水位は，変化が目に見えることもあり，グラフとの関連づけがしやすいが，向きがある速さは，関数指導で意味づけされていないこともあり，理解に困難性がある。このことから，速さに関する課題を通して関数$y = ax$ のグラフの指導を行うとともに，a の意味の理解を深め，グラフのよみの理解に繋げていくことが必要であるという考えに至った。

（2）数の拡張と中１関数学習における座標平面の拡張

中１の関数学習に至るまでは，次の流れをとる。

正負の数 ⟶ 文字と式 ⟶ １次方程式 ⟶ 関数

正負の数の単元では，数の範囲を負の数にまで拡張することにより，

(a) 反対の方向や性質をもった数量を，基準を定めて＋や－を用いた数で表すこと
(b) 反対の向きの量を統一してみること
(c) 四則がいつでもできるようになること

ができるようになる。これらを踏まえ，中１の比例を含む関数の学習が行われる。

小学校の比例の学習と違う点としては，

（ア）変数の変域を負の数も含めて拡張して比例をとらえる （イ）グラフは座標平面上の第Ⅰ象限から全象限に拡張して考える （ウ）比例定数a の範囲も負の数まで拡げてその意味をとらえる

の３つが挙げられるが，現状では(a)～(c)の関連を意識せずに指導が行われていることが多い。また，(ア)～(ウ)の学習の後に，問題解決における変化の割合の見方や考え方の利用の学習に繋げていくが，多くの指導は，x の変域が第Ⅰ象限に限られ，$y = ax$ で$a > 0$ の場面で課題を設定しており，小学校と同じ内容に留まっているのが現状である。つまり，座標平面や変数x，y，比例定数a を負の数まで拡げているにもかかわらず，利用や活用の場面では既習事項が活かされていない。例えば，次のようなことがあげられる。

・具体的な場面から関数$y = ax$の式を導き，比例の定義をしているにも関わらず，変数xが負の数になる場合について考えさせていない。また，表は，変数xが正の数または０の場合のときのみを扱う。
・比例定数aが負の数になる場面を考えさせていない。
・座標平面を第Ⅰ象限から全象限へ拡張させたあとは，点の集合としての$y = ax$のグラフ（直線）を確認し，幾何的な見方で$a > 0$と$a < 0$のグラフをかかせる程度にとどまっている。

このように，関数学習において，変域の拡張や座標平面の拡張などが行われていても，具体的な場面での問題解決に活かされていないことがわかった。

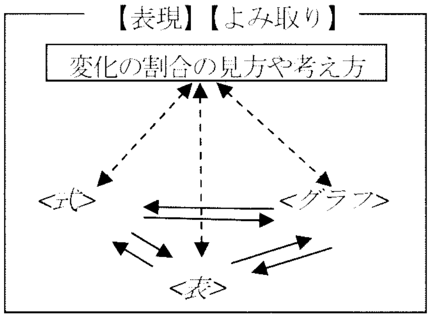
（３）関数における「速さ」の指導上の課題

本研究の関数における速さに関する学習については，次の３点を研究の重点として行ってきた。
・速さの意味を変化の割合を通して理解し，グラフのよみで，速さの概念を捉え直そうとすること
・関数$y = ax + b$ のaの値が変化の割合を表すとともに，向きを持った速さ（速度）として正負の両方の値を取ること，それらが反対の向きの量を表すということをも理解すること
・関数$y = ax + b$ のbの値が基準の時間における位置を表すことを理解すること

しかし，「正負の数」と「速さ」の関連づけが図られていないことから，指導において次の課題を見いだした。
・グラフをかく指導の基礎的な部分で，正負の数とのつながりをつけることが課題である。
・正負の数では東西の移動のみで，１次元での扱いであるが，関数では２次元での扱いとなることに理解の困難性が見られる。また，$y = ax$はグラフ上では形状が変わり，aの符号が，反対の向きの量を表すが，グラフと実際との関連づけが意識しづらい。

（４）「速さ」に関する指導方針

これまで，本委員会では，全学年を通して，右の図のような表・グラフ・式を一体化した指導が必要であり，その指導を通して，【表現】【よみ取り】に「変化の割合」の見方や考え方を考察の道具として利用していくことが重要であることを述べてきた。速さに関する関数学習においても，速さと変化の割合を関連させ，その考察を通して学習を深めることを重点としてきた。「向きがある速さ」は，変化の割合そのものである。つまり，速さに関する学習場面でも右の図の関係を意識した展開の指導方針をとる。



３．中学校数学における「速さ」について－教科書調査からの示唆－

物体の運動の遅速と運動の方向を合わせ考えたものを速度といい，方向を考えない速度の大きさのことを速さということがある。[2] この意味における「速さ」は，方向は考えないものであるが，本委員会では，「速さ」という言葉を使いながら，「速さ」と「正負の数」とのつながりをもたせ，「速さ」について，方向までも学習の対象として考察していくことにする。

本研究のねらいから，中学校関数指導において，その繋がりを重視し，それらを学習内容として位置づけ指導を図る研究を行う。そこで，ここでは以下の（１）～（３）の３点について考察を行う。

（１）小・中の算数・数学における「速さ」に関する学習の繋がり

速さに関する学習は，小・中学校の算数・数学について概観すると次の流れとなる。

①小５：単位量当たりの大きさと意味についての指導
　ア．同種の２量の割合で表す値
　イ．異種の２量の割合で表す値
　　（例）ひなさんの家の６０m^{2}の畑からは３１５g，はるさんの家の９０m^{2}の畑からは４６８gの大根が穫れました。どちらの畑の方が取れ高がよいといえるのでしょうか。

②小６：小５の異種の２量の割合の学習を受けて，速さが「時間」と「道のり」の２つの量に関係していること，どちらが速いかを比べるにはどのようにすればよいかを考えること，について学習する。そして，単位量当たりに進む道のりを速さとし，速さの定義を知る。

③中１：「正負の数」では，時速○kmで東の方向に進み，１時間後，２時間後の位置などを問う。
「文字と式」では，(速さ)×(時間)の言葉の式を利用して文字を使い，道のりや速さを文字式で表す。
「１次方程式」では，１次方程式を使い，速さに関する問題を扱う。
④中２：「連立方程式」では，連立方程式を使い，速さに関する問題を扱う。
「１次関数」では，直線の式の意味を，直線の傾きや速さの視点で捉える。
⑤中３：「関数$y=ax^2$」では，ボールが落ち始めてからの時間と落ちる距離などについて，その変化の割合を調べ，平均の速さの考えを学習する。

学習の流れを概観すると上記のようになるが，現行の教科書では，正負の数や１次関数などにおいて，突然「マイナスの速さ」という表現を見かける。例えば「時速－５km」である。速さの定義は小学校で行われているが，それは道のりも時間も正の数の範囲である。中学校数学で扱われる数の範囲が拡張されたとき，速さの定義も新たにする必要があろう。

（２）中１教科書における「正負の数」と「速さ」との繋がり

①「正負の数」に関する先行研究からの示唆

本研究に関わる先行研究として，大西康太・中西正治の研究[3]があげられる。

大西らは教科書には正負の数の見方が３通りあることを指摘している。

ⅰ　一元的　(例)５００円の収入を＋５００円と表すとき，４００円の支出は－４００円
・・・２つの相反する要素(二元)に対して正負の数を用いる場合
ⅱ　二元的Ⅰ　(例)基準，得点１０点に対して，どれだけ多いか少ないか。７得点は－３得点。
ⅲ　二元的Ⅱ　(例)「３個少ない」ことを－３を使い「－３個多い」と表す。
多い，少ないの一方の言葉「多い」を使い，状態を表す。

そして，大西らは次の内容関連とともに学習の混乱が困難性を生じさせていることも指摘している。

- 中２の変化の割合で，一方の言葉「増加量」と正負の数＋，－を使用し，一方の言葉「yの増加量－3」など増減を表現し，１つの言葉で表現する。
- 一方では二元の意味で符号を説明し正負の数を定義しながら，一方では一元の意味で負の数の利用を行っている。

②中１「正負の数」と「速さ」に関する教科書調査[4]

(略。別紙参照)

（３）関数学習における「速さ」の定義とその指導

（２）の教科書調査から，向きがある速さについては，生徒に無理のない指導過程を踏み，その定義をすることが重要であることが判明した。現行の教科書では，向きがある速さについて，その背景となる学習や概念を十分に考察されないまま与えている傾向にあるからである。例えば，「西に向かって分速70mを分速－70m」と与えているものがある。正負の数において，時間や位置・道のりなどを表すことについて学習してきたが，速さについては，それとは異なるものがある。小６の定義に従って，ここで簡単にマイナスの速さを定義してしまってよいのだろうか。

向きがある速さは，正負の数，数の拡張，関数学習の変域の拡張，グラフの第Ⅰ象限から全象限への拡張などの学習内容を十分踏まえ，生徒の理解の立場に立った指導を考えなければならない。

以上のことから，本委員会では，中学校の符号のついた速さについて，

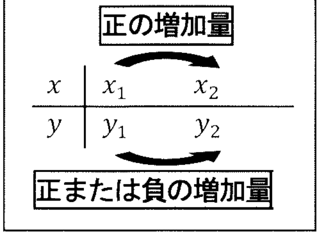
(速さ)＝(負の数を使って方向を含めて表した道のり)÷(時間)

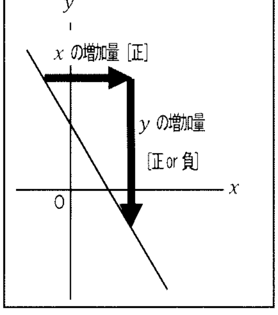
の意味，マイナスも現れることを理解させ，その後に速さを定義する。

ここでいう速さは，変化の割合，すなわち

(yの増加量)／(xの増加量)

を求めるときの指導のように，xの増加量は正の増加量として捉え，yの増加量は正負のどちらかの増加量として捉えさせる。(右図参照)





４．第１学年　関数における速さの指導

（１）中１関数指導計画

時数	項目
1・2	ともなって変わる量
3・4	関数$y=ax$
5	関数$y=ax$のグラフ(座標とグラフ)
6(本時)	関数$y=ax$のaの意味とグラフ(向きがある速さ)　　※本冊子 pp.4・5 参照
7	練習問題
8	式の決定
9・10	反比例とそのグラフ
11	式の決定
12・13・14	関数の利用
15	練習問題

（２）本時の指導案

◎本時のねらい

・具体的事象を通して，表や式から関数$y=ax$のグラフをかく。
・関数$y=ax$のaの意味を，表やグラフから理解する。
・向きがある速さを，関数$y=ax$のaの意味やグラフなどから理解する。

◎本時の展開

学習活動	学習の流れと主な発問	指導上の留意点
課題場面１を把握する	課題場面１ 南北に通じる道路上を，太郎さんは歩いています。 太郎さんは時速3kmで北の方向に進み，ある時刻に地点Oを通過しました。 (1)　太郎さんは２時間後にはどこにいるでしょうか。 (2)　太郎さんは２時間前にはどこにいたのでしょうか。 (3)　地点Oを通過してからのx時間後のOから北への地点をy kmとします。xとyの関係を表や式で表してみましょう。 (4)　表をもとに，xとyの関係をグラフに表しましょう。 (5)　1.5時間後は，太郎さんはどこにいますか。 (6)　2.5時間前は，太郎さんはどこにいましたか。 (7)　太郎さんが時速3kmで歩いていることは，グラフ上のどの部分をみれば確かめられますか。 (8)　(4,12)は通っていますが，これは正しいでしょうか。	・まっすぐな道の写真を見せる。写真に地点Oを入れておく。 ・黒板に縦の直線をかき，太郎さんが歩いている様子を示す。 ・Oから北へ6km地点を＋6kmとすると，Oから南へ6km地点は－6kmと表すことができることを確認する。 ・２時間前は－２時間後であることを確認する。 ・xの値が負の数の場合も表にまとめさせる。 ・第Ⅳ象限までの座標平面が印刷された紙を生徒に配布する。
課題場面２を把握する $y=ax$で$a<0$のグラフをかく	課題場面２ 南北に通じる道路上を，花子さんは歩いています。 花子さんは時速３㎞で南の方向に進み，ある時刻に地点Oを通過しました。 (9)　花子さんは２時間後にはどこにいるでしょうか。 (10)　花子さんは２時間前にはどこにいたのでしょうか。 (11)　地点Oを通過してからの時間をx時間，Oから北への距離をy kmとして，xとyの関係を表や式，グラフで表してみましょう。	・課題場面１で使った縦の直線を利用して，花子さんが歩いている様子を示す。 ・２時間前は－２時間後であることを確認する。 ・xの値が負の数の場合も表にまとめさせる。

	(13)　1.5 時間後は，花子さんはどこにいますか。 (14)　2.5 時間前は，花子さんはどこにいましたか。 (15)　(4, −12) は通っていますが，これは正しいでしょうか。	・第Ⅳ象限までの座標平面が印刷された紙を生徒に配布する。
$y = ax$ の表，グラフ，式の特徴をまとめる	(16)　太郎さんや花子さんの歩いていくようすを，表，グラフ，式で調べました。２つを比べてどんなことがわかりますか。 ・速さが同じでも，方向が違うと，表，グラフ，式は反転していることを確認する。 ・北の方向に進む速さを時速＋3km とすると，南の方向に進む速さは時速−3km となることを確認し，表，グラフ，式でその概念をつかむ。	・何をいってよいか，わからない生徒には「共通点は何ですか」,「違う点は何ですか」を問い，考えさせる。 ・反応がない場合は「共通点は何ですか」「違う点は何ですか」と問い，考えさせる。 ・反転という言葉には，様々な意味があるであろう。直感的に表，グラフ，式がイメージできればよい。

（３）研究協議

① 授業者から

・導入で，まっすぐな道の写真を見せたが，分かりづらそうだった。
・表をかかせたが，マイナスの範囲を考えていない生徒が多かった。グラフはスムーズにかけていた。
・課題場面２は課題場面１の感覚で解いている生徒が多かった。
・花子さんのグラフは，マイナスや課題場面１と意味や違いを捉えていなく，同じグラフをかいている生徒がいた。
・式の意味（$y = 3x$ の３や $y = -3x$ の−3）を捉えさせなければならなかった。
・２時間前が−２時間後になることや，課題場面１のところで O から北へ 6km 地点を＋6km とすると，O から南へ 6km 地点は−6km と表されることの確認ができていなかった。

② 課題場面１について

・課題を導入するまでの生徒とのやりとりがやや速い。また，写真を使ったが，生徒から意見が出る前に先生が答えていた。
・課題を，図を使って，生徒全体が理解できたか丁寧に課題理解させたい。
・生徒の発言に教師がすぐに「いいね」「そうですね」と正解していることを伝えたが，その答え以外に生徒は考えていなかったのかを教師は把握し，授業で取り上げたい。
・(1),(2)基準を明確にしていない生徒がいた。
・(1),(2)は簡単に生徒とやりとりしながら，問題理解させる程度にして，(3)につなげたい。
・(2)で，「２時間前」を「−２時間」と表すことを必ず確認する。その後の指導で「O から南へ 6km の地点」が「−6km の地点」であることへつなげることが大切であると同時に，この授業のねらい（＝グラフ上でのマイナスの意味を考える）達成のポイントである。
・(3)で，生徒がグラフをかくとき，目盛はノートの罫線やドットを使っていた。
・３つの表を扱い，よかった。
・グラフには x 軸と y 軸に単位を，y 軸には南北も書き込ませるとよい。
・太郎と花子のグラフは１枚の用紙に書かせる。
（2 枚別々にかかせたために，生徒の理解がみえたことはよかった）
・方向と位置を捉えさせるために，負の導入を丁寧に扱う必要がある。

③ 課題場面２について

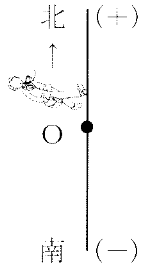
・(10)で，「O から南へ−6km の地点」と記述した生徒に「太郎さんと方向を揃えるとどうなりますか」と問うと「O から北へ 6km の地点」と書き換えた。

・(11)で，「どうして（比例定数は）－3なのですか」と問うと，「逆の方向だから」と答えられていた。
　符号が方向を表していることは理解できていたのではないか。

④　全体を通して
・この授業のねらいについて，以下の教材観で考察する。
　ア　反対の向きの性質をもった数量を，基準を定めて＋や－を用いて表すことができる。
　イ　正負の数について，反対の向きの量を統一して捉えたり使ったりすることができる。
・本時のねらいについて，次のことを確認する。
　ア　座標平面上のO，x軸上の正負の数，y軸上の正負の数の意味を，上記①②で捉えることができる。
　イ　関数$y = ax$で表されるグラフは，aの値によって形状が決まることを理解する。
・具体的な事象に関する式であれば，事象の解釈ができるようにする。
　＜形状＞
　・aの絶対値の大きさにより，傾き具合が決まる。
　　$a > 0$ …右上がりの直線　$a < 0$…右下がりの直線　→　日常場面に戻したときに理解解釈が欠落している。
　＜事象＞
　・aの絶対値の大きさが大きいと1あたり量が大きい。（例　速い）
　・aの正負により，反対向きの意味でグラフを捉える。正・負の一対の価値判断をする。
　　（例　北・南の方向に行く。同じ時刻にOを通る場合は反対方向）
・課題場面1と2は別々に課題と捉えることもできる。連動していることを示す。
　（案1）課題場面1はそのまま，課題場面2に入るときに条件を与える。
　　・花子と太郎はある時刻は同じ場所にいた。太郎の動きを表す座標平面上に，花子の動きを表すグラフを工夫してかいてみよう。
　（案2）課題場面1，2を網羅する。太郎と花子の動きが把握できる課題場面に変える。
　（その他）条件をはっきりさせる。
　　・太郎と花子は同じ時刻に基準Oにいる。進む方向は反対の向きである。
・指導案(7),(8)はカット。上記①②の内容の充実に専念する。
・生徒の主体的な活動ができる展開にする。
　（例）先生からの発問をひとつひとつ考えるより，時には大きめの発問（主発問）にして，活動を促す発問の工夫を！

（4）改訂指導案
◎本時のねらい
　・具体的事象を通して，表や式から関数$y = ax$のグラフをかく。
　・関数$y = ax$のaの意味を，表やグラフから理解する。
　・向きがある速さを，関数$y = ax$のaの意味やグラフなどから理解する。
◎本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する xとyの関係を表や式で調べる	課題場面 南北に通じる道路上を，太郎さんと花子さんは歩いています。ある時刻の地点を基準のOとします。それぞれは同時に地点Oを通過しました。 課題1 太郎さんは時速3kmで北の方向に進んでいます。太郎さんが，地点Oを通過してからx時間後にOから北へy kmの地点を通過したとして，xとyとの関係を調べましょう。	・まっすぐな道の写真を見せる。写真に地点Oを入れておく。 ・まっすぐな道を想像させる。縦の直線をかき，太郎さんが歩いている様子を確認する。

表の「−」の意味を確認する	(1) 表や式で表して，調べましょう。 (2) 表のxの値−2はどういう意味ですか。また，yの値−6はどういう意味ですか。 (3) xとyとの関係をグラフに表そう。	
グラフから太郎の位置をよみ取る	(4) 太郎さんは，ある時刻より1.5時間後はどこにいますか。 また，2.5時間前はどこにいましたか。 課題２ 花子さんは時速3kmで南の方向に進んでいます。花子さんが，地点Oを通過してからx時間後にOから北へy kmの地点を通過したとして，(3)の座標平面上にxとyとの関係を表すグラフを工夫してかきましょう。	・第Ⅳ象限までの座標平面，x軸，y軸，目盛りが印刷された紙を生徒に配布する。 ・単位（km，時間）や方向（北，南）を生徒に書きこませ，これらを意識させる。
グラフから方向や位置をよみ取る	(5) 工夫してグラフをかきましょう。 (6) どのようにグラフをかいたか，説明しましょう。 (7) ある時刻より3.5時間前の2人の位置を，グラフを使って説明しましょう。	・課題1で確認した，表のxの値の−2は2時間前，yの値の−6は南へ6km地点ということを再度，確認する。 ・座標平面上のグラフの横に，「太郎　$y = 3x$」，「花子　$y = -3x$」とかかせる。
関数$y = ax$のaの値から，向きがある速さの意味を理解する	課題３ 次郎さんも同じ南北に通じる道路上を歩いています。 次郎さんの歩いている様子を課題2(5)と同じ座標平面上にグラフで表し，式を求めると，$y = -2x$となりました。太郎さん，花子さん，次郎さんの3人が歩いている様子について考えましょう。 (8) 次郎さんの歩いているようすを説明しましょう。 (9) 3人の歩いているようすを考えましょう。	・３人それぞれの向きのある速さについて押さえる。 （方向，遅速） ・個々の動きを説明するのではなく，３人の関係でその動きが説明できることを目指す。
まとめ	課題3の問題を通して，向きがある速さ，グラフ，$y = ax$のaの意味をまとめる。	・意見が出ない場合，３人の動きの共通点や相違点を問う。

5．今後の課題

今後は，次の①～④を課題として，研究を進めていく。

① 関数指導における速さの概念について，継続研究を行う。

② 小・中・高の算数・数学における速さの指導に関する教材を分析し，系統的な指導のあり方について研究を行う。

③ 他教科における速さの指導に関する教材を分析し，数学教育との繋がりを考察する。

④ グラフと速さに関する生徒の実態を把握し，理解するための学習段階の研究を進める。
そのために，調査問題を再構成し，実態調査を通してそれを追究する。

[引用・参考文献]
1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
日数教(北海道)大会発表資料(2015)
「速さに関する関数の利用について(第２学年)～変化の割合を視点として～」
2) 大日本図書(2013)「算数・数学科(小・中・高)のつながり－３２のキーワードから－」p. 6
3) 大西康太・中西正治(2012)
「正負の数の指導に関する実践的考察－一元の立場に立った加法・減法の指導－」,
第４５回数学教育論文発表会論文集(第１巻),日本数学教育学会, pp. 491-496
4) 学校図書(2016)「中学校数学１」, pp. 12-257
大日本図書(2016)「新版数学の世界１」, pp. 9-260
啓林館(2016)「未来へひろがる数学１」, pp. 12-222
教育出版(2016)「中学数学１」, pp. 9-260
日本文教出版(2016)「中学数学１」, pp. 10-246
数研出版(2016)「改訂版中学校数学１」, pp. 12-223
東京書籍(2016)「新編新しい数学１」, pp. 8-226
5) 東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会(2012)**「中学校数学科 関数指導を極める」**,明治図書, pp. 136-139
○ 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
・日数教(福岡)大会発表資料(2012)
「『変化の割合』の指導について
～第１学年 関数の利用におけるグラフのよみと関数ｙ＝ａｘのａの意味～」
・日数教(山梨)大会発表資料(2013)
「『変化の割合』の指導について
～第１学年 関数の利用場面における関数ｙ＝ａｘのａの意味～」
・日数教(鳥取)大会発表資料(2014)
「『変化の割合』の指導について
～速さに関する課題を,変域を拡げて考察する～」
・日数教(北海道)大会発表資料(2015)
「速さに関する関数の利用について(第２学年)
～変化の割合を視点として～」

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

稲垣 京子(稲城市立稲城第四中学校)
小高 洋平(豊島区立千川中学校)
斎藤 圭祐(墨田区教育委員会)
菅田 圭一(足立区立第十中学校)
高村 真彦(板橋区立高島第二中学校)
塚本 桂子(世田谷区立砧中学校)
橋爪 昭男(足立区立第十四中学校)
堀 孝浩(東京都立富士高等学校附属中学校)
山本 恵悟(足立区立千寿青葉中学校)
今宮 一貴(足立区立加賀中学校)
桑原 宏一(練馬区立豊玉中学校)
茂田 千穂(足立区立谷中中学校)
関 富美雄(渋谷区立上原中学校)
高山 琢磨(町田市立町田第一中学校)
辻山登紀子(青梅市立第一中学校)
稗田 浩士(新宿区立新宿西戸山中学校)
村田 弘恵(足立区立谷中中学校)
吉田 裕行(世田谷区立駒沢中学校)

共同研究者
遠藤 國雄(元板橋区立向原中学校)
近藤 和夫(元大田区立大森第十中学校)
須藤 哲夫(元品川区立伊藤中学校)
吉田 直樹(元中野区立中野中学校)
風間喜美江 (統計数理研究所)
小林 博 (元調布市立第三中学校)
半田 進 (元東北福祉大学)

数学的な思考力・表現力の育成を図る授業
－統合・発展、体系化を図る授業の実現－

東京都中学校数学教育研究会　確率統計委員会

1　研究のねらい

小学校算数科では、第６学年において対称な図形ということで、線対称や点対称を学習している。中学校では、図形を移動の見方からとらえ、図形間の関係として考察する。二つの図形のうち一方を移動して重ねることを考えたり、一つの図形を移動する前と後で比較したりして図形の性質をとらえることになる。

平行移動、対称移動、回転移動という形や大きさを変えない三つの移動について学習する。平行移動は、方向と距離によって決まること、対称移動は、対称の軸によって決まること、回転移動は回転の中心の位置と回転角の大きさ、回転の向きによって決まること等を丁寧に指導する必要がある。

生徒が興味や関心をもって、図形の移動に関する学習に取り組み、平行移動、対称移動、回転移動によって、どのように移動できるのか考えさせ、その学習を通して数学的な思考力や表現力の育成を図ることをねらいとした。

2　研究の内容

生徒に興味や関心をもって取り組ませるために、日常生活の中にある課題を取りあげることにした。また、授業の中で生徒の思考力や表現力を培うために、３つの移動を全て学習した後に行う課題を考えた。授業は移動のまとめの段階として、平行移動、回転移動、対称移動のどの移動を使って、図形を移動したのかを考えさせる課題として取りあげた。課題は、教科書の導入課題にあり、日常生活の場面でもみかけることのある「麻の葉」模様を活用することにした。

敷き詰め模様を一つの三角形が平行移動、回転移動、対称移動の３種類の移動を活用することで、模様のすべての三角形に移すことを考えさせることで、生徒は様々な方法を考えることができる。いろいろな方法を考えることで、最も簡単な移動の方法や移動するための条件（方向と距離、回転の中心と回転角の大きさ等、対称の軸）を考えさせることができる。

敷き詰めは、生徒の活動を通して、数学を学習していく典型的な教材である。もともと図形の敷き詰めは、テセレーションと呼ばれていて、英和辞書ではモザイク模様とも訳されている。教科書は、三角形と四角形の敷き詰めが例として取り上げられているが、今回は課題として三角形を取り上げた。その理由は図形の中で辺や角の数が最小の図形であることと、辺や角の移動したときの関係が分かりやすいと考えたからである。今回の図形は、二等辺三角形であるため、正確には対称移動して裏返した図形と平行、回転移動して移動した図形が同じ形になる場合がある。

最初は、それも可として取り上げ、発展課題としてさらに三角形を細かく分け、裏返しては重ならない場合も考えた。また、移動の基本的な説明はしたが、十分に理解できない生徒のためにＩＣＴを効果的に活用するなどして、実際に図形が移動する動きを生徒に視覚的にとらえられるようにした。さらに、移動については、様々な移動の方法があることから、グループでの話し合い活動も取り入れ、より多くの方法に気付かせ、いくつかの方法の中からどの移動で考えるのが一番分かりやすく、簡単かをまとめることにした。

3　指導案・授業実践に向けて

(1)　指導するにあたって

本項では、図形をいろいろな位置に動かすことができることに気付かせ、移動の意味を理解することが大きな目標となっている。本時では、生徒は一つ一つの移動を理解していても、混ざったり複合したりすることでつまずいていく場合も考えられる。そこで、ワークシートや教材を活用し、実際に移動の様子を見ることでイメージをもたせ、生徒が興味・関心をもって自ら課題に取り組むように指導していきたいと考えた。今回の授業での数学的活動は「図形を視覚的に捉え、数学的な表現を用いて移動を表現し、説明し合う活動」である。中でも、数学的な表現については「～を対称に移動」や「～の方向に～だけ移動」などと具体的に表せることが大切である。しかし、生徒にとって、この表現は難しいと思われるので、発問など生徒とのやりとりの中で、表現したり理解したりできるように指導していきたい。

(2)　授業のねらい

・図形の中に、平行移動、回転移動、対称移動をした図形を見付けることができる。
・図形がどのように移動したかを、数学的な表現を用いて説明できる。

(3)　本時の展開

分	学習活動と学習内容	指導上の留意点	評価規準・方法
導 入 10 分	○前時までの復習 ○３つの移動は、次のことを決めれば移動できることを確認する。 平行移動…方向、距離 回転移動…回転の中心の位置、回転の向き、回転角の大きさ 対称移動…対称軸の位置		ア－② （ノート・発言）
	T1　図形の移動とはどんな移動がありましたか。 S1　平行移動です。 S2　回転移動です。 S3　対称移動です。	・教師が発問をして、生徒に発言させる。	
	T2　平行移動では、どんなことが分かれば移動できますか。 S3　方向・向きです。 S4　距離です。 T3　では、回転移動は、どんなことが分かれば移動できますか。 S5　回転の角度です。 S6　中心の位置です。 S7　時計回りか反時計回りか T4　対称移動では、どんなことが分かれば移動できますか。	・生徒から移動の方法が出てこない場合は、教科書 p. 133 平行移動、p. 134 回転移動、p. 135 対称移動を見ながら答えさせる。 ・図を用いて、目で見ながら確認する。	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>S8　軸です。
S9　対称軸の位置です。</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>展

開

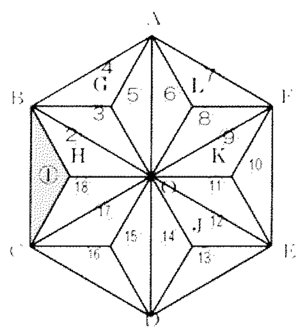
35

分</td>
<td>T5　今日の授業は、身近な図形の中から３つの移動のどれを使っているかを考えてもらいます。
それでは、まずこの図を見てもらいます。

T6　これは、「麻の葉」とよばれる日本の代表的な模様です。どこかで見たことがあると思います。
この模様の中に色々な図形があります。どんな図形でしょうか。
S10　三角形です。
S11　二等辺三角形です。
S12　平行四辺形です。
S13　ひし形です。
S14　正六角形です。
T7　では、今日はこの正六角形に注目します。

○本時の課題１

問題１　下の図の正六角形 ABCDEF で、①の二等辺三角形を１回だけ動かして③、⑥、⑯にぴったり重ねるには、それぞれどのように移動すればよいでしょうか。



○自力解決（３分）
T7　では、①を③、⑥、⑯にぴったり重ねるには、それぞれ何移動をすればよいでしょうか。
T8　まずは⑥に重ねるにはどんな移動をしますか。</td>
<td>・本時のねらいを明確にする。

・ワークシートを配布する。

・机間指導をしながら、つまずいている生徒には声をかける。
・生徒には、対称軸や回転の中</td>
<td>アー②
（発言）</td>
</tr>
</table>

	S15 平行移動です。 T9 次に、③に重ねるにはどんな移動をしますか。 S16 回転移動です。 T10 ⑯に重ねるにはどんな移動をしますか。 S17 対称移動です。 T11 それぞれ何移動しているかは分かりました。でも「どのように」移動しているかはそれだけでは分からないです。①は平行移動して⑥に重なりますが、どのように平行移動しているのでしょうか。 S18 右斜め上です。 S19 BからAの方向にBA(AB)の長さだけ平行移動しています。 T12 次に、③に重ねるにはどのように回転移動をしていますか。 S20 点Bを中心とした回転移動です。 S21 点Bを中心として反時計回りに60°回転移動しました。 T13 ⑯に重ねるにはどのように対称移動をしていますか。 S22 COを対称の軸とした対称移動です。 ○練習に取り組む（１５分） T14 △BHOに重ねるにはどんな移動をしますか。 S23 対称移動です。 S24 BHを対称の軸として対称移動しています。 T15 △FKEに重ねるにはどんな移動をしますか。 S25 回転移動です。(対称移動です。) S26 Oを中心に１８０°回転移動しています。 (ADを対称の軸として対称移動しています。) T16 △AGOに重ねるにはどんな移動をしますか。 S27 平行移動と対称移動です。 S28 BがAに重なるように平行移動し、AOを対称の軸として対称移動しています。 T17 △AGOに重ねる移動が２つありましたが、他の移動を考えることができますか？ S29 対称移動を２回すればできます。 S30 対称移動をしてから平行移動してもできます。	心、回転角の大きさや向きなどを示すよう指示する。 ・生徒に指名して答えの確認をする。 ・必要に応じて、なぜそうなったのか理由も確認する。 ・移動の方法は１通りだけではなく、何通りかあることにも気付かせる。	

	T18　そうですね。平行移動や回転移動、対称移動の組み合わせでいろいろな移動が考えられますね。 ○本時の課題２ ◎問題を作ろう ○自力解決（３分） T19　では、自分で二等辺三角形を選び、どのように移動するのか、考えてみてください。まずは、自分で問題を作り、自分で求めてみましょう。 ○発表（１０分） S30　△KOE に重ねるにはどんな移動をしますか。 S31　回転移動と平行移動です。 S32　B を中心に反時計回りに６０°回転移動し、G が K に重なるように平行移動する。 S33　△ALF に重ねるにはどんな移動をしますか。 S34　BH を対称の軸として対称移動し、B が A に重なるように平行移動する。 S35　GO を対称の軸として対称移動する。	・出題する生徒を教師は指名し、生徒全員に答えさせる。 ・分かった生徒は挙手をして答える。 ・出題した生徒は答えと解説を、黒板の図を使って説明する。 ・対称軸や回転の中心、回転角の大きさや向きなども示すよう指示する。 ・同じ位置の移動でも別の方法があることにも気付かせる。 ・１回の移動では重ならない位置があることにも触れて、正六角形のどこにでも移動できることを気付かせる。	ア－② （発言・発表）
まとめ ５分	○本時の学習内容を口頭確認する。 T18　この図の中の二等辺三角形に移動できないところはありますか。 S31　ありません。 T19　つまり、３つの移動のどれかを使ったり、いくつかを組み合わせたりすれば、どんな位置にでも移すことができるということです。次回の授業でこのことに関してもう少し確認しておきましょう。	・生徒から出てこなかった二等辺三角形について、教師が口頭で確認する。	イ－② （ワークシート）

[発展課題]

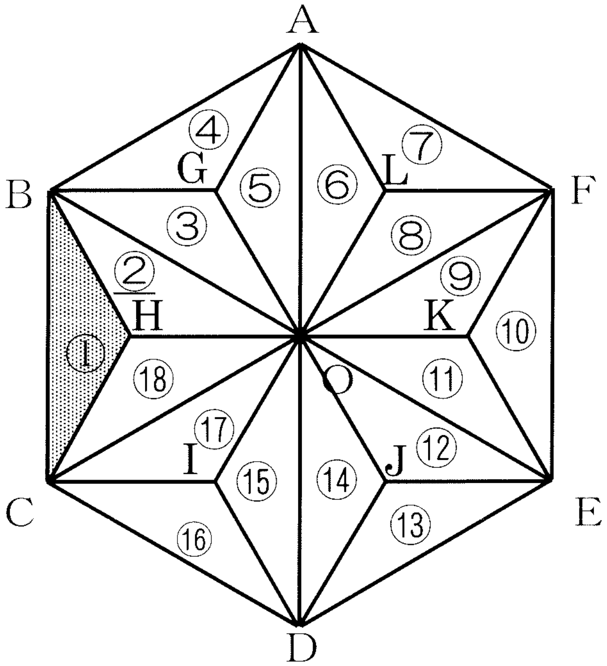
麻の葉模様の場合、二等辺三角形では、１回の移動でどの位置にも重なることがわかる。そのため、生徒はどんな図形も３つの移動を使えば、どの位置にも移動できると考えてしまう。そこで、発展課題として二等辺三角形を二等分した直角三角形の場合に１回の移動ですべての位置に重ねることができるか考えさせる。実際に直角三角形の場合には、１回の移動で重なることができない位置がある。

この活動を通して、３つの移動を複数回行うことで、すべての位置に動かすことができることを理解させる。

５章　平面図形　授業プリント

図形の移動

問題１　下の図の正六角形 ABCDEF ついて、①の二等辺三角形を 1 回だけ動かして③、⑥、⑯にぴったり重ねるには、それぞれどのように移動すればよいでしょうか。



⑥

移動の種類	
移動の方法	

③

移動の種類	
移動の方法	

⑯

移動の種類	
移動の方法	

練習　上の図で、①を次の二等辺三角形にぴったり重ねるには、どのように移動すればよいでしょう？

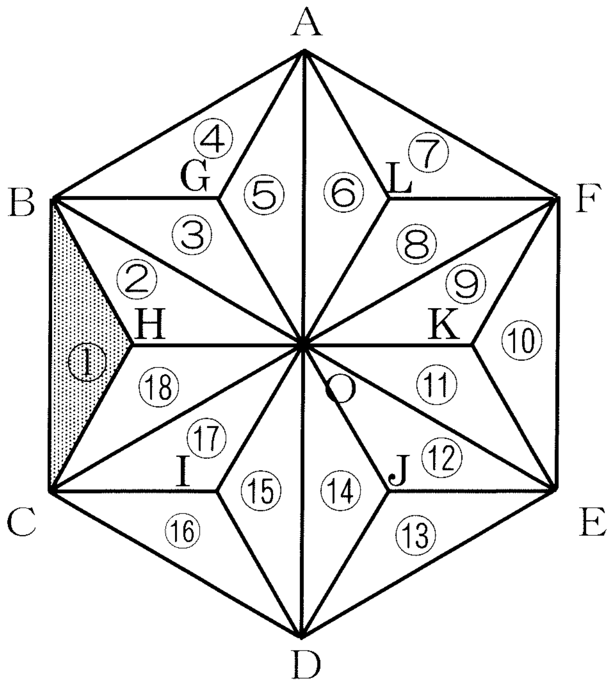
三角形	移動の種類	移動の方法
△BHO		
△FKE		
△AGO		

問題	解答	
	移動の種類	移動の方法
①を△＿＿＿＿にぴったり重ねるには、どのような移動をすればよいでしょう？		

⇒⇒⇒

三角形	移動の種類	移動の方法

図形の移動



⑥

移動の種類	
移動の方法	

③

移動の種類	
移動の方法	

⑯

移動の種類	
移動の方法	

	三角形	移動の種類	移動の方法
②	△ B H O	回転 移動	回転の中心 ： 点H ： 240 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＢＨ
③	△ B G O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｂ ： 60 度
④	△ B G A	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｏ ： 300 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＢＥ
⑤	△ A G O	回転 移動	回転の中心 ： 線分ＢＯの中点 ： 180 度
⑥	△ A L O	平行 移動	矢印 ： ＢＡ
⑦	△ A L F	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｏ ： 240 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＧＪ
⑧	△ F L O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｇ ： 120 度
⑨	△ F K O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｄ ： 300 度
⑩	△ F K E	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｏ ： 180 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＡＤ
⑪	△ E K O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ａ ： 60 度
⑫	△ E J O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｉ ： 240 度
⑬	△ E J D	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｏ ： 120 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＩＬ
⑭	△ D J O	平行 移動	矢印 ： ＣＤ
⑮	△ D I O	回転 移動	回転の中心 ： 線分ＣＯの中点 ： 180 度
⑯	△ D I C	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｏ ： 60 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＣＦ
⑰	△ C I O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｃ ： 300 度
⑱	△ C H O	回転 移動	回転の中心 ： 点Ｈ ： 120 度
		対称 移動	対称軸 ： 直線ＣＨ

4　まとめと今後の課題

検証授業の結果、以下の課題があることが分かった。

(1)　各移動のよさを考える指導が十分にできていない。

①　図形の移動について、平行移動や対称移動については、「なにをどのように」と理由を添えて発言することはできていたが、回転移動で考えることは難しかった。実際に、△ＢＨＯ、△ＦＫＥについて重ねる移動の問題についての生徒の解答をみると、大半の生徒が対称移動を選択している。

②　生徒は、１回で移動することも２回で移動することも移動の仕方の１つとして考えている。
また、様々な方法を出し合うことで生徒の思考力を育てることをねらいとしていたが、たくさんの方法を考えるだけで、どの方法が良いのかまとめることができなかった。

③　回転移動の中心の決め方を指導できていない。
仮に△ＡＧＯに重なる移動を回転移動と答えた場合、回転の中心がなぜその位置にあるのか、根拠を明確にして答えることが難しかった。作図を学習した後であれば、垂直二等分線上にあることで考えることもできる。１年生の段階では、直感的な理由のみとなり、論理的な思考力を育成することは難しいと考えられる。

(2)　日常生活の課題を数学の学習場面に数学化して考えることが大切である。

日常生活の中で、様々な模様や図形を目の当たりにするが、そこにどのような図形が隠れているか、どのような規則性で並んでいるのか等を直感的に考えることを大切にする必要がある。この直感的な思考をもとに、平行移動、回転移動、対称移動の学習を生かして、考えることができる。

そして、日常生活の課題を数学の場面として、数学の活動として考えることが、「数学的な活動」になると考える。その活動の中で、言語活動を取り入れ、どの方法が一番わかりやすく、簡単であるか等を考える学習を通して、表現力の育成を図ることができると考える。

(3)　ＩＣＴを効果的に活用することで、生徒の理解を深めることができる。

小学校で線対称や点対称を学習しているとはいえ、生徒は移動を頭の中だけで考えることは、難しい。実際に三角形を作って、紙面上で操作させることも一つの方法として考えられるが、今回はＩＣＴを活用して映像で三角形が動くものを作成した。

実際に三角形がどのように動くかをイメージさせることで、生徒は図形の動きを理解することができた。一番難しい回転移動も回転の中心が、このあたりにあるというイメージをもつことができた。

しかし、すべての位置に動かすことをコンピュータで作るには、時間がかかり今回はできなかった。今後、あらゆる場合を映像で示すことができるように準備していきたい。

東京都中学校数学教育研究会　研究部　確率統計委員会

荒川区立第一中	先﨑菜美	荒川区立第二中	青木健嗣	荒川区立第三中	西川慶介
大田区立羽田中	小島宏一郎	国分寺市立第五中	橋本麻衣子	品川区立品川学園中	高橋一恵
渋谷区立笹塚中	笠原和彦	世田谷区立砧南中	迫田紗代	世田谷区立砧南中	塩出孝弘
世田谷区立砧南中	菅原亮	世田谷区立砧南中	吉田賢司	世田谷区立千歳中	櫻井章司
世田谷区立八幡中	森田智	世田谷区立用賀中	石綿健一郎	世田谷区立用賀中	草開宣晶
東京都教育委員会	青海正	豊島区立西巣鴨中	堀江宏徳	中野区立第十中	菅亮太
中野区立緑野中	田代雅規	中野区立緑野中	仁田勇介	武蔵野市立第二中	山本康久
目黒区立東山中	原日菜子	元東京都公立中	中西知眞紀		

三角形の合同条件の証明問題について評価する

研究部　評価委員会

１．研究主題設定の理由

平成２８年度、中学校の教科書が改訂になりました。教科書が改訂されるごとに内容や表記などマイナーチェンジがなされています。

最近の大きな変更でいうと、平成２４年度の教科書改訂のときに、三角形の合同条件について、多くの教科書で表記が「３辺がそれぞれ等しい」から「３『組の』辺がそれぞれ等しい」に変更になりました。しかし、学習塾や市販の参考書等ではいまだに「３辺がそれぞれ等しい」とか「三辺相等」とか書かれているものもあるのではないかと思います。

若い先生方の中にも、中学生時代には「３辺」と教わったのに、今の教科書は「３組の辺」と書いてあるからそのように教科指導しているけれど、教えながらつい「３辺が」と口に出してしまっている先生方もいらっしゃるのではないでしょうか。

そこで評価委員会では、「３辺」と「３組の辺」の違いは何なのか、テストで「３辺がそれぞれ等しい」と書いたら間違いなのか、他の先生方は論証の問題をどのように評価しているのか、そういったアンケートをとり、そこから浮かび上がる論証の問題を指導するにあたっての課題点を顕在化し、今後の指導に役立てればと思い、今回の研究テーマを設定しました。

２．研究を進めるにあたり

（１）都立高校の検査問題の採点はどのように行っているのだろうか

なぜ今回、このテーマを研究しようと思ったかというと、委員会での雑談の中で「都立の証明問題って、どういう採点基準なのだろう」という素朴な疑問を発したところから始まりました。

そこで早速、東京都教育委員会のホームページで検査問題を調べてみたところ、「部分点の基準」という項目がホームページに掲載されるようになったのが平成２７年度以降で、それ以前は配点が７点であるということのみで、証明問題の詳しい採点方法について公表されていませんでした。

そしてどのような基準なのか調べてみた結果、平成２７年度については次のようになっていたのです。（一部抜粋）

（１）証明に必要となる，長さの等しい辺や大きさの等しい角について，根拠を明らかにし，その関係を式で表すことができている。　（各２点×３組）
※対応する辺や角におけるＡ，Ｂ，Ｃなどの記号が対応順になっていない場合でも得点を与える。
（２）合同条件を正しく書き，結論を導くことができている。　（１点）
※（１）で３組の等しい辺や角をすべて表すことができている場合に限り，得点を与える。
（３）誤字・脱字が１か所以上ある。　（１点減点）

これを見たとき、採点する側として、中学生にこの点に注意して証明問題の記述をしてほしいのだなと認識したと同時に、自分だったらどういう基準で採点するだろうか、そんな話で盛り上がりました。

そして平成２８年度になって、採点基準は前年度と同じなのか確認したところ、次のようになっていたのです。（一部抜粋）

（採点のポイント） ○正しいと認められる事柄について，根拠を明確にして記述し，仮定から結論を導く推論の過程が的確に示されている。 各学校において，採点のポイントを踏まえて『部分点の基準』を作成し，『部分点の基準ごとの点数』を定めること。なお，受検者の実態等に応じて，詳細な基準を定めることができる。

この文言を見たとき、「高等学校のレベルに応じた採点基準を各校で作るのは当然だよね」と思ったのと同時に、「それならば中学校ではどのレベルまで中学生に求めればよいのだろう」という疑問点もわきあがりました。このくらい書いてあれば完璧だろうと思っていても、高等学校によっては不十分と見なされることもあり得るのではないか。そんなことを考えたとき、「これは研究テーマになるのではないか」と思いました。

（２）なぜ証明問題を苦手と感じる中学生が多いのか

よく、生徒から「証明問題ってよくわからない」という声を聞きます。理由を聞いたら「計算問題と違って、答えを書くのが面倒だ」「三角形の合同条件が長くて覚えにくい」「どのように書いたら正解で、どのように書いたら不正解になるのかよくわからないから、答えの書き方について迷ってしまう」などの答えが返ってきました。

これは逆に採点する教員側からみると、「生徒が書いてきた答案をどのように点数化すればよいだろうか」という悩みがあるのではないかと思います。そのためには、採点する上でどの点に注目して採点するか、その基準をはっきりすれば、生徒はその点に注意して解答を書くのではないかと本委員会では考えています。教員がしっかりとした採点基準をもつことによって、生徒も安心して証明問題に取り組め、苦手意識を減らせるのではないか、そのように考えます。

３．研究内容

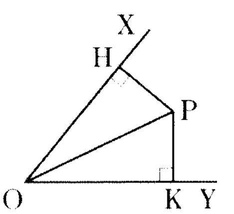
今回の研究を行うにあたり、現場の先生たちは証明問題についてどのように考えているのかデータを集めようということになりました。そこで、本委員会のメンバーやメンバーのいる地域の先生方や、夏に行われた指導力向上研修会に参加された先生にアンケートを配布し、その中から６８名の先生より結果をいただきました。校務ご多用の中ご協力いただきありがとうございました。

アンケートの集計結果は以下の通りです。

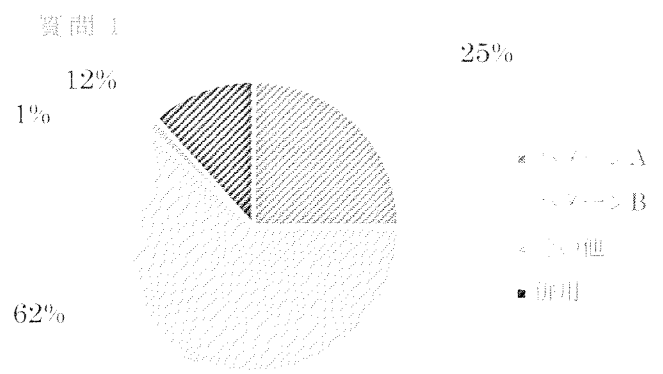
質問１　あなたは三角形の合同条件の証明の記述について、次のどちらの書き方で指導していますか。

問　右の図のように、∠XOYの内部の点Ｐから２辺OX，OYにそれぞれ垂線PH，PKをひく。

　このとき、OH＝OKならば、OPは∠XOYを二等分することを証明しなさい。



<table>
<tr><td>（パターンA）
△HOP と△KOP において
OH=OK　（仮定）　…①
∠OHP = ∠OKP = 90°　（仮定）　…②
OP=OP　（共通）　…③</td><td>（パターンB）
△HOP と△KOP において
仮定より　OH=OK　…①
仮定より　∠OHP = ∠OKP = 90°　…②
共通な辺は等しいので　OP=OP　…③</td></tr>
<tr><td colspan="2">①，②，③より　直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので　△HOP≡△KOP
合同な図形の対応する角は等しいので　∠HOP = ∠KOP
したがって、OP は∠XOYを二等分する</td></tr>
</table>

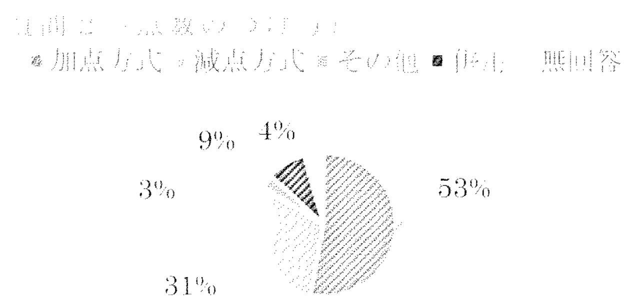


平成２８年度発行の教科書７社ともに、パターンＢを採用しているので、教科書に基づいてパターンＢを採用している先生が６２％と多かったです。理由として、「少人数指導を行っているので、複数の教員で指導方法にずれがないように、教科書のようにパターンＢで指導しています」という意見が多かったです。少人数指導をする学校が増えてきたので指導方法をある程度揃えておかなければならない事情も近年増えてきて、ＡからＢに変わったという先生の意見もありました。

しかし、証明の書き方を簡素化したＡを採用している先生や、どちらのパターンで書いてもいいようにＡとＢを併用している先生もいて、意見が分かれるものだと感じました。このように、教員でも指導方法に個人差があるので、生徒もどのように解答を記入すればよいのかについては迷うのではないかと推察します。

質問２　都立高校の検査問題での証明問題の配点は７点です。「質問１」の問題を７点満点としたときの配点はどのように考えますか。

【点数のつけ方】（加点方式・減点方式・その他）　<u>※「その他」の場合は、具体的にお答え下さい。</u>



５３％の先生が「加点方式」を採用していました。その一方で「減点方式」を採用している先生も３１％いて、これも結果が分かれました。

改めて都立高校の検査問題の部分点の基準を見てみると、基本は加点方式で「誤字脱字を減点」するという採点方法だったので、普段の小テストや定期考査でもそのように採点するのがよいと本委員会では考えます。

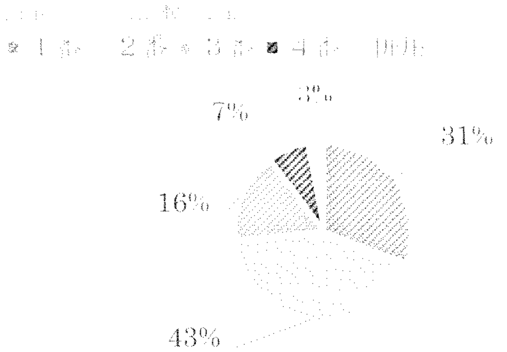
【点検方法は】（いずれかに○をつけてください）

1．等しい3つの辺や角までの部分が書けて4点、合同条件以降の部分が書けて3点

2．7つの項目に分けて、それぞれ1点ずつ

3．等しい辺や角が理由も書けて各2点、合同条件以降の部分が書けて1点

4．その他　※「その他」の場合は、具体的にお答え下さい。



２番目の方法と回答した先生が最も多かったですが、それでも４３％であり、１番の方法が３１％、平成２７年度の採点方法である３番も１１％と、評価が分かれる結果となりました。なお、「その他」と答えた先生の意見として、「等しい辺や角３つが各１点、合同条件が完答で２点、以降結論まで２点」や「合同条件が間違っていたらそれ以降は加点なし」という方法や、「７項目に分けるが、間違えたところで採点終了」といった２番のアレンジバージョンで採点しているというものがありました。

本委員会でも、「等しい辺や角の部分に書き間違えているところがあるのに、合同条件以降の部分を点数化してよいものだろうか」という意見がありました。高校の検査問題や外部の模試の採点基準ではなく、証明問題の本質的な部分はどこなのかを考えて基準を考えたほうがよいだろうという結論に達しました。

質問３　あなたは、三角形の合同条件の証明問題を採点するとき、以下の項目について採点の際に加点減点に影響しますか？

（1）注目する三角形が示されていない

（2）注目する三角形が対応する順番通りになっていない

（3）辺や角が等しい理由が書いてない

（4）等しい辺や角に、番号（①とか）がふられていない

（5）等しい辺や角が対応する順番通りになっていない

（6）共通な辺が等しいことを「OP共通」とだけしか書いていない

（7）三角形の合同条件が「３辺がそれぞれ等しい」という表現になっている

（8）三角形の合同条件が「三辺相等」という表現になっている

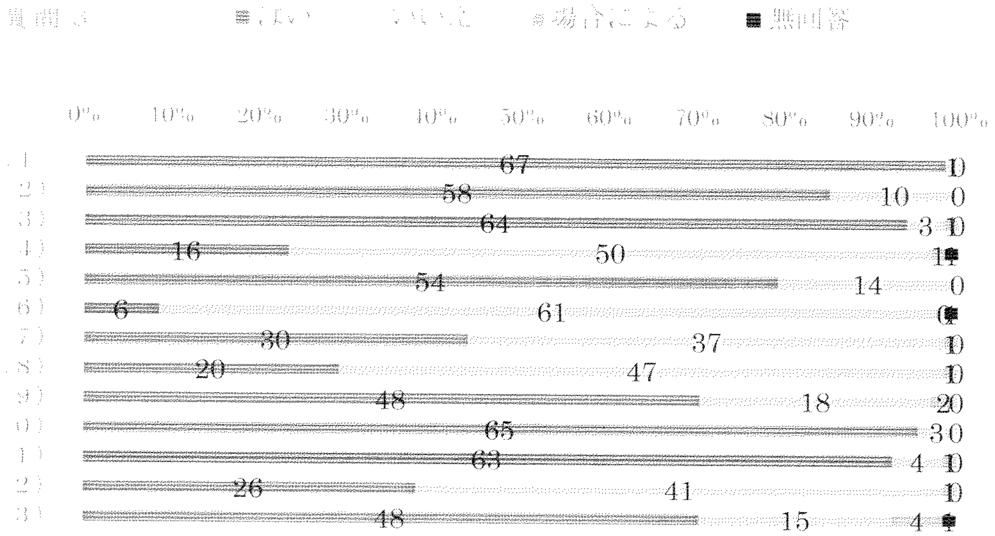
（9）直角三角形の合同条件を示す際に、「直角三角形の」という文言が書かれていない

（10）三角形の合同条件で「それぞれ」が書かれていない

（11）合同な三角形が対応する順番通りになっていない

（12）「合同な図形の対応する辺（角）は等しいので」という文言を
「よって（したがって）」で表している

（13）三角形の合同を示したあと、いきなり結論が書いてある



「加点減点に影響する」と答えた先生が多かった内容は、（1），（2），（3），（5），（9），（10），（11），（13）の８項目でした。

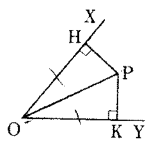
その中でもっとも評価が分かれたのが、（7）でした。やはり、「３辺」と「３組の辺」の違いにどう対応すればよいのか、先生方の中でも迷いがあるということがこの集計結果から浮き彫りになりました。

さらに興味深かったのは「３辺」と「３組の辺」では意見が分かれるのに、（8）の「三辺相等」という表現になるとあまり影響がないという意見が多かったことでした。学校の授業では使わない「三辺相等」という表現で書いていたら、滅多にないケースであり昔はそれで正解だったからそういうふうに書いていたら仕方ないかという考えになる中学校の先生が多いのではないかということがこの結果から考えられます。と同時に、この結果を見て、高等学校の先生に同じような質問をしたらどのような回答をするのか、という新たな興味もわいてきました。異校種の連携が大切といわれている昨今、異なる校種の先生に意見を聞く機会が増えれば、自分たちの校種でどのように指導し評価すればよいかが見えてくるのではないかと思います。

質問４　あなたは次の問題の生徒の解答について、この問題が $\boxed{\text{１０点満点}}$ としたら何点をつけますか。

解答例１

右の図のように、∠ＸＯＹの内部の点Ｐから２辺ＯＸ，ＯＹにそれぞれ垂線ＰＨ，ＰＫをひく。このとき、ＯＨ＝ＯＫならば、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分することを証明しなさい。



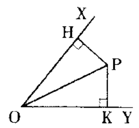
【証明】
△OPHと△OPKにおいて、
仮定より OH＝OK…①
∠OHP＝∠OKP…②
また重なっている辺は等しいから
OP＝OP…③
①②③から直角三角形において斜辺と他の一辺がそれぞれ等しい。対応する辺は等しいから∠HOP＝∠KOPである。
すなわち、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分する

【解答例１で気になる部分】

１．②で「＝90°」がない
２．②の理由「仮定より」が書いてない
３．「共通」という言葉を使っていない
４．「△ＯＰＨ≡△ＯＰＫ」がない
５．対応する「角」なのに「辺」とある

解答例２

右の図のように、∠ＸＯＹの内部の点Ｐから２辺ＯＸ，ＯＹにそれぞれ垂線ＰＨ，ＰＫをひく。このとき、ＯＨ＝ＯＫならば、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分することを証明しなさい。



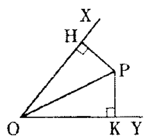
【証明】 △PHOと△PKOにおいて
仮定よりOH＝OK…①
共通な辺だからPO＝OP…②
∠PHO＝∠PKO＝90°
①、②、③より２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△PHO≡△PKO
よって、∠POH＝∠POK＝$\frac{1}{2}$∠XOY
すなわち、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分する

【解答例２で気になる部分】

１．②の対応する順番が違う
２．③の番号がふられていない
３．③の理由が書いていない
４．合同条件がちがう
５．「対応する角が等しい」と書いていない

解答例３

右の図のように、∠ＸＯＹの内部の点Ｐから２辺ＯＸ，ＯＹにそれぞれ垂線ＰＨ，ＰＫをひく。このとき、ＯＨ＝ＯＫならば、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分することを証明しなさい。



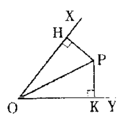
【証明】 △OHPと△OKPにおいて
仮定より OH＝OK …①
∠OHP＝∠OKP＝90° …②
OPは共通 …③
①、②、③により直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので △OHP≡△OKP
合同な図形の対応する角は等しいので∠HOP＝∠KOP
すなわち、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分する

【解答例３で気になる部分】

１．②の理由が書いていない
２．③のところで、「OP＝OP」と書いていない

解答例４

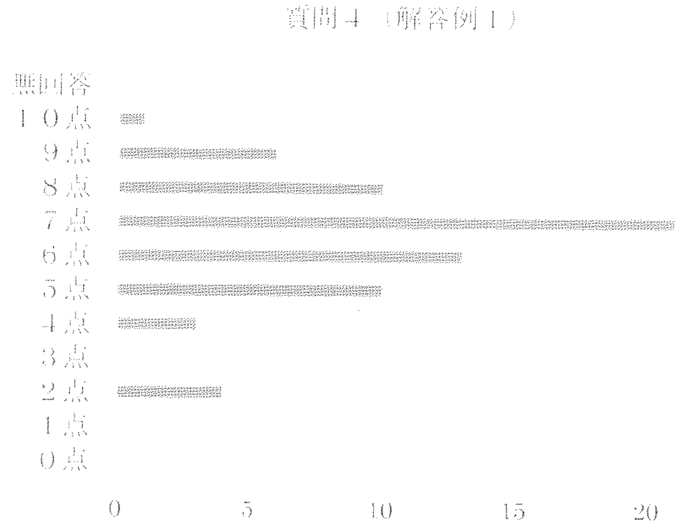
右の図のように、∠ＸＯＹの内部の点Ｐから２辺ＯＸ，ＯＹにそれぞれ垂線ＰＨ，ＰＫをひく。このとき、ＯＨ＝ＯＫならば、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分することを証明しなさい。

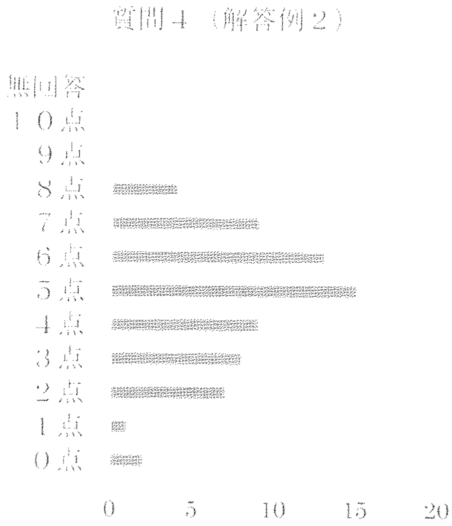


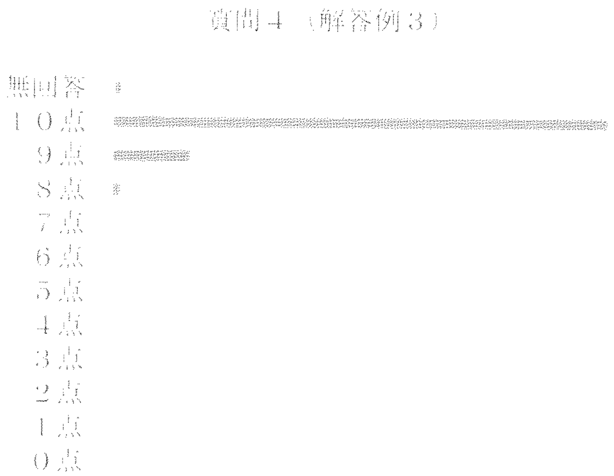
【証明】 △OHPと△OKPは直角があるため直角三角形である。仮定よりOH＝OK…①
OP＝OP…② よって斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいため △OHP＝△OKP
そしてOHは辺OX上にある線でOKも辺OY上にある線
すなわち、ＯＰは∠ＸＯＹを二等分する

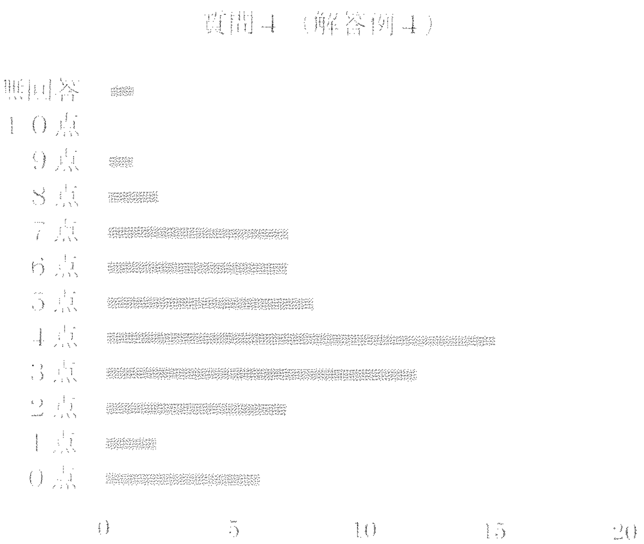
【解答例４で気になる部分】

１．「∠OHP＝∠OKP＝90°」がない
２．「共通な辺は等しい」が書いていない
３．合同条件に「直角三角形の」ということばがない
４．「≡」ではなく「＝」である
５．「そして」以降の最後の２行の意味がよくわからない









	平均値	最頻値
解答例１	６．４６点	７点
解答例２	４．７５点	５点
解答例３	９．８４点	１０点
解答例４	４．００点	４点

「１０点満点で」という細かい点数設定だったので、多少ばらつきがあるのは想定していましたが、解答例３以外の３つの解答例について、かなり点数のばらつきがありました。理由として、それぞれの解答例に書いてある「気になる部分」を考慮するかしないかによって生じた差と、おさえるべき項目を何点に設定しているかの違いであらわれたと考えます。生徒の実態に応じて基準が変わるのは中学校でもあり得ると思いますので、証明問題を評価するときは、採点項目を事前に設定してそれに基づいて行うことが重要であると考えます。

解答例４の最後の２行のように、明らかに意味がよくわからないものについては点数が入らないのは理解できると思いますが、解答例１の「対応する辺」のように、一見すると正しいように見えて実は間違っているようなものもあるので、気をつける必要があります。

４．研究のまとめと今後の課題

今回アンケートをとった結果を見て、教員によってこんなにも考え方に違いがあるのかと改めて思いました。また、回答の中に「年を経て考え方をマイナーチェンジした」という意見もありました。学校（生徒）の実態に沿って考え方や指導のしかたも少しずつ変えている先生もいました。

生徒がなかなか理解しにくい単元なので、苦労している先生方が多いということも、アンケートから垣間見ることができました。

これらの集計結果を元に委員会で話し合い、証明問題を指導および評価する際に気をつけた方がよいこととして、以下のことを提案したいと思います。

（１）証明問題の指導をする際は、指導項目は細かく指摘して行う。最初は面倒だと思いますが、曖昧に指導すると生徒も曖昧に考えてしまいがちになるので、最初が肝心と考えます。

（２）テストを実施する前に、あらかじめ「証明問題の採点基準はこの項目です」ということをはっきりと生徒に示す。（特に少人数指導を行っている場合は丁寧にずれがないように）

（３）事前に小テストを行い、採点は厳しめに行う。そのかわり、生徒が間違えたあとのフォローを忘れずにする。（放課後に再テストをして救済するなどの方法をとる）

（４）部分点は段階を設けてきちんと評価する。できれば都立高校の検査問題と同じように加点方式で。減点するのは誤字脱字の場合にのみ行う。

（５）ただし、証明の途中で間違った証拠を示したりつじつまが合わないことを書いたりした時点で採点を終了し、以降は採点しない。

以上の観点で考えたとき、定期考査等では合同条件は「３辺がそれぞれ等しい」ではなく、教科書での表記通り「３組の辺がそれぞれ等しい」と書いていなければ加点しないという評価のしかたがよいだろうというのが、本委員会の見解です。本番のテストで「３辺が」と書いて減点されたというのではもったいないので、普段から合同条件を正しく覚えて書けるような指導をしていくことが大切です。「知識」の部分を正しく「理解」させることを意識して指導することが重要と考えます。

この提案を元に、次年度以降の三角形の合同条件の単元について、実際に指導して検証を重ねていき、改善するところは改善して、少しでも証明問題が苦手という生徒を減らしていけるように研究を続けていきたいと思います。

東京都中学校数学教育研究会　研究部　評価委員会

江東区立深川第二中学校	湯浅　浩	【共同研究者】
立川市立立川第四中学校	中塚　晃	正田　清明
江東区立有明中学校	後藤　宣孝	里見　友二
足立区立鹿浜菜の花中学校	井上　恵津子	安藤　汎子
八王子市立由木中学校	久保寺　進	磯崎　正顯
江戸川区立南葛西第二中学校	福沢　俊之	

平成２８年度　東京都中学校数学教育研究発表大会

平面図形の用語や記号の導入に関する実践例

研究部　導入法委員会

Ⅰ　研究主題設定の理由

「平面図形」における線分や直線，平行や垂直，角などの用語や記号を学習する際は，教科書を用いて，教師が説明しながら授業を進めるのが一般的である。

しかし，以下の理由から，生徒の授業への参加意欲が高まらない傾向にある。

１　その学習内容が，小学校で学習した内容と重なる部分が多い。

２　図形の用語・記号などを覚えることが授業の中心となる。

そこで「平面図形」の導入について，生徒の興味・関心をより高めるために，生徒自身が直線の位置関係を考え，分類し，その図の中から必要な用語や記号をおさえていく導入法を開発した。

Ⅱ　研究のねらいと研究方法

「平面図形」の学習では，幾度も使用する言葉の意味をあらためて考えることから始める必要がある。例えば，『直線は，限りなくまっすぐにのびる線である』『三角形は，3 本の線分で囲まれている平面図形である』などである。また，これまでに生徒が感覚的に使用し，混同しがちな用語（例えば「垂直」と「直角」など）を，きちんと区別させる必要がある。しかし，これらの用語や記号は定義であるため，講義中心の授業となりがちである。

そこで，生徒がもつ図形に対する概念（例えば『点や直線は図形ではない』）を揺さぶるような発問の工夫が重要であると考えた。そして，課題を２段階に分けて，生徒一人一人の気付きを図形の基本用語の学習につなげることで，生徒の興味・関心をより高める指導案を作成し実践した。

Ⅲ　本年度の研究経過

５月　６日（金）研究テーマの検討及び活動年間計画の立案

６月１０日（金）教材の検討

７月２７日（水）指導案の検討１

８月２６日（金）指導案の検討２

９月３０日（金）指導案の検討３

１１月　８日（火）指導案の検討４

１１月２５日（金）授業研究　授業者　青梅市立霞台中学校　主任教諭　堀越義智

１１月２５日（金）授業研究のまとめ

１２月２７日（火）都発表原稿の検討・完成

２月１８日（土）東京都中学校数学教育研究発表大会

３月１０日（金）まとめと反省

Ⅳ　本年度の授業研究

1　日　　時　平成２８年１１月２５日（金）５校時

2　授 業 者　青梅市立霞台中学校　主任教諭　堀越　義智

3　対　　象　青梅市立霞台中学校　１年 AB 組　発展コース

4　指導計画　（　全１６時間扱い　）

節	項	時数	学習内容
平面図形	① 直線と角	1 (本時)	・直線や交点の理解 ・交点の数に着目した平面図形の分類
		1	・平行，垂直，角，三角形の表記の理解 ・「等しい」「距離」の理解
	② 図形の移動	3	・平行移動，回転移動，対称移動の理解と その性質の理解
作図	① 基本の作図	3	・作図における定規やコンパスの使い方 ・作図の意味 ・線分の垂直二等分線の作図とその性質 ・角の二等分線の作図とその性質　・垂線の作図
	② いろいろな作図	1	・点や直線から等距離にある点の作図
円とおうぎ形	① 円	2	・弧、弦の理解　・接線などの理解 ・円の接線の作図 ・複数の直線に接する円の作図
	② おうぎ形	3	・おうぎ形、中心角の理解 ・おうぎ形の弧の長さと面積の計量 ・中心角の求め方
章の問題		2	・演習問題

5　本時の指導

（１）ねらい

直線の位置関係を考え、整理・分類することを通して、その図の中から基礎的な図形（線分、角など）を見いだす。

（２）評価

① 直線、交点の定義を理解している。　［数量や図形などについての知識・理解］

② 交点の数に着目してさまざまな図形を分類しようとしている。

［数学への関心・意欲・態度］

③ 分類した図の中から基礎的な図形（線分、角など）を見出すことができる。

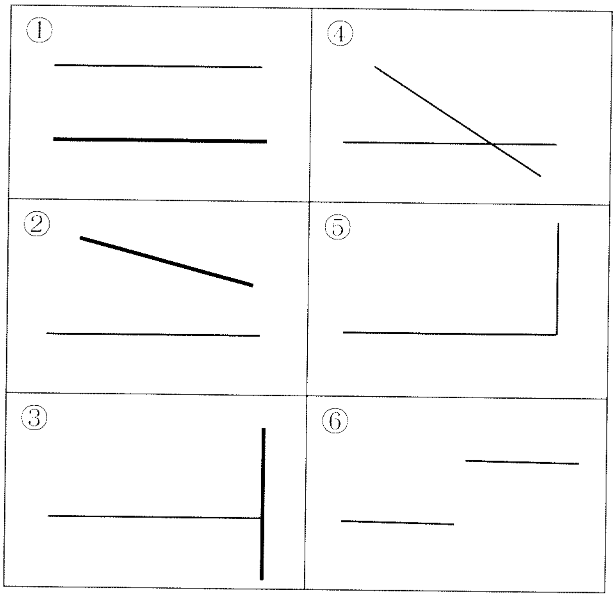
［数学的な見方や考え方］

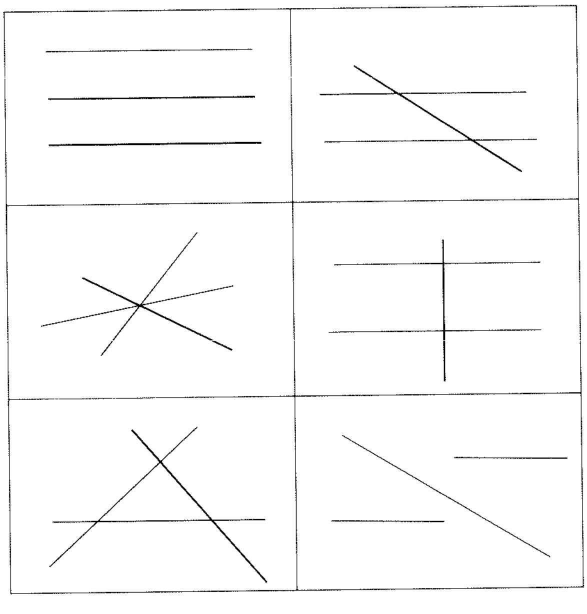
（３）用意するもの

・マス目を印刷した発表ボード（紙に印刷し、ラミネートしたのち、裏面にマグネットを貼付）

・水性マーカー

6　本時の展開（全１６時間中の１時間目）

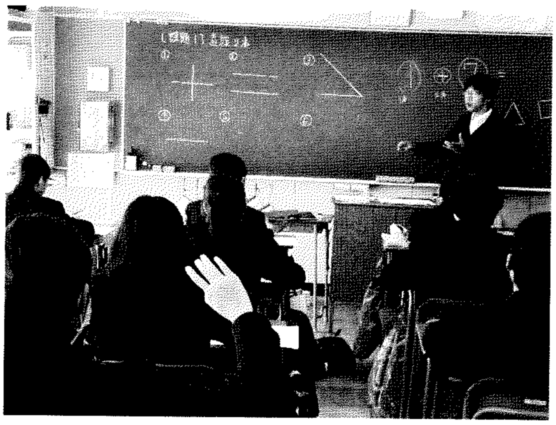
	指導内容	学習内容 （『』発問、▶ 指示説明、・予想される生徒の反応）	・指導上の留意点 ◇評価
導入（５分）		『「１＋７」の式に１本の線を加えて１００より大きい数にしてみよう。』 ▶１，＋，７はそれぞれ直線1本，2本，3本でできている平面図形と見ることができる。	・直線と曲線の違いに触れ、考えやすい直線について扱うことを伝える。
展開①（２０分）	2直線の位置関係	▶ワークシートを配布 ▶課題１に取り組む。 『直線を２本使って，いろいろな平面図形をかいてみよう。①～③には直線を１本付け加え，④～⑥には２本の直線を自由に記入しよう。』 ※太線はワークシートに印刷しておく。 ▶生徒数名を指名して，黒板にかかせる。  『①の仲間はどれですか。』　・②　・⑥ 『その特徴は何ですか』 ・ぶつからない　・交わらない　・平行 平行が出ない場合は 『この位置関係を何といいますか。』　・平行 『では，他の図形の特徴は何ですか？』 ・ぶつかる　・交わる	・意図的に平行と垂直と交わるものが２つずつになるように黒板にかかせる。 ・平行や垂直については言葉のみを確認し，表記方法などはここでは扱わない。 ・垂直と直角の区別は明確に行う。

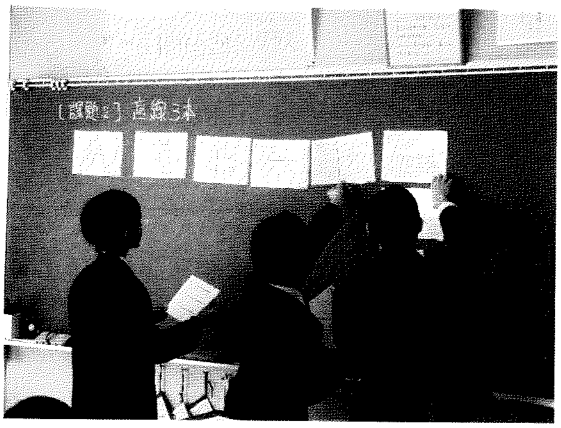
		▸交わった点を交点という。 『ぶつかっている図形の交点はいくつですか？』 ・1 個 『ぶつかっていない図形の交点はいくつですか？』　・0 個 『②はどちらの仲間ですか？』　・1 個　・0 個 ▸「1 個」と答えた生徒を指名して説明させる。 ・直線は限りなくのびるまっすぐな線だから。 『②はどちらの仲間ですか？』　・1 個 『直線 2 本で交点が 2 つある図形はかけますか？』 ・かけない ▸分類は交点が 1 個と 0 個の場合だけである。	・生徒から前ページの②の図が出ない場合は、教師から提示する。 ◇直線、交点の定義を理解している。 ［知識・理解］
展開②（２０分）	3直線の位置関係	▸課題２に取り組む。 『直線を３本使っていろいろな平面図形をかいてみよう。』 ▸班にしてワークシートを回し読みする。 ▸発表用ボードを配布して，図形をかかせ，各班６枚ずつ黒板に貼る。  ▸生徒を前に出して，整理・分類をさせる。 ▸課題１と同様に生徒が交点の数で分類したことを確認する。	・出されたものが多いので，同じものをまとめていくと良い。 ◇交点の数に着目してさまざまな図形を分類しようとしている。 ［関心・意欲・態度］

		▶時間があれば「三角形」「辺」「線分」を指導する。	◇分類した図の中から基礎的な図形（線分、角など）を見出すことができる。 ［見方や考え方］
まとめ（5分）	まとめと 次時の予告	▶分類の結果としてできた図形が平面図形の基礎知識を網羅していることを伝え、学習意義を感じさせる。	

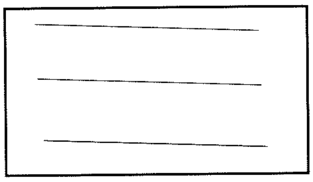
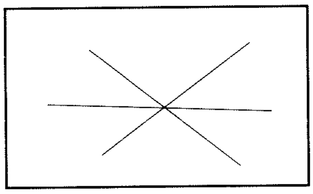
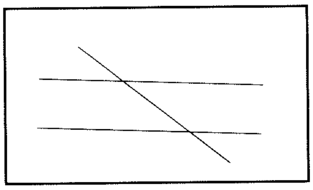
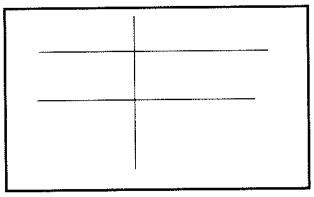
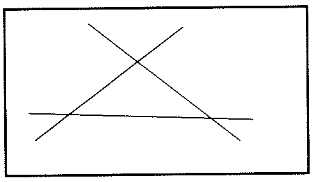
7　生徒の感想

・図形は三角形だけではなく，線や平行でも図形といえることが分かった。
・直線を使って平面図形をかいた。交点や平行などの分類をした。
・最初，図形をたくさんかいたけど，最後は4つくらいにしぼることができたので，おもしろかった。
・交点が最高で何個まで作ることができるのかが気になります。
・直線は永遠に続く線だということをあらためて知った。
・図形は三角形や四角形のような線でつながっているものだけじゃなく，線がつながっていなくても図形といえる。
・今まで図形といえば「△」や「□」というイメージがあったけど，「1」とか「＋」とかも図形ということが分かった。
・直線1本でも図形だということが分かった。最初の形は違っても直線と考えるとほとんどが同じような形になることが分かった。
・図形を見るのがいやだったけど，いろいろな図形があると分かって，見るのが楽しかった。
・班で考えて黒板にはったり，どんな図形があるかを考えるのが楽しかった。
・みんなで考えて図を出すのが楽しかった。図形は身近にあるので気にして見てみたい。(考えてみたい)
・ワークシートにしっかりと自分の考えたことがかけた。友達の意見もかけた。





8　次時以降の流れ

学習内容	おさえるべき言葉と記号
①交点０個　→　平行な３直線 	・平行の記号// ・図中の平行を表す記号
②交点１個　→　「角」などの指導 	角の２辺を２色で色付けして,頂点Ｏと２本の半直線上に点 A,B をそれぞれ書き込む。 ・半直線 OA,OB ・辺 ・頂点Ｏ ・角の内部と外部 ・∠AOB,∠BOA の表記
③交点２個　→　平行な２直線に交わる１直線  特別なパターンとして,下の図形を紹介する。 	・平行線間の距離 ・垂直の記号⊥ ・図中の直角を表す記号
④交点３個　→　「線分」「三角形」などの指導 	直線の交点に A,B,C をそれぞれ書き込む。 ・線分 AB,BC,AC ・三角形 ABC（△ABC） ・三角形の辺 ・点と直線の距離（高さ） ・２点間の距離（線分の長さ）

V　成果と課題

（1）成果

・マス目のある発表ボードを使用した結果，生徒が直線や平行，垂直をかきやすくなった。

・小学校の既習事項である直線の定義を再確認することができた。

・三角形や四角形のような「閉じた図形」だけでなく，直線などの「開いた図形」も平面図形であることが確認できた。

・見た目が違っても直線をのばすことにより，同じ仲間であることを理解した。そのことにより，直線が無限にのびていることを実感させることができた。

・さまざまな図形が，交点に着目することで数種類に分類できることを実感させることができた。

・個人活動→グループ内活動→全体発表の手順を踏んだ学習活動を行うことで，理解を深めることができた。

・次時以降の学習を進めていく中で，いつでも戻って確認できる教材である。

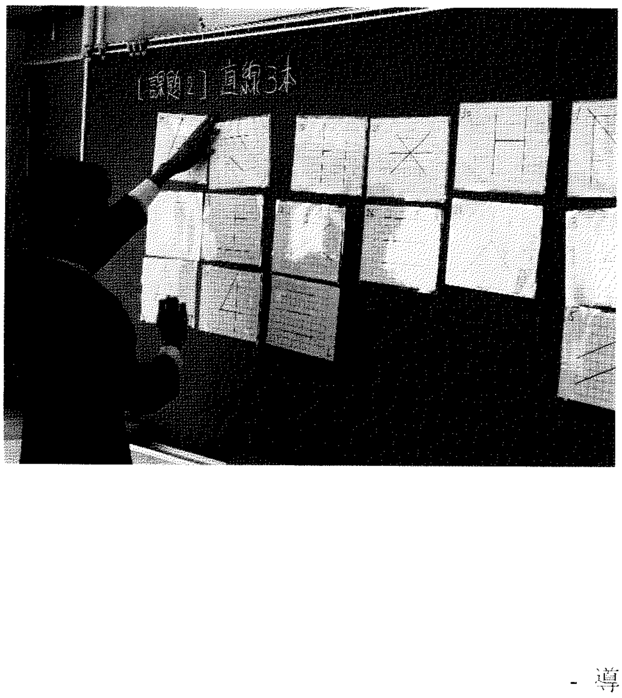
（2）課題

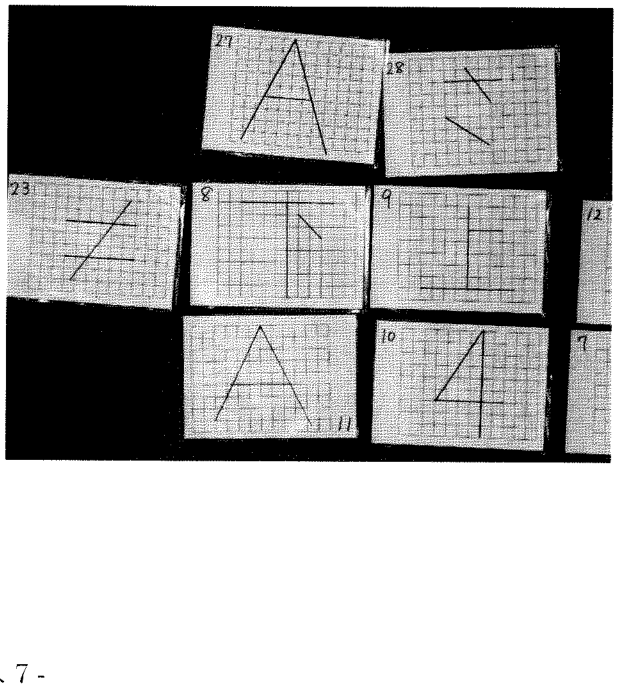
・「導入の説明」「時間配分」「直線の定義の確認」など，生徒の反応に応じて，臨機応変に変える必要がある。

・課題１の扱い方によって，主課題である課題２に費やす時間が変わってくる。そこで，習熟度クラスを実施している場合などは，課題１の内容や扱いをクラスごとに変える必要がある。例えば，下位クラスの場合は垂直や平行の図をあらかじめ印刷しておくこともひとつの手段である。

・課題１，２で線分をかいている生徒に対して，生徒の実態に応じて，直線が無限にのびていることを実感させる方法を考える必要がある。

・今回の授業では，分類のみで終了したが，時間に余裕があった場合，－導入６－のどの内容を扱うかを検討しておく必要がある。





VI　研究のまとめと今後の課題

本研究のねらいは，第１学年「平面図形」における線分や直線，平行や垂直，角などの用語や記号の指導において，生徒の興味・関心を高めることである。そこで，以下の指導法について研究を深めた。

1　生徒に直線の位置関係を考え，分類させることで，その図の中の基本的な構成要素となる図形を表す用語や記号を理解させること。

2　これまでに生徒が感覚的に使用し，混同しがちな用語（例えば「垂直」と「直角」など）を生徒に区別して理解させること。

本年度の研究における成果の第一は，生徒に直線の位置関係を考えさせ分類した図を利用することにより，生徒の興味・関心が高まり，意欲的で集中した取り組みが多くの場面で見られたことである。第二に，生徒がもつ図形の概念を揺さぶるように発問を工夫することで，これまで学習してきた混同しがちな用語を，生徒が区別して理解できたことである。

今後の課題として，生徒の実態に応じて，ワークシートの課題の難易度をどのように設定するべきかを検討する必要がある。また，生徒が分類した直線の位置関係を表す図の，次時以降での活かし方を検討する必要がある。

本委員会では，これからもさまざまな領域を扱いながら，さらなる教材開発や指導法の工夫を提案していこうと考えている。

導入法委員会　　◎・・・代表者　○・・・発表者			
工藤　彰久	八王子市立川口中学校	種田　庸敏	町田市立成瀬台中学校
香積　信明	板橋区立高島第二中学校	川村　直也	福生市立福生第二中学校
瀧川　英知	中野区立第二中学校	白戸　達也	小平市立小平第六中学校
清水　義彦	福生市立福生第二中学校	加藤　真百子	小平市立小平第六中学校
西野　嘉一	北区立滝野川紅葉中学校	丸山　そよ子	国分寺市立第五中学校
和田　有紀子	町田市立小山中学校	正覚　真紀	練馬区立大泉学園桜中学校
◎太田　謙一	国分寺市立第三中学校	岩堀　隆正	昭島市立昭和中学校
松下　典子	小金井市立南中学校	髙橋　優太	中野区立第五中学校
○堀越　義智	青梅市立霞台中学校	辻山　登紀子	青梅市立第一中学校
山下　拓哉	新宿区立牛込第二中学校	石川　寛樹	町田市立堺中学校
濱田　正徳	八王子市立陵南中学校	須藤　昭彦	武蔵野市立第五中学校
共同研究者			
室賀　隆夫	元立川市立立川第八中学校校長	香積　恵子	元東京都公立学校講師
今井　文夫	元西東京市立田無第一中学校校長	山本　豊彦	福生市立福生第四小学校校長
青木　一重	元東京都公立学校教諭	斎藤　光司	豊島区教育委員会
佐藤　富子	元東京都公立学校教諭	高野　吉靖	都立田無高等学校

2次方程式の導入に関する授業改善

～生徒が握手をする場面を通して～

町田市中教研 数学部会（数学科指導法研究会）

1　研究のねらい

中学校第３学年における２次方程式の学習指導においては、「方程式についての見方を深め、２次方程式を利用して問題解決ができるようになる」とともに、「数学と日常との関連を理解したり数学的コミュニケーション能力や問題解決能力を育成したりする」ことが期待されている。この視点から２次方程式の導入の学習指導をみると、その定義を示すことを急ぐあまり、生徒の主体的な学習が行われているとは言いがたい。単元の導入においても、生徒の主体的な学習が展開されるような授業を構想したい。

ここで、現行の教科書７社の２次方程式の導入における題材を調べてみると、５社が「周の長さと面積が与えられたときの長方形の縦の長さを求める」ことに関するものであり、「カレンダーに関する数当て」、「長方形に一定の幅の道路をつくることに関するもの」が１社ずつであった。単元の導入場面においては、今回提案する「握手の総数を求める」という問題場面に関するものはなく、生徒の身近な場面における具体的な活動や、生徒の多様な追究方法が出現するものも見られなかった。

以上のような現状を踏まえて、本発表では、以下のことを研究のねらいとする。：

「握手の総数を求める問題に関する授業研究を通して、２次方程式の導入に関する授業改善の方向性を示すこと」

2　研究の手順

1) ２次方程式の導入に関する実践報告をもとに、そこでの生徒の追究の様相を明らかにするとともに、その学習指導案の改訂の方向性について議論する。

2) ２次方程式の学習指導について、特に単元の導入の扱いを中心に分析する。

3) 上記 1), 2)を踏まえて改訂学習指導案を作成し、授業研究を通して、その一層の改善を図る。

3　授業研究①の実施＜握手の回数を求める＞　授業者　髙木圭樹教諭

(1) 単元名　第３章　２次方程式　１節　２次方程式とその解き方

(2) 単元目標　・既習事項をもとにして、問題を解決するための式をつくることができる。
・個人や集団による問題の解決を通して、推論する力、説明し合う力などを高める。

(3) 本時の学習指導案の概略

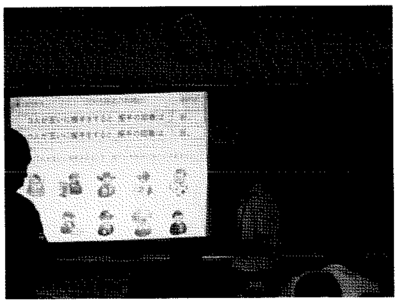
時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価基準
導入 7分	［導入問題提示］ 「５人が互いに握手をするとき、握手の合計は何回になりますか。」	問題提示の前に、３人の生徒を前に出し実際に握手をさせ、回数を確認する。	ア－①日常の場面における

	〈個人探究(2分)〉 導入問題答合わせ〈全体探究〉	地道に解を導いた生徒には、能率よく考える方法がないか、早く求めた生徒には、他の考え方や式を考えさせる。	問題を解決するために、文字式や方程式をすすんで利用しようとしている。 イー①数量の関係から規則性を発見し、多面的に考察しながら方程式をつくったり、相互に説明し合ったりすることができる。
展開 40分	〔展開問題提示〕 「x人の人が互いに握手をするとき、握手の回数を求める式をつくろう」 〈個人探究(2分)〉 〈集団探究(18分)〉 ・自分の考えた内容を互いに発表してから、集団で検討する。 〈全体探究(15分)〉考え方が異なる3,4の回答例を説明する。 〔応用問題提示〕 「パーティーに出席した人々がそれぞれ全員と握手をし、その回数を数えたところ、210回であった。このとき、出席者は何人ですか。」 〈個人探究(5分)〉	・早く求めた班には、表の他に図で考えることができないか、問いかける。 ・発表できそうな班には、発表者や説明する流れを考えさせる。 早く求めた人は、班での学習リーダーとなり班員の求めに応じてサポートする。	
まとめ 3分	本時のまとめ		

(4) 授業の実際（丸番号は授業の文節を示す）

① 問題場面の把握～3人で握手

(一斉授業の座席配置。黒板の左側にマグネットスクリーンが設置され、プロジェクターによるPowerPoint資料が映されている。スライドに今日のねらいを映す。)



T1:「今日は身近なことがらをもとにして、今学んでいる2次方程式を考えていきます。誰か手伝ってくれる人を3人募集します。やってくれる人？」(数名が挙手、指名された生徒が黒板の前に立つ。)

T2:「では、今日みんなに考えてもらう身近なことがらはこれです。」

(スライドに握手をしている図を映す)

T3:「握手です。実際に前に出ている3人に握手をしてもらいましょう。では、お互いに握手をしてください」(3人が互いに握手)

T4:「では、皆さんに質問をします。今、前に出た3人で握手をした回数は何回でしたか。」(唐突な質問に何人かの生徒は呆気にとられる。3回？4回？など答えをつぶやく。)

T5:「では、もう一回やってもらいますので、みんなで回数に注目してみましょう」(3人はもう一度互いに握手)

T6:「では、改めて聞きます。握手は全部で何回ありましたか。」

S1:「3回です」

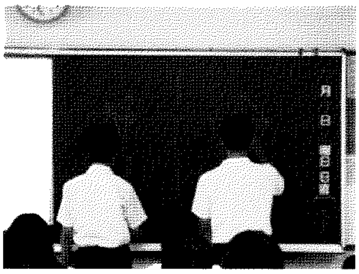
T7:「そうですね。では、お手伝いしてくれた3人、ありがとう、席に着いてください。」

(スライドを変え、スライド上に映された枠に3回と指導者が書き込む。ワークシート①を配布。)

② 5人で握手

T8：「改めて今日は、この握手をする人数とその回数について考えていきます。では人数を増やします。」（スライドを変える。スライド上には5人のキャラクターが映される。）

T9：「5人で握手をしたとき、握手の回数は何回になりますか。ワークシートの枠に5を記入したら、考えてみましょう。」（タイマーを2分にセット。生徒は個人探究、指導者は机間指導。）



T10：「では、答え合わせをしますが、大きく分けて2通りの考え方がありました。代表して、前に出てきてもらい、やってもらいましょう。A君、B君前に出てきてやってもらえますか。」（黒板に書く。）

T11：「皆さんは、自分の考え方と同じであったり、違う場合であったりを良く見てください。」

T12：「では、A君、自分の求めた考え方を発表してください。」

S2：「僕は、2年生でやった樹形図の考え方で求めました。」（4つの樹形図を示しながら説明。）

T13：「このA君の求めた方法で考えた人、手を挙げてください。」（およそ半数の生徒が挙手）

T14：「では、B君、自分の求めた考え方を発表してください。」

S3：「僕も、2年生でやった多角形の図の考え方を使って、5人なので五角形をかいて、対角線を結び、その本数を数えて求めました。」（五角形を示しながら説明。）

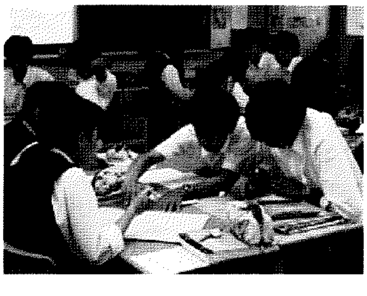
T15：「なるほど、B君の求めた方法で考えた人、手を挙げてください。」（およそ半数の生徒挙手）

③ 10人で握手

T16：「どちらも2年生の場合の数で学んだ方法で求めることができますね。今まで学んだことがしっかりと身に付いていることは素晴らしいですね。ではさらに、人数を増やしていきましょう。」（スライドを変える。スライド上には10人の人のキャラクターがある。）

T17：「10人で握手をしたとき、握手の回数は何回になりますか。ワークシートの枠に10を記入したら、考えてみましょう。」（タイマーを2分にセット。生徒は個人探究、指導者は机間指導。）

T18：「では、これから4人班を作り、自分の求めた考え方をお互いに発表し合い、求めた回数が合っているか確かめてみましょう。特に自分の考え方と違うときはしっかり聞くようにしましょう。」（4人班の座席配置。タイマーを8分にセット。生徒は集団探究、指導者は机間指導。）



T19：「では、どの班も答えが出たようです。10人で互いに握手をするとその回数は何回になりますか。」

S4：「45回です。」

④ 人数を増やす～35人で握手

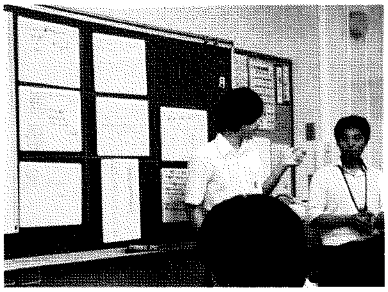
T20：「はい、正解です。班でいろいろな求め方を共有できましたね。では、更に人数を増やしていきます。3人、5人、10人と増やしてきましたが、さあ、次は何人でしょうか？」（生徒は、30人、100人などいろいろな数字をつぶやく。）（スライドにクラスの集合写真を映す）

T21：「クラスの人数、すなわち35人で握手をした場合、握手の回数は何回になりますか。」（生徒は不安そう。）

T 22：「困った顔をした人がいますね。困った理由はおそらく35人分の樹形図を書いたり、三十五角

形を書いたりするのは大変そうだな、ではないですか。」（何人かの生徒がうなずく）

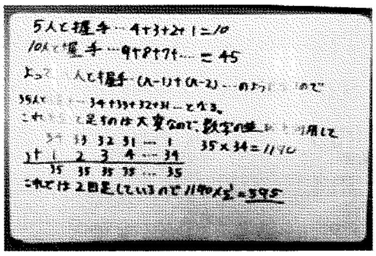
T 23:「こういう時どうするか、地道にやって数えても良いけれど、こういう大きな数に出会って解決をするときこそ、工夫して求めていくのが数学です。これまでの人数での回数の求めたことを踏まえて、35 人での握手の回数を班で協力し、工夫して求めてみましょう。」



（タイマーを 15 分にセット。生徒は集団探究。指導者はマグネットボード、マーカー（黒・赤）、イレーサーを配布し、机間指導。）

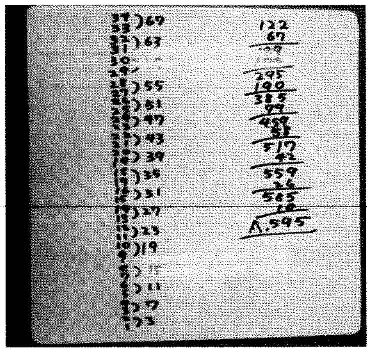
T24：「では、各班の考えを記入したボードを黒板に貼りに来てください。」（各班の代表がボードを貼る）

T25：「いろいろな考え方・工夫で求めてもらいました。この中からどういう工夫をしたのか発表してもらいましょう。では、6 班の代表、前に出てきて発表してください。」（生徒が前に出る）



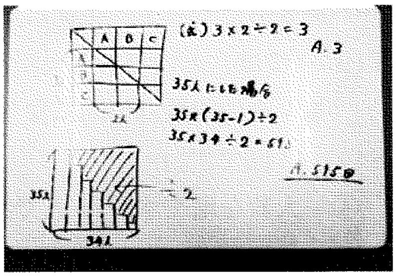
S5：「10 人のとき、（樹形図の）手の数は 9 、 8 、 7 ・・・となったから、35 人なので、34, 33, 32, …と順に足して求め、握手の回数は 595 回となりました。」

T26：「ありがとう。5 人、10 人のときの考えを元にして、地道に計算を頑張りましたね。でも、これだけの計算をするとなるとミスが出てくる可能性もあるから、何か他の求め方、工夫がないか、他の班の考えを見てみよう。3 班の考えを発表してください。」



S6：「さっきの考えに似ていますが、1 から 34 を足すのを（発表ボードを指しながら）このように、ひっくり返してそれぞれ足し合わせると、全て 35 になり、それが 34 個あるので、35×34 で 1190、でもこれだと 2 回足しているので、2 で割って、595 回と求めました。」

T27：「なるほど。1 から 34 を足すことは最初の班と変わらないけど、工夫して計算する量を大きく減らすことができましたね。これら 2 つの班は 1 から 34 を足すことがねらいでしたね。他の考え方で求めた班に発表してもらおう。2 班の代表者、発表してください。」



S7：「（ボード指しながら）このように、リーグ表みたいに考えました。例えば、3 人では、自分以外の人と握手するので、横が 1 人減り、3×2 で 6 、重複するので 2 で割って、回数は 3 回となります。同じように 35 人でも、35 と 35 から 1 引いた 34 をかけて 2 で割って、595 回となります。」

T28：「表と図形を用いて、工夫して求めましたね。式だけ見れば、3 班の式と同じですが、式に至るまでの考え方が違いましたね。他の班も、似たような表を書いて求めていますね。」

⑤ x 人で握手

T29：「3 人、5 人、10 人そして 35 人と人数を増やして握手の回数を求めましたが、最後に文字を使って、握手の回数を考えてみよう。x 人のとき、握手の回数 x を使って表すとどうなるかな。」（タ

イマーを２分にセット。個人探究。）

T30：「握手の回数は、先ほどのリーグ表をヒントに考えると、$\dfrac{x(x-1)}{2}$＝(握手の回数)として表すことができますね。この式を整理すると実は今学習している２次方程式になります。今日は、身近にある握手をする人数と回数について求め、色々な求め方、考え方があることを学びました。以上で授業を終わります。」

(5) 授業①の検討

ア) 数の場合から文字への考察へ

授業者は、5 人での握手の合計数を考えて、x 人の場合へと進む予定(学習指導案参照)であったが、実際の授業においては、生徒の反応を踏まえて、3 人、5 人、10 人、そして 35 人での握手の場合へと展開した。そして、35 人の検討の中で、生徒の解答に x 人の場合へと一般化しているものが現れたので、授業者の方からそれを取り上げて $x(x\text{-}1)/2$ とまとめている。

x 人での握手の前段階として数値を扱うであろうが、具体的に何人の場合をまず考えるのかの決定が必須である。それは、授業のねらいや生徒の実態によって確定される。なお、何人の場合を扱うにしても、実際に生徒同士で握手をさせることは、生徒が問題場面を把握する上で重要である。

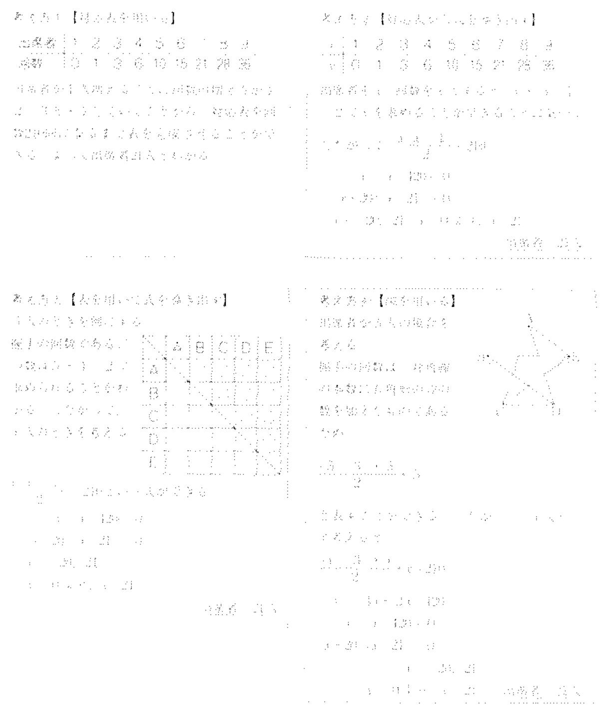
イ) 多様な考えの出現、共有

本時では 35 人の場合の解決において、S5, S6, S7 に示されているような生徒の多様な解決方法が現れている。そして授業者は、それらを生徒に的確に発表させる場を設けている(T20～T28 参照)。ここに、この授業の意義がよく現れている。グループによる追究によってその質が高まり、続く全体での発表によって学級で共有されている。

右の考え方①～④は、この授業での生徒の反応に基づいて、握手の総数が 210 回になる x 人の値を求める場合の考えをまとめたものであり、いずれも既習事項を上手に使っている。この部分にも、本授業のおもしろさがある。

なお、次項 4 に示す授業②においても、生徒のこれらの考えが現れることを想定して、改訂学習指導案が作られている。

▼生徒の反応例



ウ) x の２次方程式を導くこと

本時では、S7 の発言を踏まえて、x 人の場合へと一般化することを目指した。ここに現れる方程式 $x^2-x-420=0$ を例にして、２次方程式の定義へと結び付けようという考えが本研究の方向性である。

4　授業研究②の実施＜握手の回数を求める＞　授業者　石川寛樹教諭

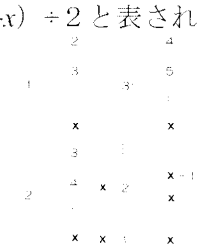
(1) 改訂学習指導案の作成とそれに基づく授業

前項 3 での授業①の実際とその検討を踏まえて、(2)に示すような改訂学習指導案を作成し、授業

研究を行った。なお、授業時期の関係からこの学級では既に２次方程式の学習指導を終えていて、実際の授業では２次方程式を解いて答えを求める問題②（展開２の部分）も扱っているが、２次方程式が登場するこの終盤部分の前までの展開は、導入時でも扱えるように作成してある。

(2) 本時の展開

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準 （評価方法）
導入 10分	１　導入問題に取り組み、学習場面を把握する。 Ｔ１：導入問題に取り組んでください。 導入　あるパーティーで、５人の人が自分以外の全員と１回ずつ握手をするとき、握手の回数は合計何回になりますか。 Ｓ１：五角形をかいて考えればよい。 Ｓ２：樹形図をかいて考えればよい。 Ｓ３：表をかいて考えればよい。 Ｔ２：前に５人出てきて、実験により答えを考えてみましょう。 Ｓ（５人）：（実験により）合計は10になった。 ねらい　学んだことを利用して、問題を解決しよう。	・ワークシートを配布し、導入問題を取り組むよう促す。 ・周囲との話し合いはせずに、個別探究のみで考えさせる。 ・この場面では、あえていろいろな解答を出さずに、実験で答えを確認するだけに留める。	ア－①　日常の場面における問題を解決するために、文字式や方程式をすすんで利用しようとしている。 （発言やプリントの観察）
展開1 20分	２　問題①に取り組む。（個別探究） Ｔ３：問題①を５分で考えてください。 問題①あるパーティーで、x 人の人が自分以外の全員と１回ずつ握手をするとき、握手の回数は合計何回になりますか。x を使った式で表しなさい。 Ｓ４：人数が１人増えると、握手の回数は何回増えるのだろうか。 Ｓ５：５人以外のときの回数を調べてみよう。例えば、４人のときは６回だ。 Ｔ４：握手の回数の増え方は一定ですか。 ３　問題①に取り組む。（学び合い） Ｔ５：10分間座席を移動しても構いませんので、相談しながら取り組んでください。その際、自分の考え方と違う考え方を見付け、ワークシートに記入してください。 Ｓ６：（表①）	・机間指導をしながら、Ｓ４，Ｓ５のような発言、記述を全体化する。 ・ここでは、回数の増え方が一定でないことに気付かせたい。必要に応じてＴ４のように補助発問し、規則性の発見を促す。 ・話し合いの目的（多様な考えを出す）を明確にする。 ・Ｓ６、Ｓ８のような考え方は第１章で既習である。よって、Ｓ６のような式をたてることができた生徒には、過去の学習内容を想起するように助言す	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>人数</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>… x</td></tr>
<tr><td>回数</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>15</td><td>…</td></tr>
</table>
＋1　＋2　＋3　＋4　＋5
このように増えているから、x 人のときの回数は、
$1+2+3+\ldots+(x-1)$
$+)\ \underline{(x-1)+(x-2)+(x-3)+\ldots+1}$
$x+x+x\quad+\ldots+x$
$\{x\times(x-1)\}\div2$ と表される。
S７：(表②)
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td><td>x</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td>○</td><td>○</td><td>…</td><td>○</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td>○</td><td>…</td><td>○</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>…</td><td>○</td></tr>
<tr><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>…</td></tr>
<tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
上の表から、$(x\times x-x)\div2$ と表される。
S８：(樹形図)

上の図より、
$(x-1)+(x-2)+(x-3)+\ldots+1$
(以降S６と同じ)
$\{x\times(x-1)\}\div2$ と表される。
</td>
<td>る。
【段階別の手だて】
A：図や表を使って式をつくることができている。(手だて：他の考え方で式をつくっている人を探し、理解を深めるよう促す。)
B：図や表をかくことができているが、式をつくることができない。(手だて：人数が増えるにつれて、回数の増え方はどうなっているかを考えさせ、x 人のときの回数を表す式を考えるよう促す。)
C：図や表を書くことができない。(手だて：図や表をかいている人を探し、一緒に考えるよう促す。)
・２つ以上の解答(図や表)を黒板に出し、生徒に説明させる。同じ考え方の生徒を指名し、補助説明をさせたり、違う考え方で解いた生徒に質問させたりして、全体での理解を深める。
・どの考え方で式をつくっても、最終的には同じ２次式になることを確認する。
</td>
<td>イ－①　数量の関係から規則性を発見し、多面的に考察しながら方程式をつくったり、相互に説明し合ったりすることができる。
(発言やプリントの観察)
</td>
</tr>
<tr>
<td>展開２

15分</td>
<td colspan="3">４　問題②に取り組む。(個別探究)
T６：問題②を５分で考えてください。

$\boxed{\text{問題}}$②あるパーティーに出席した人々が、自分以外の全員と１回ずつ握手をしたところ、握手の回数の合計は210回であった。このとき、出席者は何人ですか。
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>S９：式のつくり方がわからない。
S１０：$(x^2-x)\div2=210$
$x^2-x-420=0$
$(x+20)(x-21)=0$
$x=-20、21$
$x>0$ だから $x=-21$ は問題に適して
</td>
<td>・S９のように方程式をつくることができない生徒には、①でつくった式を使うよう促す。
・方程式をつくるまでの時間をなるべく多く掛け、全員が自分の力で方程式をつくることができ
</td>
<td>イ－①　数量の関係から規則性を発見し、多面的に考察しながら方程
</td>
</tr>
</table>

	いない。よって、$x=21$ したがって、21人 S11：$x=-21$、21の後の書き方が分からない。 T7：問題に適している答えはどちらですか。問題の答えの書き方は、どのようにかいたら良いですか。「$x=$」という書き方で良いですか。	るように机間指導を通して支援する。 ・S11のような疑問が出た場合は、T7のように補助発問し、問題の答えに結び付ける。 ・この場面では、いろいろな解法を出すことはせず、代表生徒に正答を書かせ、全体で確認する。	式をつくったり、相互に説明し合ったりすることができる。（発言やプリントの観察）
まとめ5分	5　本時の振り返りをする。 T8：本時の振り返りをワークシートに記入してください。本時では、どんなことを利用しましたか。 S11：2次方程式。 S12：関数のときに使った表。 S13：2年生の確率のときに使ったような表や樹形図。 S14：文字式の計算。 T9：今まで学習したことを今後も利用しながら数学の学習を進めていきましょう。	・何人かの生徒に発言させ、本時のねらいに迫る。2次方程式以外にもいろいろなことを利用したことを確認し、学習を深める。 ・同じ気づきをした生徒などを挙手させ、意見を全体で共有しながら評価する。	

(紙数の関係で、板書計画、ワークシート、授業観察の視点は略)

5　おわりに

町田市中教研では、研究主題＜充実感・達成感を満たす数学教育＞の下、研究授業・研究協議・講演会を年2回行っている。また、学期に1回程度開催される数学科指導法研究会(数指研)においては、公開授業や校内研究会で行った授業の指導案、日々の教材、定期試験の内容、指導上の悩みなどを持ち寄り自由闊達な議論をしている。これらを通して参加教員の授業力の向上を図り、さらに市内全体への波及効果を期待して研究内容を発信している。本中教研数学部会では、今後も授業研究の充実を図るとともに、数学科指導法研究会における実践研究を協働で継続していきたい。

町田市中教研　数学科指導法研究会

風間　茂（顧問・町田第三中学校校長）　高山琢磨(部長・町田第一中)

石川寛樹(堺中)　磯貝元宏(鶴川第二中)　小沼智亙(町田第一中)　種田庸敏(成瀬台中)
角方寛介(町田第一中)　鈴木俊男(金井中)　髙木圭樹(つくし野中)　高橋麻也子(堺中)
津田龍太朗(成瀬台中)　平戸孝幸(忠生中)　本荘まさみ(南大谷中)　松本　勇(つくし野中)
向所慶太(堺中)　村島了介(小山中)　吉田浩幸(町田第一中)