

第57回研究発表大会に寄せて

東京都中学校数学教育研究会

会長 竹山 正弘

多くの会員の皆様のご協力により、東京都中学校数学教育研究会（以下、都中数と記す）第57回研究発表大会を迎えることができました。今回の発表大会運営に向けて、準備等でご尽力いただいた多くの皆様方に深く感謝申し上げます。

本発表会は、少人数指導等で時間割調整が難しい中、少しでも多くの先生方に参加していただけるよう、平成28年度より2月中旬の上曜開催と致しました。

さて、いよいよ令和3年度からの新学習指導要領の全面実施に向けて、移行期間もあと1年となりました。各地区の研究会等におかれましても、改訂の趣旨を踏まえた実践研究等を通し、着実に準備を進めてきていることと拝察いたします。

都中数の研究部では、現在8つの委員会（数式・図形・教育課程・確率統計・評価・導入法・関数・指導法）が活動しており、新学習指導要領の趣旨を踏まえ、指導の工夫改善に向けた実践研究を進めてきています。各委員会ともに多くの校務を抱えながらも、定期的に委員会を開催し、地道な研究活動を続けています。昨年11月に行われた第74回関東甲信静数学教育研究千葉大会でも、3つの委員会が発表を行い、大会運営にもご協力いただきました。本日は、全体会・講演のあとに、3分科会に分かれて、研究部の委員会及び調査部より合計8本の発表があります。一年間取り組んできた授業実践に基づいた貴重な発表です。

また、都中数の調査部では、毎年、東京都公立中学校数学科教員を対象とした調査を実施しています。調査内容は、各校における数学科の課題、研修をしたい内容や数学的活動の取り扱い、ICTの活用状況等で、東京都全体の数学教育に関する傾向を知ることができる貴重な資料となっています。なお、特別支援学校を含めた613校中603校からの回答をいただき、回答率が98%となっております。ご協力いただいた学校の数学科の先生方、そして各地区連絡理事の方々には感謝申し上げます。

さらに、都中数は東京都教職員研修センター（以下、教職員研修センター）が認定した研修団体であり、8月には教職員研修センターが実施する教科等・教育課題研修「各種研究団体との連携研修」として数学指導技術向上研修会を開催しました。少人数のグループに分かれて、学習指導案の検討や模擬授業等を行う実践的な研修内容となっています。教職員研修センターの、申込み手続きや運営面等でのご支援をいただき、当日は72名の受講者が参加しました。また、講師・助言者として54名の先生方のご支援をいただきました。受講者の研修後のアンケートでは、「自己の課題解決に役立った」「研修内容の理解が深まった」等の多くの回答を得ることができました。

最後になりましたが、本研究発表大会の講師として都留文科大学准教授 新井 仁 先生に、「問題解決学習における数学的活動と授業づくり」について御教示いただけますことに、深く感謝申し上げますとともに、第33代会長 小宮 賢治様、第34代会長 三町 章様、第37代会長 元木 靖則様には各分科会発表の講師をお引き受けいただいたことに厚く御礼申し上げます。

第 57 回 東京都中学校数学教育研究発表大会

発表次第

第一分科会 …… 指導助言者 小 宮 賢 治 先生 (都中数元会長)

会場 : 2年1組教室

	委員会名等	発表テーマ	発表者
1	関 数	第3学年 関数における速さの指導 ～ ICTを活用した関数の利用「バトンパス問題」～	北区立滝野川紅葉中学校 小 高 洋 平
2	教育課程	中学校における「割合」の指導について ～「文字と式」「方程式」の授業分析を通して考える～	大田区立馬込中学校 戸 崎 大 和
3	調査部	数学教育推進に関わる実態調査 ～数学授業の改善のために～	江戸川区立葛西第二中学校 植 木 清

第二分科会 …… 指導助言者 三 町 章 先生 (都中数元会長)

会場 : 2年2組教室

	委員会名等	発表テーマ	発表者
1	数 式	自らの活動をふりかえり、 吟味する力を育てる数式領域の指導 ～主体的・対話的で深い学びに向けて～	練馬区立開進第三中学校 齊 藤 彰 仁
2	図 形	中1「作図の利用の指導」 ～図形の移動場面において～	東京都立富士高等学校附属中学校 堀 孝 浩
3	導入法	「1次関数と方程式」の実践例2 ～1次関数と2元1次方程式を 関連付ける活動を通して～	大田区立出雲中学校 佐々木 大 典

第三分科会 …… 指導助言者 元 木 靖 則 先生 (都中数元会長)

会場 : 英語室

	委員会名等	発表テーマ	発表者
1	評 価	新学習指導要領における 評価のあり方について(2) ～具体的な生徒の気づきに対する評価の考察・提案～	江戸川区立小松川第一中学校 湯 浅 浩 八王子市立第五中学校 中 塚 晃
3	確率統計	データを自ら収集し、活用する力の育成 ～「D領域 データの活用」の授業提案～	国分寺市立第五中学校 橋 本 麻衣子

数学教育推進にかかわる実態調査

— 数学授業の改善のために —

◆ 調査の目的

中学校における数学教育推進上の諸課題等や、数学科教員の意識等について調査を行い、今後の数学授業の改善に役立てる。

◆ 調査項目作成の方針

過去の調査結果を参考に、主に授業力向上に関わる調査項目を作成し、都内公立中学校の実態を把握する。

◆ 調査対象

都内公立中学校（義務教育学校含）613校の数学科教員（教科主任等）

◆ 調査期間

令和元年8月23日（金）～令和元年9月20日（金）

◆ 設問数

設問数は毎年8問程度としている。

1 調査の概要

ア 調査の方法について

各地区連絡理事に全面的な協力を得ながら、メールを利用して都内全校に対して調査を実施した。回答校数は603校、回答率は調査期間後の集約分も含めて約98%となった。

イ 調査内容について

設問項目は、平成26年度の調査から経年比較をするものについては項目を変えず、例年一部を変えるに留めてきた。資料にあるグラフは、5年間のもので平成27年度からのものとなっている。また、平成30年度から新学習指導要領に関する設問を2問設定した。

ウ 分析と考察について

調査結果をもとに、特徴や傾向を明らかにした。見解については、調査部としての見解を主としている。

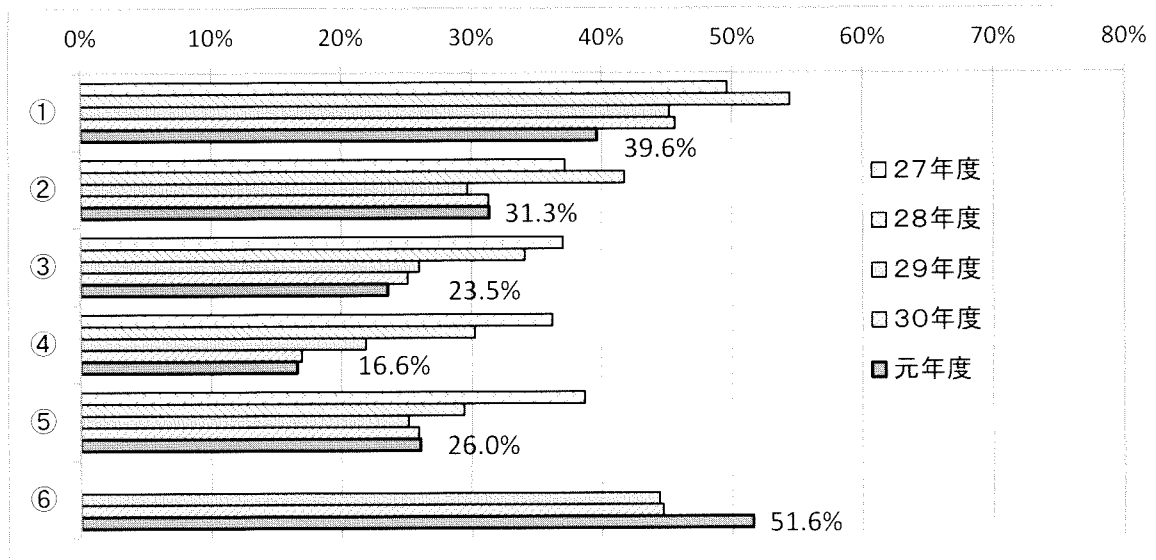
2 調査結果の分析・考察

設問1 昨年度の自校の数学科の課題として、どのようなものがありますか。

次の中から2つまで選んでください。

- ① ICTを活用した授業
- ② 数学的活動を取り入れた授業
- ③ 言語活動を充実させた授業
- ④ 習熟の程度に応じた指導
- ⑤ 基礎・基本を徹底させる指導
- ⑥ 数学的な見方・考え方を働かせる指導

設問1	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	239	189	142	100	157	311
%	39.6%	31.3%	23.5%	16.6%	26.0%	51.6%



【分析・考察】

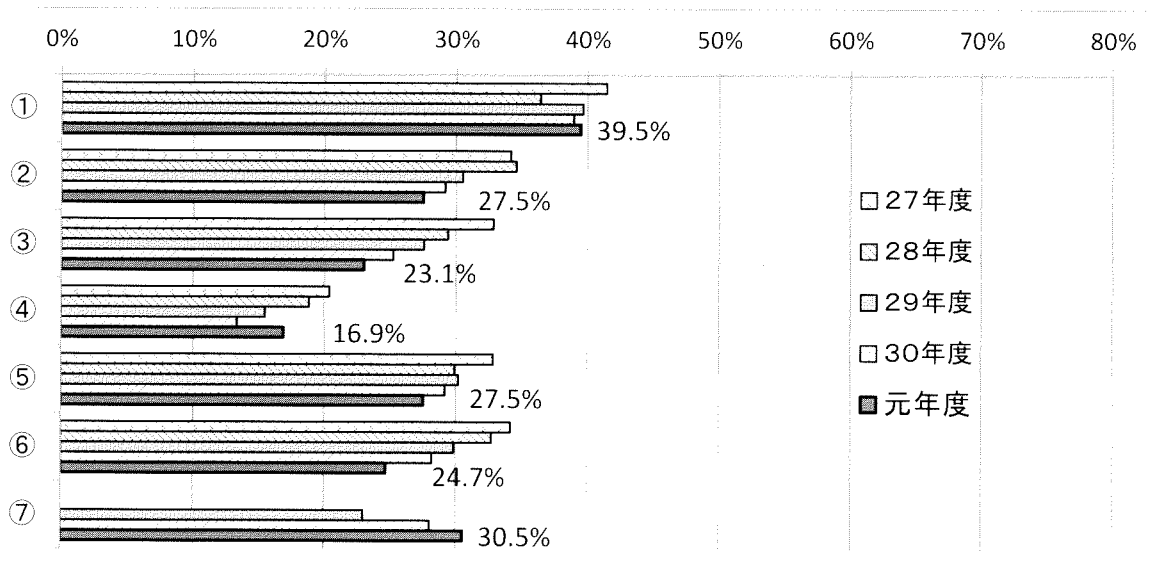
「①ICTを活用した授業」は、平成26年度に72.0%（上記グラフに表示なし）だったが、令和元年度は39.6%と6年間で大幅に減少している。各地区でICT機器の環境が徐々に整ってきていることが分かる。「②数学的活動を取り入れた授業」「③言語活動を充実させた授業」においても、年々減少傾向にある。②③が課題として減少していることから、「主体的・対話的で深い学び」の実現のための授業改善を各校で取り組んできていると判断できる。「④習熟の程度に応じた指導」は24ポイント、「⑤基礎・基本を徹底させる指導」は13ポイント、5年間で減少している。現在9割近くの学校が習熟度別少人数指導を実施するようになり、指導者が経験を積み、各校で課題を解決してきたと判断できる。しかし、「⑥数学的な見方・考え方を働かせる指導」においては、約半数の学校が課題と捉えている。生徒の学力の差によるものか、新学習指導要領によるものか、引き続き活用の具体例を共有することが求められる。

設問2 授業力を高めるため、研修をしたい点は何ですか。

次の中から2つまで選んでください。

- ① 数学的な見方・考え方を引き出す発問
- ② 興味・関心を高めるICTの活用
- ③ 一斉指導における個への対応や特別な支援を必要とする生徒への対応
- ④ 説明や論証など数学的な記述力を高める指導
- ⑤ 多様な考えを引き出す教材の工夫
- ⑥ グループ学習を活用した指導方法
- ⑦ 新しい学習指導要領に沿った授業づくり

設問2	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
校数	238	166	139	102	166	149	184
%	39.5%	27.5%	23.1%	16.9%	27.5%	24.7%	30.5%



【分析・考察】

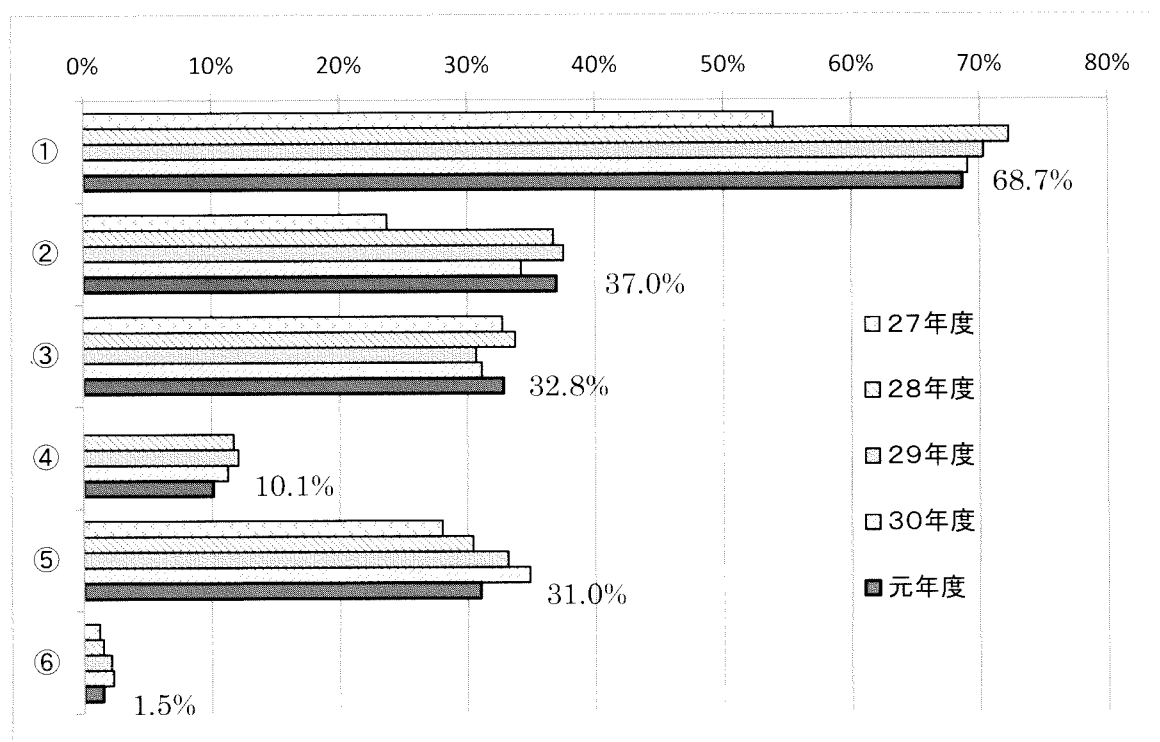
「②興味・関心を高めるICTの活用」は減少傾向にあり、設問1同様に各地区でICT機器の環境が徐々に整ってきていることが分かる。「③一斉指導における個への対応や特別な支援を必要とする生徒への対応」についても減少傾向にあり、9割近くの学校が習熟度別少人数指導を実施していることが要因に挙げられる。全体的に、回答の傾向は今までと大きくは変わっていないが、「⑦新しい学習指導要領に沿った授業づくり」が平成29年度から年々上昇している。設問1の【分析・考察】に記載した通り、「主体的・対話的で深い学び」の実現のための授業改善を各校で取り組んできているが、授業力を高めるためにさらに「新しい学習指導要領に沿った授業づくり」の研修が必要である。特に、数学的活動の充実や生徒の数学的な見方・考え方を育てる授業づくりについての研修が必要である。また、設問6にも取り上げている「データの活用」に関しては、初めて内容に触れる教員も多数おり、この単元に関する指導法についての研修も必要であると考えられる。各地区の教育研究会等において、研修テーマを検討する際の参考にするとよい。

設問3 数学的活動を取り入れた授業は、主にどのように取り扱っていますか。

次の中から2つまで選んでください。

- ① 教科書の各章の導入課題を利用する
- ② 教科書の章末課題や巻末課題を利用する
- ③ 教科書内の問や例題を利用する
- ④ 補助教材（問題集等）の問や例題を利用する
- ⑤ 独自に作成した資料や課題を利用する
- ⑥ ほとんど行っていない

設問3	①	②	③	④	⑤	⑥
校数	414	223	198	61	187	9
%	68.7%	37.0%	32.8%	10.1%	31.0%	1.5%



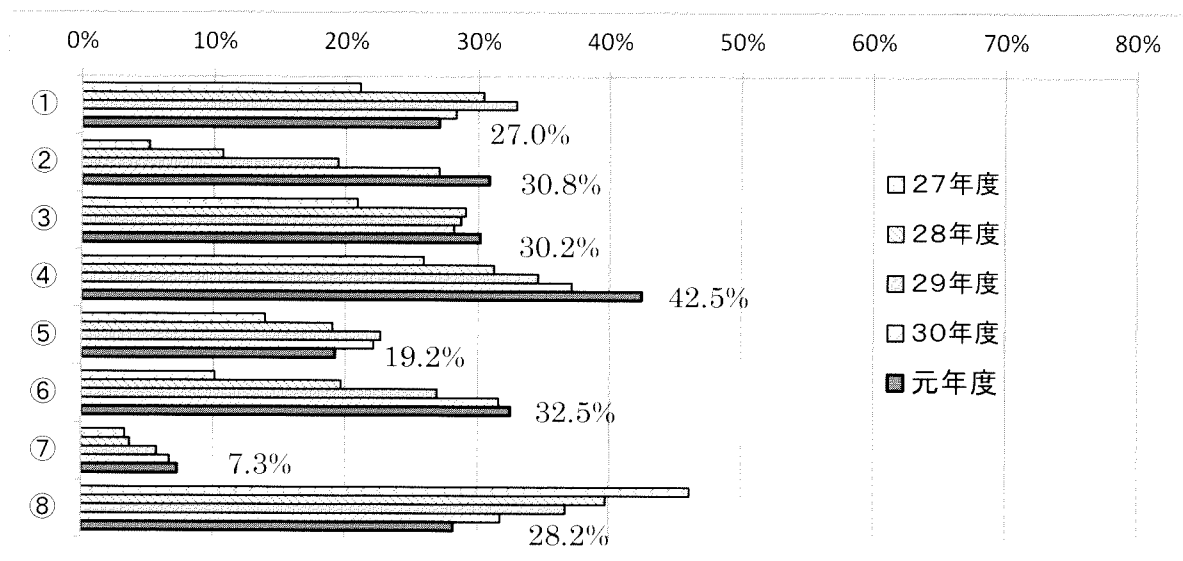
【分析・考察】

最も多かった回答は、「①教科書の各章の導入課題を利用する」の68.7%で、「②教科書の章末課題や巻末課題を利用する」、「③教科書内の問や例題を利用する」、「⑤独自に作成した資料や課題を利用する」がそれぞれ30%~40%となっている。①が回答の約7割であるのは、導入課題が数学的活動の指導場面として扱いやすいことが理由と考えられる。「⑤独自に作成した資料や課題を利用する」においては、独自のものの方が指導しやすいことからくるものと思われる。各地区の若手教員のためにも具体的な実践事例の研究と報告が強く望まれる。

設問4 授業中に活用するICTについて、よく用いるものを次の中から3つまで選んでください。

- ① ノートパソコン（指導者用）
- ② タブレット端末（指導者用）
- ③ 教材提示装置、書画カメラ、実物投影機等
- ④ 大型テレビ、プロジェクター
- ⑤ 電子黒板
- ⑥ デジタル教科書
- ⑦ パソコンやタブレット端末（生徒用）
- ⑧ ICTを活用したいが機材が不十分で活用できない

設問4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
校数	163	186	182	256	116	196	44	170
%	27.0%	30.8%	30.2%	42.5%	19.2%	32.5%	7.3%	28.2%



【分析・考察】

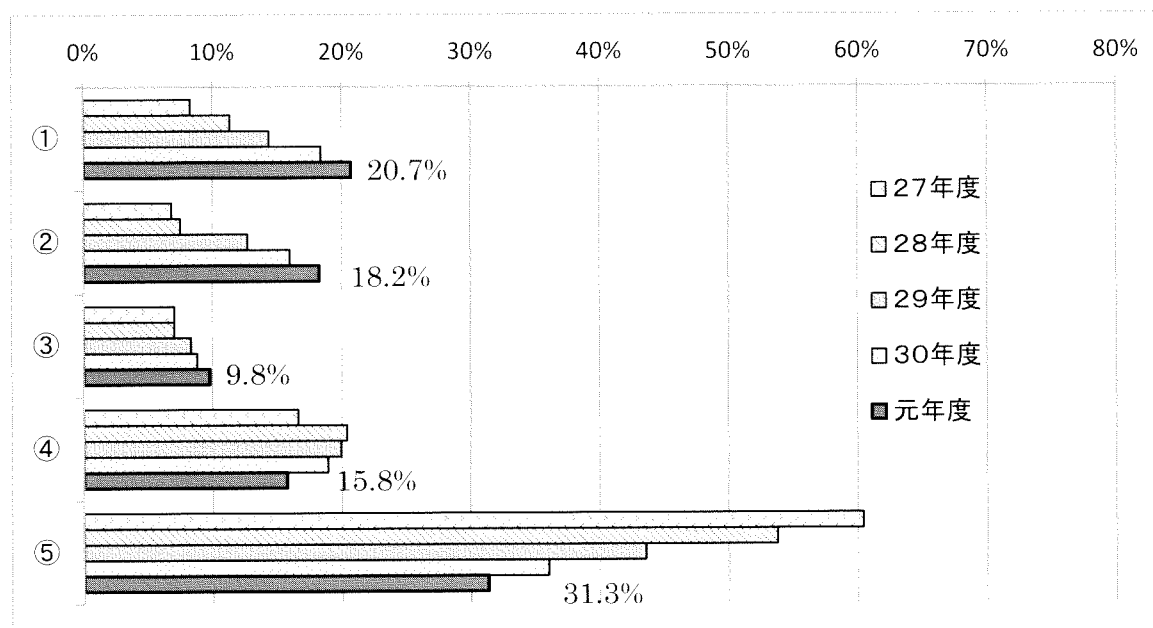
「②タブレット端末（指導者用）」が平成27年度と比較し、25ポイント増加している。指導者用タブレット端末の活用が急速に進んでいることをはじめ、「④大型テレビ、プロジェクター」も増加傾向にあること、「⑧ICTを活用したいが機材が不十分で活用できない」の回答が年々減少していることから、ICT機器全般が着実に普及していることが分かる。ソフト面でも、「⑥デジタル教科書」が5年間で22ポイント増加していることから、ソフトの充実が図られていることが分かる。そのことにより、より効果的・効率的な授業展開が行われていることが推察される。しかし、「⑦パソコンやタブレット端末（生徒用）」は、微増傾向にあるものの10%に達しておらず他に比べて低い結果となっている。さらに機器の普及がさらに進むとともに、生徒自ら操作する場面を取り入れた授業実践がより充実されるよう、活用の実践例に関する情報を共有することが求められる。

設問5 ICTを活用した授業をどれくらいの割合で行っていますか。

次の中から1つ選んでください。

- ① 毎時間
- ② 教科書の各項に1回程度（約2～3時間ごと）
- ③ 教科書の各節に1回程度
- ④ 教科書の各章ごとに1回以上
- ⑤ ほとんど行っていない

設問5	①	②	③	④	⑤
校数	125	110	59	95	189
%	20.7%	18.2%	9.8%	15.8%	31.3%



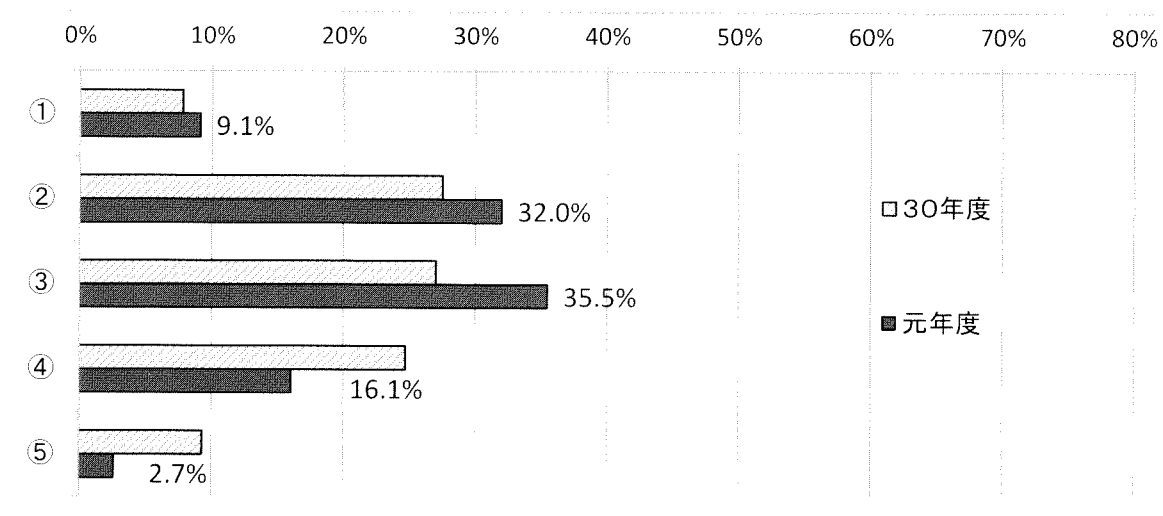
【分析・考察】

ICTを活用した授業を「⑤ほとんど行っていない」が依然として高いが、年々減少し5年間で約30ポイント減少した。ICTを活用しているという他の回答（①、②、③）が年々増加傾向にある。使用する頻度も年々高くなってきている。特に、①～③では、「③教科書の各節に1回程度」、「②教科書の各項に1回程度（約2～3時間ごと）」、「①毎時間」の順に、使用する頻度が高くなってきている。以前は、ICTを活用した授業の実施状況については、二極化の傾向があったが、使用する頻度が高くなることより、二極化の傾向も薄れてきている。ただし、「⑤ほとんど行っていない」が31.3%と高い原因として考えられるのは、ICT機器・ソフトの普及が地区によって差があること、まだ使用することに抵抗を感じている教員が多いことが推察される。ICTの活用が授業改善に有効なツールであることは、増加の傾向からもはっきりしており、指導者が操作に慣れて便利な道具であることを実感することにより、授業改善が一層推進される。

設問6 新学習指導要領では、「資料の活用」が「データの活用」に名称が変更され、数学的活動、統計的内容の充実が図られます。「四分位範囲」「箱ひげ図」の指導に関して、あてはまるものを、次の中から1つ選んでください。

- ① 用語の意味、指導のねらいを理解できており、指導できる
- ② 用語の意味、指導のねらいは理解できているが、指導には不安がある
- ③ 用語の意味は理解できているが、指導のねらいが十分に理解できていないので、指導には不安がある
- ④ 用語は知っているが、指導内容はわからない
- ⑤ 用語を知らない

設問6	①	②	③	④	⑤
校数	55	193	214	97	16
%	9.1%	32.0%	35.5%	16.1%	2.7%



【分析・考察】

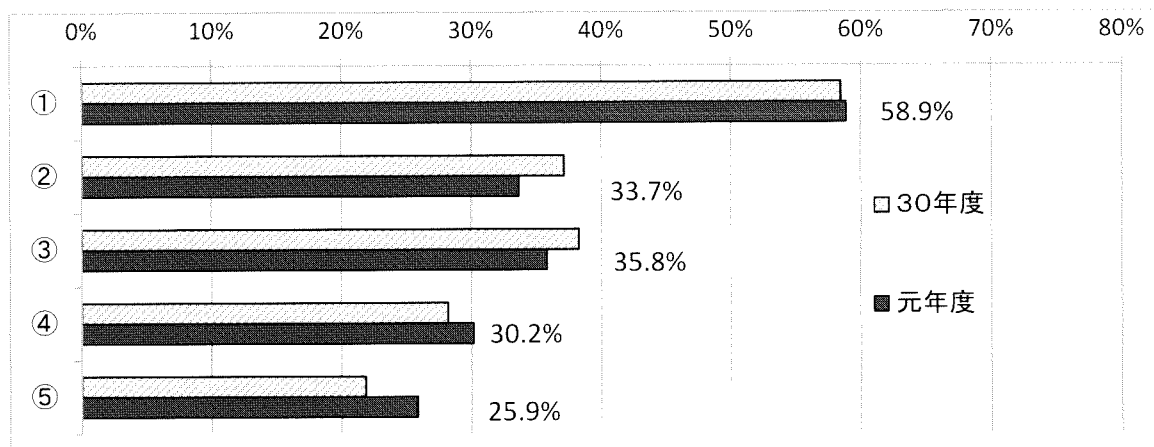
現行では高等学校第1学年で指導している「四分位範囲」「箱ひげ図」が、新学習指導要領では中学校第2学年で指導することになる。この学習内容は、平成24年度から高等学校で指導されるようになったことから、中学校数学科教員の中で、授業で実際に指導した経験や自分が生徒として学習した経験をもつ者は殆どいない。したがって、指導内容に関する知識や指導力に関しては、未知数の部分が多い。このことから、まずは中学校教員の実態を知ることを目的に設問を平成30年度から設定した。

9割以上の学校が、指導に不安をもっていることが分かる。中学校用の教科書が示されていない現状では、具体的に何を、どのように学習していくのかという見通しが立たないのは現時点では当然の傾向である。しかし、平成30年度と比較すると④⑤が減少、②③が増加傾向にある。これは、各自もしくは各校での研究を行っていることが推測される。本設問については、数年間継続して調査を実施することにより、経年による実態の変化を明らかにしていきたい。

設問7 新学習指導要領の改訂において、数学科の目標の改善として、「数学的活動の一層の充実」が挙げられています。自校で「数学的活動の一層の充実」に取り組む上で今後研究したい内容を次の中から2つまで選んでください。

- ① 主として日常生活や社会の事象に関わる学習過程を重視した数学的活動
- ② 主として数学の事象に関わる過程を重視した数学的活動
- ③ 討議、発表などの言語活動を重視した数学的活動
- ④ 実験、操作、調査などの体験活動を重視した数学的活動
- ⑤ 数学的活動の評価方法 ⑥その他・・・設問7-2に具体的に記述してください

設問7	①	②	③	④	⑤
校数	355	203	216	182	156
%	58.9%	33.7%	35.8%	30.2%	25.9%



⑥その他

日常の授業スタイルをどうデザインしていけばよいか。(1校回答)

【分析・考察】

回答の傾向は、平成30年度と大きく変わっていない。最も回答が多かったのは、「①主として日常生活や社会の事象に関わる学習過程を重視した数学的活動」で58.9%であった。「②主として数学の事象に関わる過程を重視した数学的活動」は33.7%で、25.2ポイントの差がある。新学習指導要領では数学的活動の学習過程がイメージ図で示されているが、授業の中で「現実の世界」における問題発見・解決の過程をどのように指導していくのかについて模索していることの現れであると考えられる。教科書の各章の導入では、日常生活や現実の世界で起こっている事象を取り上げ、生徒の興味・関心や問題解決への意欲を高めるための工夫がみられるが、それ以外の場面において、日常生活や社会の事象に関わるような学習場面の設定と指導に関する具体的な実践事例を共有できると、研究が深まるものと思われる。

「⑤数学的活動の評価方法」を選択した学校が25.9%で、5つの選択肢のうちで最も少なかった。平成28年度の本調査で、「授業力を高めるため、研修したい」内容を尋ねたところ、「適切な評価・評定について」が提示した選択肢の中で最も低かった。指導と評価を一体化させた学習過程を構築するためにも、評価に関する研修、研究にも各地区、各研究会で取り組んでいく必要がある。

**設問8 「少人数授業」の実施にともない、各校若手教員の育成には苦慮していることと
 思います。そこで、各区部・市部・島しょ部において、若手教員の授業力向上に向けた取
 組や工夫があればお書きください。(自由記述のみ)**

どの学校も、若手教員の育成は大きな課題となっている。特に、少人数授業を実施している学校が9割近くあり、なかなかお互いの授業観察ができない状況がある。そこで、様々な工夫を各地区・各校で行っていることが回答からよく分かる。是非、それぞれの取組を参考にして、各地区・各校で今後も若手教員の育成に努めてほしいと思う。読みやすくするために、分類別にしたリ、類似の回答はまとめたり、一部文章を削ったものもあることについては、ご容赦ください。現場での日々の実践に基づく貴重な資料として、今後の指導の参考になれば幸いである。()の数は、回答数。

(自由記述)

学・日常的な授業見	授業を見せ合う。(3) 月に1回以上、若手教員と授業後に1～1.5時間程度、授業について、気付いた点を話し合っている。 研究授業を随時行い、指導・助言を行う。 お互いの授業を見て、一人で授業を作らず検討し合う。そういった機会をいかに増やすかを大切にしている。 校外や校内研修に加え、若手を中心とした自主研修会を行っている。	授業見学の	他教科の授業を見る。(2) 校内OJT授業等で教科の枠にとらわれず授業参観、協議会を行っている。 (4) 数学に限らず、学校全体で教員同士で学期に数回他者の授業を見学する取組を行っている。
校内研究授業	年に2校程度輪番で研究授業を行い、指導方法の工夫・改善等を議論し、授業力向上に努めている。 授業研修会などを利用して、なるべく若手教員の授業を参観してアドバイスする。 スクラムサポート事業(年に2回以上、特に若手教員は年に5回以上必ず行う指導案検討を含めた研究授業) 若手教員研修での授業研究を学期に1回行う。主任教諭研修などでの授業見学等を行い、ベテラン教員の授業に多く接するようになっている。 (5) 少人数指導を実施すると研究授業を互いに参観する機会がなかなかとれないが、年に1回互いに参観できる研究授業を実施している。	教材	教材や指導方法の共有(2) 授業プリント・データの共通化(2) 授業で使用するプリントは、学年で統一。作成は、担当を決めてローテーションし、内容の精査等を行っている。 (6) 各学年各単元ごと、授業で活用しているプリント等の教材データを市内共有フォルダに各学年各単元ごとにデータベース化して、市内の数学科教員がいつでも活用できるようにしている。
情報交換・打合せ	放課後や授業前後に教員間で指導方法・板書・生徒の状況など情報交換を行う。(10) 週1回の数学科部会による進捗確認、指導方法、教材の打合せ(6) 定期考査の試験問題の相互チェック 日常の打合せで本音で話し合うこと テストや成績を全員で確認 (20) 生徒を観察・実態を調査する。生徒の実態に応じた指導方法を検討	他の機関の研修	町田市では中教研を利用して月に1度程度、希望制の勉強会をしていました。時間的にも内容的にも無理がなく、参加しやすかったです。 夏季休業中の中教研では、10月に行われる研究授業に向けて部員全員で指導案検討を行っている。その検討のなかで、様々な指導法について意見交換が行われるので、若手教員も自分の悩みなどを話す機会となっている。 市の小中学校合同の算数・数学科として、テーマを設け年間3回の外部講師を招聘した研究授業を実施している。各校の情報交換や小グループでの教科に関する意見交換を実施している。 西東京市は、市の取組として、数学科の学力向上推進委員会による資料作りや公表を実施している。また、教員による研究会においても4月に「データの活用」に関して資料収集を呼び掛けている。 (8) 本校は島しょ地区にある各学年10名未満の小中併設校である。自己申告に伴い、授業公開を年3回全教員が実施し、教科・校種をまたいで互いに助言し合っている。 市内の授業改善研修で研究授業に取組んでもらい授業改善に役立てていくようになっている。 新島村では、小学校や高等学校に出向いて授業参観・協議を行う日や、新島中(小)と式根島中(小)の数学(算数)の参観・協議を行う日程を設けている。 (都中数)研修会への参加を促している。
指導・助言	授業観察および助言 若手教員は習熟度の低い生徒に対する配慮の足りない授業が多いため、毎夏行われている授業力改善セミナーで主任教諭から指導を受けている。 発問の仕方、タイミングなどの反省会を行う。 すべて一から考えさせて授業をつくるのではなくて、先輩教員が準備した授業を自分になりアレンジして実施する。流れやポイントを考えさせる。 (5) 中一ギャップの加配でT2での授業があるので、若手教員がT1、他の教員がT2で授業を行い、指導内容において助言をもらいやすくする		

<p>習熟度別少人数授業では、上位層のクラスの人数を多くし、下位層の生徒をフォローを手厚く行えるよう配慮しています</p> <p>クラス編成を行う際に、発展クラスを人数を増やし、標準クラスの人数を少なくすることで、苦手な生徒への個別対応を可能にしている。</p> <p>習熟度別に編成し、基礎クラスの人数を標準クラスの半分程度にし、基礎力の定着に力を入れている。標準クラスは話し合い活動や発展課題に取り組み、数学的な見方・考え方の向上を目指している</p> <p>基礎学力が定着していない生徒が多い学年については、2学級3展開を「基礎1」「基礎2」「標準・発展」と分けている</p> <p>章ごとにレディネステストを行い、生徒の到達度をもとにクラス替えや授業の展開を行っています。グループ活動や班活動が活発になるように班編成や席を工夫しています</p> <p>定期考査の結果をもとに少人数に分けている</p> <p>若手教員は比較的指導しやすい発展クラスを担当させながら授業の組み立てと生徒のつまづきを経験させる</p>	<p>クラス編成の工夫</p> <p>(7)</p>	<p>時間割作成時に数学科会の時間を設置させ、必ず経験知のある教員からのアドバイスを受けられるようにする。</p> <p>少人数指導によって数学科全員で同時に授業を実施するため、若手教員の授業を見ることができない。→少人数授業だけではなく、単級での授業をときどき実施して、授業観察を実施する。ベテラン教員は積極的に授業を見る。</p> <p>若手教員が優先的にICT機器を活用する場面を作り、その研鑽に努めさせている</p> <p>積極的にICT機器を使用している</p> <p>難聴学級に配属された若手教員には、難聴学級での授業がない時間にT.T.として授業を行っている。講師が配置されている教科では、その時間は空時間として参観、T.T.として参加している。年度当初ではやはりT.T.として授業に参加している</p> <p>少人数授業基礎コースに学習ボランティアを入れT.T.で行っている。</p> <p>教室不足のため、少人数指導は実施していません。（指導方法工夫改善としてT.T.を実施）</p> <p>T.T.授業をOKすれば交流の時間は確保できる。さらに、数学教員の持ち時数も減らせる</p> <p>本校は全校生徒5名という超小規模校である。若手教員の授業方向上に向けた取組というよりも、自身で研鑽し見つけていくしかない状況である</p>	<p>その他</p> <p>(9)</p>
--	----------------------------	--	-----------------------

3 まとめ

新学習指導要領が公示されて約3年、移行期間も始まり、学校現場でも新しい学習指導要領を意識した授業改善が進められるようになってきた。都内中学校の数学科授業について、課題の改善に結びつけるための実態調査を行い資料化することは、授業改善を進める上でとても重要であると考えます。

現在、「主体的・対話的で深い学び」の実現のための授業改善、数学的活動を取り入れた授業、ICTを活用した授業、現学習指導要領改訂の趣旨を見据えた指導、より効果的な少人数授業、若手教員を含めた授業力の向上、多様化する生徒への支援など多くの取組が必要である。また、それに伴って課題も多くある。

ここ数年、同一の設問に回答していただくことで経年変化にも注目し、分析と考察を行っている。単年度の傾向と経年変化の両面で分析することにより、現場の先生方が困難な課題を抱えながらも、より良い授業づくりを目指している実態が明らかにできたのではないかと考える。今後も授業改善に結びつく実態調査となるよう心がけていくとともに、調査結果をもとに、都中数として先生方の希望に沿った研修や講演会を企画し、調査結果の還元に努めていきたいと考える。

最後になりましたが、調査の実施にあたり、ご回答いただいた各校の先生方、調査用紙の配付・回収及び集計等、煩雑な作業を快くお引き受けいただいた各地区連絡理事の皆様には深く感謝を申し上げます。約98%と非常に高い回答率となったのも、各校のご協力と各地区連絡理事の皆様のご協力のおかげであります。誠にありがとうございました。

(文責 調査部 副部長 植木 清)

第3学年 関数における速さの指導

～ ICTを活用した関数の利用「バトンパス問題」～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

1 研究のねらい

本委員会のこれまでの研究で、速度を「向きをもつ速さ」として捉えることや、関数における速度の理解に課題があることがわかった。一昨年度は、中1「関数の利用」における速さの概念とその理解を深める指導について研究し¹⁾、昨年度は、中2の指導計画を「向きをもつ速さ」を核として見直し、1次関数のグラフの指導と、利用の指導について研究した²⁾。いずれの研究も、指導案を作成し、研究授業や指導前後の生徒の実態と変容を調査する研究手法をとり、「向きをもつ速さ」の理解と定着が図られ、指導の妥当性を明らかにすることができた。

中1、中2の指導を受けて、本年度は、中3の関数における速さの指導について、中3の指導計画を「向きをもつ速さ」を視点として再考し、「関数の利用」において指導案作成、研究授業を行い、その指導の妥当性を明らかにすることをねらいとして、研究を行った。

2 本研究に関する先行研究と本研究の意図・研究開発の視点

(1) 先行研究

本研究は運動会のリレーに勝つために、最適なバトンパスを考える課題を扱う。

この研究に関するものとして、テイクオーバーゾーンにおける前走者とその次走者のバトンパスの渡す位置に要点をおき、「次走者は前走者がどの位置(マークポイント)まで来たときにスタートすればよいか」を探究する授業研究は、次の3つから見いだせる。

- ① 体育科の指導研究³⁾
- ② 松宮哲夫・柳本哲らの研究⁴⁾
- ③ 大澤弘典の研究⁵⁾

①において小学校体育科では、

- ・スピードを落とさずにバトンパスをする。
- ・バトンをもらう位置を考える。

といった課題意識をもたせ指導の重点は見出し児童に練習はさせているが、課題を投げかけるものの各自の工夫に任せる指導が行われている。その理由の探求まではしていない。

②においては、次の学習展開が示されている。

ア. 前走者と次走者のそれぞれの時間と距離のデータを与え、グラフ化し、2人が出会う時間と位置を、2次方程式を解き求め、マークポイントを探求する。

イ. アを基本として、次にその活用としてマークポイントの位置を p mとし、判別式が0のときの p の値を求め、その最適化を知る。

多くの指導アイデアが盛り込まれた展開であるが、かなり多くの数学的な知識や要求されている。また、この課題探究においては、なぜ判別式が0のときに最適化が図られるかを追求する場面はない。

③においては、次の学習展開が示されている。

ア. ②と同様な導入であるが、グラフ電卓でデータ処理、式化を行っている。

イ. 次走者のマークポイントを -2m としてグラフ電卓で処理しその前走者と次走者の走る様子のグラフを考察させる。次に次走者の式 $y = ax + b$ のグラフの y 切片をいろいろ変え、グラフ電卓のグラフの考察から次走者のマークポイントの最適化は2つのグラフの共有点が1つのときであることで行う。

②と同様、意欲的な展開である。しかし、2つのグラフの共有点が1つのときに最適化が図られるかについては、一般的にはすぐに理解できるまでには至らず、数学的な高度な説明が必要となろう。

(2) 本研究の課題の意図(教材開発の視点)

先行研究を踏まえ、本研究が工夫した課題の条件整備と求めたい課題解決力は次である。

- ・ テイクオーバーゾーン内では第1走者(前走者)は等速速度、第2走者(次走者)は等加速度運動に説得できる場面設定をする。
- ・ 走り出す位置や速さは、第2走者はコントロールできる立場にあり、第1走者は無理である。この2人の関係を生徒に理解させる。
- ・ 数学的知識が少なくとも、解決根拠を2つのグラフの考察と新しい関数の意識化により図ることが可能である。

①新しい関数の存在の意識化

本研究のテイクオーバーゾーン内での第2走者の出発する位置を決定するための、第1走者と第2走者の最適なバトンパスについては、多くの生徒は「第1走者の走る時間と位置を表す関数(1次関数)のグラフと第2走者の走る時間と位置を表す関数($y = ax^2 + b$)のグラフが接する場合」と回答する。しかし、その理由を問うと比較的数学を得意とする生徒でさえ「なんとなく、第2走者の方が速いから」などあいまいな回答に終わり納得まで至らない。先行研究③では、**図1**のように第2走者のグラフを $y = ax^2$ と固定させ、第1走者のグラフ $y = ax + b$ の b の数値をいろいろ変えその解決策を見出そうとしている。この場合、第1走者と第2走者の相対的な位置の関係により第1走者のマークポイントを見出すことで、2つのグラフが接するときのマークポイントが最適なものであると結論づけている。しかし、中学校関数における変化の割合の数学的な理解では、それに納得できる説明に至るのは難しい。

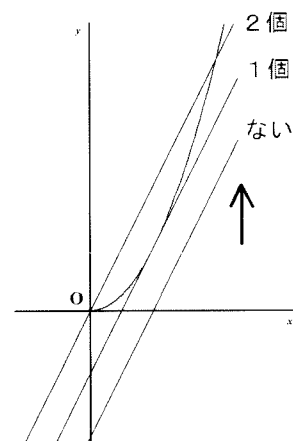


図 1

そこで、本研究では、**図 2** のように第 1 走者のグラフを $b = 0$ として固定させ、 $y = ax$ とした。第 2 走者のグラフを $y = ax^2 + b$ として b の数値をいろいろ変えその解決策を見出そうとした。この結果、次のような学習展開が可能となった。

- ・「いつバトンパスをするのがよいのか」の回答は「高校の数学の変化の割合の理解」まで至らずに説明できる。
- ・回答の説明は、第 1 走者と第 2 走者の時間とテイクオーバーゾーンの真ん中からの距離を表す関数のグラフから得られる、バトンの動きの時間と距離の関数を表す関数のグラフ（第 3 番目の新しい関数）として見出された関数から説明が可能となる。
- ・この場面での変化の割合の理解は、これまでの視点で容易に活用できる。

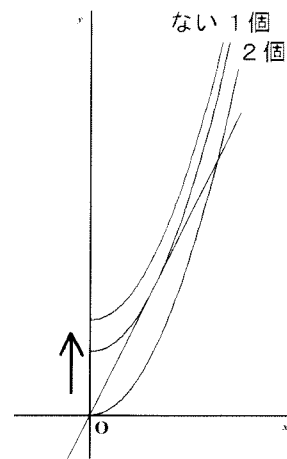


図 2

②本指導に関わる関数学習における大局的な視点と局所的な視点

関数の見方や考え方は「大局的な視点」と「局所的な視点」に分類することができる。この視点を具体例として次に述べる。

- ・大局的な視点：グラフや式などの一般的な関係。

視覚から得られた形と関係（例）直線ならば 1 次関数、放物線ならば 2 次関数。

- ・局所的な視点：例えば、表の x が 4 から 5 増加したときの y の増加量。変化の割合。

これらは条件に従ってつくられたグラフや表の中に見出すことができる。それにより、どんな事柄が成り立つかを調べようとする活動が変わってくる。

（問題例）

学校から 6km 離れた A 町まで、P 君は徒歩で、Q 君は自転車で行った。右の図は、P 君が学校を出発してから x 分後の学校からの道のりを y km とし、2 人の進行の様子を表したものである。Q 君が P 君に追いつくのはいつか。またそれはどの地点か。¹⁾

この問題から、次の 2 つの答えが得られる。

P 君が学校を出発してから、

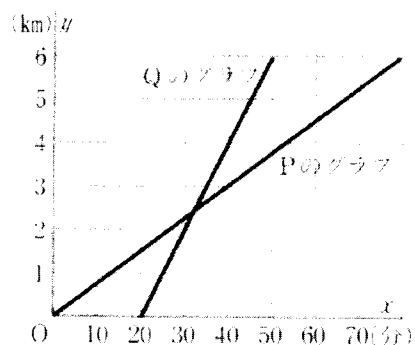
ア. 30 分を少し過ぎた頃、学校から 2km を越した位の地点で追いつかれる。

イ. 32 分後で、学校から 2.4km の地点で追いつかれる。

ア、イはどちらも正しい。アは、グラフの形や状態から読み取り交点の存在の確認、そこからおよその値の読み取りをしている。実際の生活場面からはこれで十分である場合が多い。

イは、Q の直線の式 $y = \frac{2}{10}x - 4$ 、P の直線の式 $y = \frac{3}{40}x$ を連立させて、連立方程式を解き、解 (32, 2.4) から得られた結果である。

活動や問題の意図により、ア、イのそれぞれが重要である。2 直線の交点の存在は、式や計算からすぐにわかることではない。交点の存在は、アの判断のようなグラフから得られる判断であり、大局的な視点である。



③大局的な視点と局所的な視点から導くバトンパス問題解決の展開

本指導では、放物線と直線の交点、接線の接点の存在が意識されることが重要である。

大局的な視点として、放物線を動かすことにより2つのグラフ(放物線と直線)が、次の場合に容易に分類できる。

- ・ 2つの交点をもつ
- ・ 接する
- ・ 交点をもたない

この結果の違いにより、グラフの交点については次の指導が可能となる。

- ・ その座標はバトンバスの時刻と位置を示すこと
- ・ 接する場合は交点が1つである。このことから放物線と直線の式から得られる連立方程式の解が1つしか存在しないことが判断でき、判別式の意味を導くことができる。

したがって、このような指導の流れや展開が可能となり、大局的な視点から局所的な視点への移行が重要であり、有用となる。

(3) ICT活用の視点

本研究は得たデータをICTでグラフ化し、グラフの形状・グラフを動かす等、グラフを活用して、解決への方策をさがさせる教材開発を行うものである。ここでのICTとは、タブレット端末をさす。

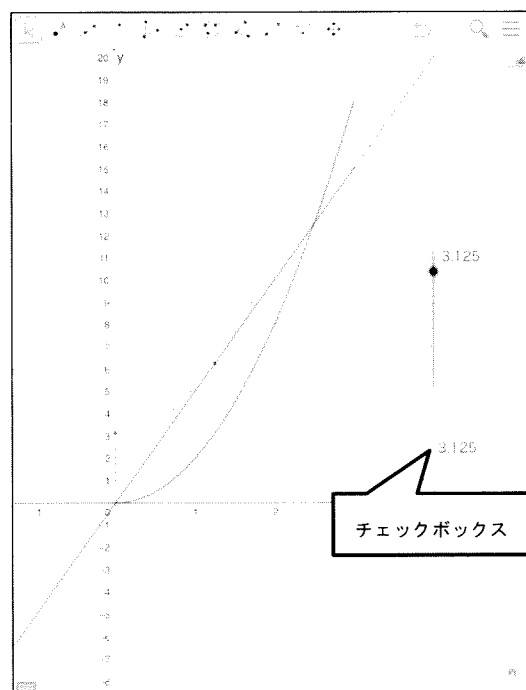
本時の指導におけるタブレット端末上で動的数学ソフトウェア GeoGebra を用いた意図は、次の通りである。

- ① 本時では、第1走者のグラフを固定し、第2走者のグラフを動かすことで生徒に考えさせる学習が行える。GeoGebra を用いて、第1走者と第2走者の様子のグラフを簡単に表すことができ、さらにそのグラフを指で直接触れたり用意したチェックボックスに数値を入れたりしながら、グラフを動かすことによって、視覚的に理想的なバトンバスを発見することができる。
- ② タブレット端末を利用することで、興味関心を高め、タブレット端末を媒介として、2人から4人の班での話し合いを活発にすることができる。

①について、タブレット端末上の GeoGebra で事前に第1走者、第2走者の様子をグラフで表示させておいた。放物線 $y=ax^2+b$ を平行移動できるような設定をした。右図のスクロールバーを上下させ、 b の値を変化させながら、放物線の位置によって、グラフの交点を探る活動ができるようにした。

本時では、生徒は、グラフを動かす中で、交点が動く様子を観察することを通して、グラフが接するとき(交点が1点になるとき)が理想的なバトンバスができると気がつき、GeoGebra を使用して解を求めていた。

また、交点が2点から1点になる瞬間がグラフを動かすと 3.1m から 3.2m の間になり、生徒はより詳細な数値を求めるに、画面の右下に用意したチェックボックスに数値を入れてグラフを動かしながら解を求めていった。

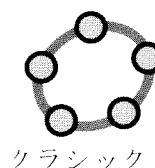
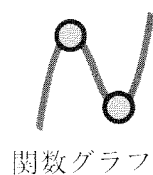


②について、本時の指導では第1走者と第2走者の様子を確認したあと、理想的なバトンパスをすることができるのは、「両者のグラフの交点が接するときである」ということを2人から4人のグループで考え話し合わせた。タブレット端末を用いるメリットとして、興味関心を持ちタブレット端末を覗き込むようにして、生徒は、アプリを触りながら話し合いを活発にすることができた。

【参考】GeoGebraについて⁷⁾

GeoGebraは、数学や科学について、幾何、代数、表計算、グラフ、統計、解析などを小学校から大学レベルまでの学習を指導するために一つのパッケージにした動的数学ソフトウェアである。

アプリケーションのアイコン



GeoGebraの主な特徴

- ・ 描画が抜群に美しい。
- ・ フリーソフトウェアである。
- ・ 操作が容易である。
- ・ 開発が活発である。
- ・ マウスで作図したオブジェクトの数式が「動的に」表示される。つまり、オブジェクトを移動、変形させると数式も自動的に変更され、逆に数式を変更するとそれに応じてオブジェクトも変更する。

GeoGebraの動作環境は複数のプラットフォームで使用可能で、パソコン上では、デスクトップのアプリケーションとしてWindows・macOS・Linux上で動作し、タブレット上ではアプリケーションとしてHTML5上で動作します。

本時ではアプリケーションをダウンロードし、iPad上で動作させた。iPad上でのアプリケーションについて、本時の教材は、GeoGebra関数グラフまたは、GeoGebraクラシックを使用して動作させた。

3 第3学年 関数指導計画⁸⁾

時数	項目
1・2	2次関数
3・4	関数 $y=ax^2$ のグラフ
5・6・7	変化の割合
8	式の決定
9・10	いろいろな関数
11・12	グラフのよみ
13	関数の利用
14(本時)	関数の利用(バトンパス問題)(本冊子 pp.29~33参照)
15	練習問題

4 関数の利用(バトンパス問題)

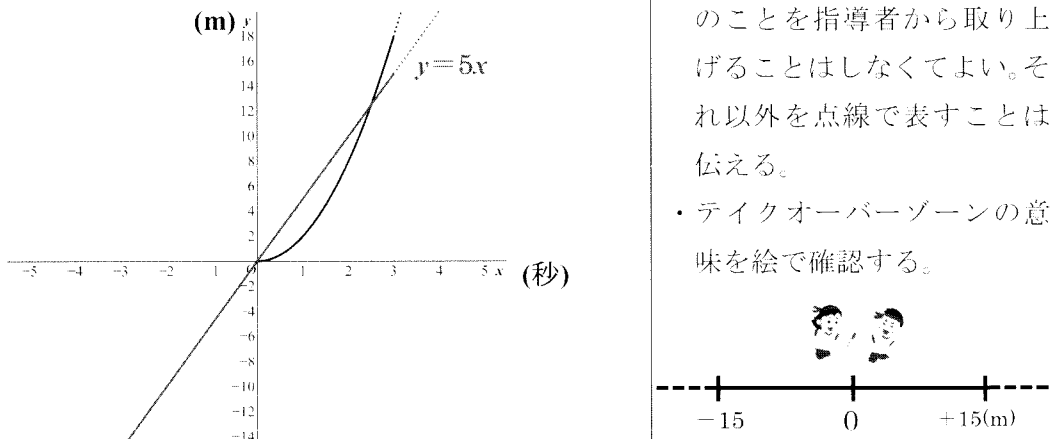

- (1) 第14時指導案(略)
- (2) 授業記録(略)
- (3) 研究協議(略)

(4) 第 14 時改訂指導案

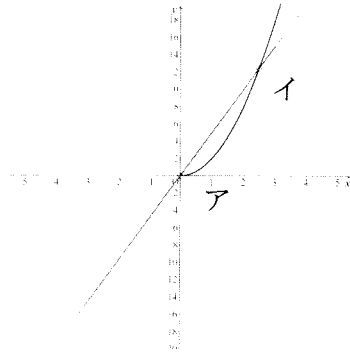
◎本時のねらい

- ・データを理想化，グラフ化し，グラフの形状から条件を整理し，グラフを動かすこと等を通して，関数の具体的な問題解決を図る。

◎本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する	<p>―― 課題場面 ――</p> <p>日本のバトンバスの技術には定評があります。各個人記録は劣りますが，リレーでは好成績を取めました。このことから，クラス対抗リレーのバトンバスについて考えます。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・課題場面確認し黒板に提示する。 ・オリンピックリレーの日本チームが走っている写真などを見せる。
課題 1 を把握する グラフをよみ取る	<p>―― 課題 1 ――</p> <p>第 2 走者 B さんは，第 1 走者 A さんが走っているようすを見て走り出しました。図 1 のグラフは，その 2 人の走るようすを表したものです。なお，第 1 走者 A さんがテイクオーバーゾーンの真ん中の地点 O を通過してから x 秒後に進行方向へ y m 走るとします。</p> <p>グラフからどんなことがわかりますか。</p> <div style="text-align: center;">  <p>[図 1]</p> </div> <p>(1) グラフからどんなことがわかりますか。</p> <p>ア A さんは一定の速さで走っている。</p> <p>イ A さんは毎秒 5m の速さで走っている。</p> <p>ウ A さんは 3 秒前には -15m の地点にいた。 (O 地点よりも手前 15m にいた)</p> <p>エ A さんは 3 秒後には $+15$m の地点にいた。 (O 地点よりも先 15m にいた)</p> <p>オ A さんのグラフの式は $y=5x$ である。</p> <p>カ B さんは段々加速している。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・課題 1 を提示する。 ・テイクオーバーゾーンから y の変域は $-15 \leq y \leq 15$ である。そのことから x の変域は $-3 \leq x \leq 3$ と決まるが，このことを指導者から取り上げることはしなくてよい。それ以外を点線で表すことは伝える。 ・テイクオーバーゾーンの意味を絵で確認する。 <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> ・アが出ない場合は，教師から 1 秒ごとに何 m ずつ進んでいますかを問い，どの区間でも速さが変わらないことをおさえる。 ・グラフの式が $y=5x$ であることを確認し，図 1 に書き込む。 ・第 2 走者 B さんのグラフが

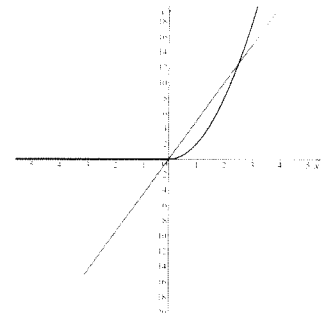
- キ Bさんは0秒のとき走り出した。
- ク Aさんが地点Oを通過したとき、Bさんは走り出した。
- ケ Bさんはテイクオーバーゾーンの真ん中から走り出した。
- コ Bさんのグラフの式は $y=2x^2$
- サ Aさんのグラフは直線、Bさんのグラフは放物線。
- シ 2つのグラフは2か所で交わっている。
- ス Aさんの方がBさんより速い。
- セ バトンを渡せる場所は2カ所ある。



(座標平面上にバトンを渡した可能性のある所に●印をかかせる。)

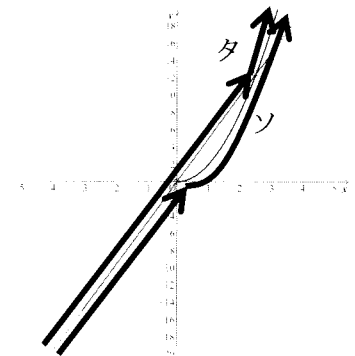
- ソ Aさんは0秒後にバトンを渡した。
- タ Aさんは2.5秒後にバトンを渡した。
- チ Bさんは2.5秒後にAさんに追いつく。

(ア、オ、カ、コ、セは必ず取り上げる。)



上のように $y=0(x \leq 0)$ になるという生徒もいるが、このことは深入りしない。

- ・「A,Bの速さの質(等速, 等加速)の違い」「Bの走り出す時刻, 場所」を生徒から引き出す。
- ・グラフの式が生徒から出なければ教師が取り上げる。
- ・放物線と直線の交点の意味を確認し, 交点が2か所ア, イとあることは, バトンを2回渡すチャンスがあることをおさえる。
- ・セ, ソ, タ, チに対し, バトンの動きを図1のグラフに教師がなぞって見せる。



- ・課題2を提示する。
- ・ $x=0$ のときにBはスタートをきる。これは, 第1走者がテイクオーバーゾーンの真ん中を通過するときにスタートを切るということをおさえる。

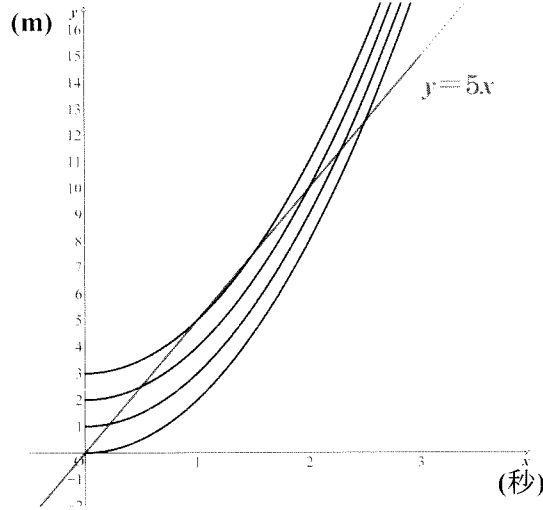
課題2を把握する

課題2

勝つためにクラスで作戦を考えました。第1走者Aさんの走るようすは変わりません。第2走者Bさんの立つ位置をどこにするか作戦を練りました。Bさんのスタートの位置はどこにしましたのでしょうか。

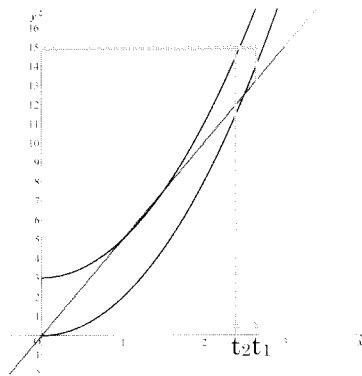
第2走者のスタート位置を考える

(2) Bさんのスタートの位置をテイクオーバーゾーンの真ん中から1m先, 2m先……の, どの位置が一番いいですか。



【図2】

- ア 0mのとき。バトンを早めに受け取っているから。
- イ どこでも同じ。バトンを受け取るチャンスが2回あるから。
- ウ 3m先のとき。テイクオーバーゾーン $y=15$ を抜けるのが一番早いから。



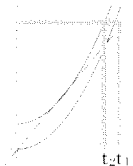
- エ 3.1mのとき。タブレット画面を見て3.2m先からのスタートでは交点がないから。
- オ 3.125mのとき。タブレット画面を見て、3.125mのとき直線と放物線が接するから。

理由を確認する

(3) (2)で調べた理由を確かめよう。

〈3mや3.1mが正しい理由〉

- ア t_1 と t_2 を比べ、 t_2 の方が早く、テイクオーバーゾーンを通過する。



• Bさんのスタートの位置をテイクオーバーゾーンの真ん中から1m先, 2m先…に変えたグラフをGeoGebraで作成。タブレット上で放物線のグラフを【図2】のように上下に動かし, 答えを模索する。

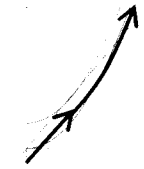
• 平行移動させても, 放物線が合同であることを確認し, 合同な放物線どうしは加速の仕方が同じなことをおさえる。

• 1m手前, 2m手前…はありえないことを確認する。

• (2)では, オの回答を出すグループがほとんどである。(3)に早くつなげる。

• ウのような考え方が出てこない場合は, 「どれがテイクオーバーゾーンを一番早く通過するか」を問う。そして, 「グラフのどこを見たら, それがわかるのか」を考えさせ, t_1 と t_2 を比べ, t_2 の方が早く, テイクオーバーゾーンを通過することを確認する。

• 十分な時間をとり, 班で話し合わせる。

	<p>イ バトンの動きをグラフ上でなぞる。</p>  <p>ウ グラフをなぞる</p> <p>(3.125mが正しい理由)</p> <p>エ 接するのは、放物線 $y=2x^2+3.125$ と直線 $y=5x$ を連立させる。</p> $2x^2+3.125=5x$ $2x^2+\frac{25}{8}=5x$ $16x^2-40x+25=0$ $(4x-5)^2=0$ $x=\frac{5}{4}$ <p>確かに、交点は1つであることがわかる。だから、テイクオーバーゾーンの真ん中より 3.125m 前に立つことが一番よい。</p> <p>オ 連立方程式 $2x^2+b=5x$ の解が1つのとき。</p> $2x^2+b=5x$ $2x^2+b-5x=0$ $x=\frac{5\pm\sqrt{25-8b}}{4}$ <p>交点が1つの場合は、解が1つになるときだから、</p> $25-8b=0$ $8b=25$ $b=3.125$ <p>だから、テイクオーバーゾーンの真ん中より 3.125m 前に立つことが一番よい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> バトンの動きを表すグラフ(概形)を筆記用具でなぞらせ、動き方を説明させる。 3.125 はグラフの y 軸上の値で、Bさんのスタートの位置になっていることを確認する。 放物線 $y=2x^2+3.125$ の式については、直線の平行移動の式 $y=ax$ と $y=ax+b$ にふれ、例えば $y=2x^2+2$ のグラフは $y=2x^2$ のグラフを y 軸の正の向きに平行移動させたことを知る程度にする。 <table border="1" data-bbox="1053 985 1436 1064"> <thead> <tr> <th>$x(t)$</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$y=2x^2$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>8</td> <td>18</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$y=2x^2+2$</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> エは生徒の実態や授業の時間の余裕がある場合に指導する。 	$x(t)$	0	1	2	3	...	$y=2x^2$	0	2	8	18	...	$y=2x^2+2$	2	4	10	20	...
$x(t)$	0	1	2	3	...															
$y=2x^2$	0	2	8	18	...															
$y=2x^2+2$	2	4	10	20	...															
<p>課題3を把握する</p>	<p>課題3</p> <p>第1走者Aさんの走るようすは変わりません。しかし、第2走者Bさんは、0秒のときから走り始めなくてもよいことに気づきました。</p> <p>では、いつ、どこに立ち、走り始めると最もよいでしょうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 時間があれば扱う。レポート課題にしてもよい。 																		

5 まとめと今後の課題

「向きをもつ速さ」について、関数の利用の指導を行うことで、その理解の定着が進んだ。しかし、経験則や感覚的にとらえる生徒が多く、数学的に解決するところまで到達できていない。今後は次の①～④を課題として、研究を進めていく。

- ① これまでの研究をもとに、中3の指導計画をよりよいものにする。
- ② 今後も指導を継続し、生徒の変容を把握し、指導をよりよいものにしていく。
- ③ 関数指導にICT機器を取り入れつつ、数学的に解決できる能力を養えるような指導計画の改善や指導案の作成を行い、実証的に研究を進める。
- ④ 小・中・高の算数・数学における速さの指導に関する教材を分析し、系統的な指導の在り方について研究を行う。

[引用・参考文献]

- 1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
日数教(和歌山)大会発表資料(2017)
「関数における速さの指導～関数指導における負の速さの必然性に迫る指導～」
- 2) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
日数教(東京)大会発表資料(2018)
「第2学年 関数における速さの指導～1次関数のグラフと利用～」
- 3) 広島県教育委員会, 小学校体育科「走り方」指導ハンドブック, 2015.4
<https://www.pref.hiroshima.lg.jp/uploaded/attachment/172246.pdf>
- 4) 松宮哲夫・柳本哲, 総合的な学習の実践と展開「バトンパスのマークポイントの位置」, 明治図書.
pp. 118-128, 1995.
- 5) 大澤弘典, 現実場面に基づく問題解決ーグラフ電卓を利用した合科型授業展開を通してー, 日本
数学教育学会誌第78巻第9号, pp. 248-252, 1996.
大澤弘典, 数学モデリングの授業に見られる生徒の活動ーグラフ電卓を利用した「リレー問題」を事例としてー,
日本数学教育学会第30回数学教育論文発表会論文集論文発表の部, pp. 481-486, 1997.
- 6) 赤根也他 19名, 中学校数学2, 大日本図書, p. 93, 1993. 2
- 7) GeoGebra HP <https://www.geogebra.org/about>
- 8) 東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会(2012)
「中学校数学科 関数指導を極める」, 明治図書, pp. 144-146
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
・日数教(鳥取)大会発表資料(2014)
「『変化の割合』の指導について～速さに関する課題を, 変域を拡げて考察する～」
・日数教(北海道)大会発表資料(2015)
「速さに関する関数の利用について(第2学年)～変化の割合を視点として～」
・日数教(岐阜)大会発表資料(2016)
「関数における速さの指導～関数 $y = ax$ の a の意味と第I象限から全象限への拡張～」
・日数教(和歌山)大会発表資料(2017)
「関数における速さの指導～関数指導における負の速さの必然性に迫る指導～」
・日数教(東京)大会発表資料(2018)
「第2学年 関数における速さの指導～1次関数のグラフと利用～」

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

小高 洋平 (北区立滝野川紅葉中学校)	塚本 桂子 (足立区教育委員会)
桑原 宏一 (葛飾区立堀切中学校)	堀 孝浩 (東京都立富士高等学校附属中学校)
菅田 圭一 (江戸川区立清新第一中学校)	待山 貴彦 (足立区立新田中学校)
齋藤 圭祐 (墨田区教育委員会)	山本 恵悟 (足立区立千寿青葉中学校)
関 富美雄 (渋谷区立上原中学校)	吉田 直樹 (練馬区立大泉第二中学校)
高村 真彦 (板橋区立高島第二中学校)	吉田 裕行 (世田谷区立三宿中学校)
高山 琢磨 (大田区立志茂田中学校)	

共同研究者

風間喜美江 (梅光学院大学)

半田 進 (元東北福祉大学)

<http://www.tochusu.com/function.html>

中学校における「割合」の指導について

～「文字と式」「方程式」の授業分析を通して考える～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会

I 本研究の動機とねらい

割合の概念は、小学校算数で重要な指導内容の一つであるが、教師が最も教えづらいと考えている指導内容でもある。これは、割合の意味する内容が複雑で多岐にわたっているという概念固有の難しさによるものが大きい。算数で学習する割合の概念は、数の見方、計算の意味、数量関係の把握など、さまざまな指導内容との関わりが深い。また、他教科の学習や日常生活においても割合の表現がしばしば使われており、身近な生活場面で広く活用されている。一方、中学校数学科で学習する割合は、どちらかというとなりて抽象的なものであり、基本的な割合はほとんど扱われていないのが現状である。つまり割合の素地的な指導は小学校でひととおり完結されていると見なされ、中学校では抽象的な割合の立場での指導が中心に行われているような実態がうかがわれる。

そこで、本研究のねらいは、「割合とは見比べるところから生まれる概念である」ことを重視し、

- 算数とのつながりを前提に、中学校でのどちらかというとなりて抽象的な割合の指導をできるだけ具体性のある教材を用いて、適切でスムーズな理解を図れるものにする
 - 算数教育で割合の概念の理解が不十分な生徒に、中学校の数学教育で再度、基礎的な割合の意味や求め方を学ぶ機会を適宜与えられること
 - 割合のよさや利用価値を知ることの学習経験を積むことによって、割合についての理解の深化や、日常生活や社会の中において割合で表現したり考えたりする必要性を実感し得ること
- などを、中学校数学科のさまざまな学習場面において取り上げることの提案である。

本委員会では、中学校の割合指導として、ここで目指すべきものは、

主たる学習内容の指導があり、その理解促進を図るために割合の見方・考え方を効果的に活用することで、主たる学習内容の学びが深まると同時に、割合の再学習が可能となり、割合の見方・考え方のよさを感じ得る

授業の構築であると考えた。そこで、授業の構成を練るにあたり、数学的活動を位置付ける上では、「方法」「内容」「目的」の3つの側面があることを踏まえて、本委員会では、平成24年度より、割合指導の場面に限定し、その活動を「内容」面で次の4つに分類し、研究を進めている。

- ① 割合の意味を知る活動
- ② 割合を求める、割合で求める活動
- ③ 割合を読みとる活動
- ④ 割合を利用する活動

II 本年度の研究…「数と式」領域における授業実践とその分析

昨年度、割合を利用する活動を含む授業の提案として作成した、第1学年「数と式」領域の2種類の指導案A・Bに基づいて、都内の公立校2校において習熟度別授業を実施した。その後、生徒の考え方をワークシートや発言から分析した。

1 <指導案A>について

(1) 単元 第1学年「文字と式」

(2) 本時のねらい

- 百分率や歩合の意味について確認し、割合を用いた数量を、文字を用いた式で表すことができる。また、その式のもつ一般性を理解する。
- 文字を使った式が、どのような数量を表しているのかを読み取ることができる。

(3) 本時の展開

学習活動	指導上の留意点
<p>【問題】ある商店で、原価に3割の利益をつけて販売しようとしたのですが、なかなか売れないので値引きすることにした。店長は、「定価の3割引きで売れば、少なくとも損は出ないだろう。」と言った。さて、店長の言うことは正しいだろうか。</p> <p>S このような聞き方をされているのだから、きっと正しくない。</p> <p>T それでは、その理由は説明できるかな。</p> <p>S そもそも原価が分かりません。説明は難しいです。</p> <p>S 例えば、原価 100 円で考えてみたらどうだろう。 「原価に3割の利益をつけて」から、 $100 + 100 \times 0.3 = 100 + 30 = 130$ (円) これが定価となる。 「定価の3割引き」で売ろうとするわけだから、 $130 - 130 \times 0.3 = 130 - 39 = 91$ (円) 100 円で仕入れたものを 91 円で売るわけだから、$91 - 100 = -9$ 9 円損することになる。だから、店長の言うことは正しくない。</p> <p>T 原価 100 円の場合は正しくなさそうだね。しかし、他の原価のときはどうなるだろう。毎回正しくないのかな。また、原価に比べてどのくらいの差が出るのだろう。確認の仕方はないかな。</p> <p>S 文字式で考えられないかな。原価を x 円にして考えるとどうだろう。 $x + x \times 0.3 = x + 0.3x = 1.3x$ よって、定価は $1.3x$ 円と表せます。 定価の3割引きの値段を x を使って表すと、 $1.3x - 1.3x \times 0.3 = 1.3x - 0.39x = 0.91x$ (円) 原価は x だから、$0.91x - x = -0.09x$ なので、原価がいくらであっても損してしまいます。</p> <p>T そうですね。3割の利益をつけてから3割値引きをした、同じ3割なのに、なぜ損をしてしまうことになったのでしょうか。</p> <p>S 基準にしている値段が違うからです。 3割の利益をつけたときは、原価を基準にしていました。 3割引きにしたときは、定価を基準にしていたから、基準にしていたものが違うからです。</p> <p>T 差が $-0.09x$ (円) で負の数だから、必ず損してしまうのが分かります。</p>	<p>教師から具体的な数値を例示してもよい。割合の考え方を確認し、文字式による考え方につなげる。</p> <p>一般的に考えるために、文字式を利用することを想起させる。教師から提示してもよい。</p> <p>$x > 0$ より、$-0.09x < 0$ となる確認をしなければならぬが、今回は深く追求しない。</p> <p>「3割の利益をつける」場合と「3割引き」の場合では基準量が異なることに注意させる。</p>
<p>【問題】 T それでは、原価に対して何%損しているのか分かりますか。</p>	

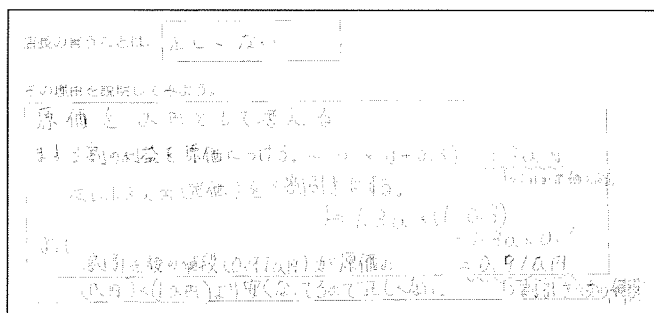
学習活動	指導上の留意点
<p>S $-0.09x$は、もともになっている原価x円に-0.09をかけているから、9%損したことになります。</p> <p>T xに100を代入するとどうなるでしょうか。</p> <p>S $-0.09 \times 100 = -9$で、100円で確かめたときと同じ結果になります。</p> <p>T 初めは、原価100円として考えていました。しかし、それでは、原価がいくらであっても必ず損をするとは言いきれません。文字を使うことによって、原価によらないで損を出してしまうことが分かります。</p>	<p>差を文字式で表し、割合を読み取る活動を促す。</p> <p>xに100を代入させ、初めに検討したことを振り返らせる。</p>
<p>【問題】T それでは、損を出さないためには、定価の何%まで値引きできますか。</p>	
<p>S 定価が$1.3x$円でした。原価のx円より小さくならなければよいです。</p> <p>T いくらまで安くできるのでしょうか。</p> <p>S $1.3x - x = 0.3x$(円)です。これが、定価の何%かを求めればよい。</p> <p>T もとにする量は何ですか。</p> <p>S 定価$1.3x$円です。だから、$0.3x \div 1.3x$を計算すればよいのだけれど…</p> <p>T xには同じ値が入りますね。だから文字どうしで約分できます。</p> <p>S $0.3x \div 1.3x = 0.3 \div 1.3 = 0.2307 \dots$ 約23%です。</p> <p>T 文字式を使うことで、原価がいくらであっても、何%まで値引きができるのかを求めることができます。文字を使うことにより、一般的な議論ができる、これが文字を使うことのよさですね。</p>	<p>$1-x \div 1.3x$の考え方が出た場合も、取り上げ、認める。</p> <p>同じ文字どうしの約分は未習なので、丁寧に指導する。</p> <p>文字xを用いることで、一般的に説明ができることを強調する。</p>

(4) 発問1の集計結果

解答	考え方	発展	基礎
正しくない	原価を具体的な数で考える 例 原価100円→売値91円	44	3
	原価を単位量1として考える $1 \rightarrow 0.91$ になる	2	0
	原価を文字において考える 例 原価 a 円→売値 $0.91a$ 円	2	0
正しい	3割増やして3割減った $3-3=0$	0	4
	具体的な数で考える 例 30円増えて30円減る	2	2
数学的根拠のない誤答		0	3
白紙		0	31
合計		50	43

(5) 分析と考察

発問1について、発展コースでは、48名(96%)の生徒が、店長の言うことが正しくないと答えた。このうち44名(88%)は、原価を100円や500円など、具体的な数において計算し、売値を求めた上で、正しくないとしている。残り4名のうち2名は原価を1とにおいて、2名は原価を文字において考え、



生徒のワークシート

売値が原価の0.91倍となることを説明して、正しくないとしている。授業では、「文字で考えれば、原価がいくらであっても店長の言うことは正しくないことがわかる」という発言を受け、具体的な数で考えていた生徒もそのことを理解した。

基礎コースでは、生徒のほとんどは、解答が白紙であった。記述できた生徒のうち、「店長の言うことが正しくない」と答えた生徒は、いずれも原価を具体的な数において考えていた。一方、「店長の言うことが正しい」と答えた生徒のうち4名は、問題文中に出てくる割合の3割をそのまま用いて、「 $3-3=0$ 」としたと考えられる。また、残りの2名については、割合の3割を具体的な数において考えようとしたとみられるが、「1300円-3割で1000円」などと記述していることから、値引きをする際のもととなる量が定価であることまで考えが至らなかったと考えられる。授業では、解答が白紙であった生徒へ、「具体的な数で考え、どのように数値が変化するかを確認してみよう」と補助発問を与えたところ、6名は正しい答えを導き出せるようになった。

次に、発問2の「どのくらい値引きできますか」の問いには、「3割で損をしたのだから2割である」という解答がほとんどであった。計算式としては、

$$100 \times 1.3 \times 0.8 = 104 \text{ (円) または}$$

$$a \times 1.3 \times 0.8 = 1.04a \text{ (円)}$$

というものである。しかし、「もっとぎりぎりまで値引きするためにはどうすればよいか」を尋ねると、「 $30 \div 130$ 」を計算する生徒が多く出てきた。どうしても具体的な数で考える生徒もいたが、教師から「具体的な数で考えるだけでよいのだろうか」と補助発問をすることで、ほとんどの生徒が文字を用いることのよさに気づき、(単項式) \div (単項式)ではあるが、文字を使って計算をするようになった。本時のねらいからは外れるものの、「 x 割まで値引きできる」として方程式をつくることで、機械的に解けることを見いだした生徒もいた。

発問3は、発問2を解決できた生徒に発展課題として与えたものである。生徒は、自身で利益や値引きの割合をさまざまに定めて課題に取り組んだ。

本時の学習は、生徒が割合の考え方を再確認することにつながった。しかし、基礎コースの生徒は、割合そのものの理解が不十分であり、また「割合」という言葉に抵抗感を感じていると考えられる。

本時を通して、割合をそのまま足したり引いたりできるものではないということ、もとにする量と割合が関連していることを十分に理解できていないところが課題である。また、生徒の反応から、割合を扱うにあたり、生徒にとっては、まずは具体的な数で考えた方がイメージをもちやすいと考えられる。したがって教師は、展開において、意図的に文字を使って考えることを取り上げ、文字を使うことのよさに改めて気付かせるようにすることが大切である。

Q 損しないためには定価に対してどのくらい値引きできますか。

$30 \div 130 = 0.237$ 約 2.3% までできる

(文字で考える)

$\frac{x}{1.3x} \cdot 0.3x$ $0.3x \div 1.3x$ $\frac{0.3x}{1.3x}$

$= 0.3 \div 1.3$

$= 30 \div 130 = 0.237$

約 2.3%

生徒のワークシート

原価に 9 割の利益をつけて定価とし、4 割引きして売った場合
 はどうなるだろう。

原 2 円 ↓ × 1.9 定 1.9 2 円 ↓ × 0.2 0.38 2 円	原 2 円 ↓ × 1.9 定 1.9 2 円 ↓ × 0.4 0.76 2 円	原 2 円 ↓ × 1.9 定 1.9 2 円 ↓ × 0.5 0.95 2 円	原 2 円 ↓ × 1.9 定 1.9 2 円 ↓ × 0.6 1.14 2 円
--	--	--	--

生徒のワークシート

2 <指導案B>について

(1) 単元 第1学年「方程式」

(2) 本時のねらい

- (くらべられる量) = (もとにする量) × (割合) で求められることを再確認する。
- 比の値, 比例式の意味を理解する。
- 比の性質を使って比例式を解くことができるとともに, 比例式で表すことのよさを感じ得する。

(3) 本時の展開

過程	学 習 活 動	指導上の留意点
<p>10分 導 入</p>	<p>クッキーを作るために, 砂糖200gと小麦粉120gを混ぜました。これと同じものを作るのに, 小麦粉90gに対して砂糖を何g混ぜればよいですか。</p> <p>S₁ $90 \times 200 / 120 = 150$ S₂ $200 \times 90 / 120 = 150$ T $90 \times 200 / 120$とありますが, この$200 / 120$は何ですか。 S 割合。 T 何の割合ですか。 S₃ 砂糖と小麦粉の割合。 S₄ 小麦粉に対する砂糖の割合。 S₅ 砂糖に対する小麦粉の割合。 T もとにする量はどちらですか。 S₆ 小麦粉。 S₇ 砂糖。 T 120で割るということは, どちらを 1 にして考えていますか。 S 小麦粉。 T つまり小麦粉 1 に対しては砂糖が $200 / 120$ にあたるということですね。小麦粉の $200 / 120 = 5 / 3$ 倍が砂糖ということです。 さて, $200 \times 90 / 120 = 150$ という式もありました。 $90 / 120$ は何ですか。 S 割合。 T 何の割合ですか。 S 作ったクッキーの小麦粉に対する作るクッキーの小麦粉の割合。 T そうですね。では, 今日はこの課題に対して比を使ったやり方で詳しく考えてみましょう。</p>	<p>• 比例式が出てきた場合は後で扱うことを伝える。</p> <p>• もとにする量と比べられる量を意識させ, 割合について確認する。</p>
	<p>T このクッキーを作るとき砂糖と小麦粉の比はどうなりますか。 S_x $200:120$ S₉ 簡単にすると $5:3$ です。 T そうですね。このとき, 5 を 3 で割った $5 \div 3 = 5 / 3$ を比 $5:3$ の比の値といいます。先ほどでてきた小麦粉に対する砂糖の割合と同じですね。 では, 小麦粉 90g に対して必要な砂糖の量を $x\text{g}$ とすると, 砂糖と小麦粉の比はどうなりますか。</p>	<p>• $3:2$ や $5:7$ 等いくつか簡単な比について, 比の値を確認する。</p>

過程	学 習 活 動	指導上の留意点
展 開 35分	<p>S $x:90$</p> <p>T 同じクッキーを作るには、小麦粉に対する砂糖の割合は同じになりますね。200:120と$x:90$の比の値はどうなりますか。</p> <p>S 等しい。</p> <p>T 比の値が等しいとき、2つの比は等しいといい、$200:120 = x:90$と表します。これを比例式といいます。では、この比例式を満たすxの値の求め方を考えましょう。どうしたらよいでしょうか。</p> <p>S₁₀ 比例式は比の値が等しいから、$200/120 = x/90$を解く。</p> <p>S₁₁ 比は簡単にできるから$5/3 = x/90$を解けばよい。</p> <p>S₁₂ $200:120 = x:90$で、120の3/4倍が90だから200を3/4倍すればよい。</p> <p>T では、$200 \times 3/4$を計算しましょう。</p> <p>S $50 \times 3 = 150$</p> <p>T $5/3 = x/90$も解いてみましょう。</p> <p>S₁₃ 分母をはらうために、両辺に90をかけよう。</p> <p>S₁₄ $5/3 \times 90 = x/90 \times 90$ $x = 150$</p> <p>T 最初と同じ答えになりましたね。 このように、比例式は方程式に直して解くことができます。 方程式への直し方について考えてみましょう。比例式$a:2 = b:3$を比の値を用いて方程式になおしてみましょう。</p> <p>S $a/2 = b/3$だから…両辺に6をかけて$3a = 2b$です。</p> <p>T 比例式$a:2 = b:3$と方程式$3a = 2b$を比べて、気付くことはありますか。</p> <p>S 外側のaと3の積が、内側の2とbの積と等しい。</p> <p>T そうですね。実は、$a:b = c:d$ならば$ad = bc$ が成り立ちます。 では、この性質を使って、今度は実際に比例式$3:4 = 6:x$を解いてみましょう。</p> <p>S 比の性質を使うと$3x = 24$だから…$x = 8$</p> <p>T $3:4 = 6:x$では、6が3の2倍であることから、4を2倍してもxを求められるので、$x = 8$で大丈夫ですね。では、練習です。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">問 (1)$5:6 = x:18$ (2)$10:x = 15:3$ (3)$2:3 = (x-2):(2x)$</p> <p>T (1)$5:6 = x:18$のような比例式では、18が6の3倍だから、5を3倍すればxを求めることができました。 しかし、(3)のような場合は、単純に何倍になっているか判断できないので、比の性質$a:b = c:d$ならば$ad = bc$が非常に有用ですね。</p>	<p>・比の性質は、経験的に認めるだけにしておさえさせる。</p> <p>・内項の積が左辺・右辺どちらにきてもよいことを確認し、左辺にxがくるように計算するとよいことを伝える。</p>
まとめ 5分	<p>T 比$a:b$で、a/bを比の値といいました。そして2つの比で、比の値が等しいとき、その比は等しいといいました。この比例式を解くとき比の性質を使って方程式になおして解くとよいことが分かりましたね。</p>	

(4) 発問1の集計結果と考察

ここに、小麦粉 100g、砂糖 40g で作ったクッキー A と、小麦粉 150g、砂糖 50g で作ったクッキー B があります。どちらのクッキーが甘いでしょうか？

表 B - 1

	クッキーAを選択		クッキーBを選択		選択なし		計	
	人数	割合	人数	割合	人数	割合	人数	割合
割合で比べる	37	69.8%	2	3.8%	2	3.8%	41	77.4%
差で比べる	7	13.2%	0	0%	1	1.9%	8	15.1%
不明・説明なし	2	3.8%	0	0%	2	3.8%	4	7.5%
計	46	86.8%	2	3.8%	5	9.5%	53名	
比の表現を利用	7	13.2%	0	0%	1	1.9%	8	15.1%

表 B - 2 【割合で比べる<41名>】の詳細

	クッキーAを選択		クッキーBを選択		選択なし	
	人数	割合	人数	割合	人数	割合
①(小麦粉の量)÷(砂糖の量) <砂糖1に対する小麦粉の量>	14	34.1%	1	2.4%	2	4.9%
②(砂糖の量)÷(小麦粉の量) <小麦粉1に対する砂糖の量>	18	43.9%	0	0%	0	0%
③(全体の量)÷(砂糖の量) <砂糖1に対する全体の量>	5	12.2%	1	2.4%	0	0%
計	37	90.2%	2	4.9%	2	4.9%

発問1は、「甘さ」を比べる課題である。この課題では、「甘さ」いわゆる『糖度』を直接測定することができない。そのため、生徒は経験的に知っている「砂糖の量が多いほうが甘い」ことを活用して、「甘さ」を砂糖の量の差や、小麦粉と砂糖の量の割合で表し、「甘さ」を数値化して比べようとした。表B-1からは、49名(92.5%)の生徒が「甘さ」の数値化を試みている。このことから、生徒は、既習事項や生活経験をもとに、「甘さ」が砂糖の量に依存することを意識し、何が測りたい量なのか、そのために何をものさし(ここでは2量の差、2量の割合)にして比べればよいのか、といった思考の方法を認識できているといえる。

差による方法と割合による方法を選んだ生徒はそれぞれ、8名(15.1%)と41名(77.4%)である。差による方法で考えた8名の生徒は、測るもの(甘さ)はわかっていながら、ものさし(砂糖の量の差)を見誤ったといえる。

- 「答えはAだと思います。理由は、BはAより小麦粉が50g増えています。砂糖は10gだけ増えています。Bの方が甘くならないといけない条件は小麦粉の50g増えているより多く増やす必要がありますが、今回の場合は10gしか増えていないのでAの方が甘いことになります。」
- 「小麦粉の差50gに対して砂糖の差は10g、砂糖の甘みは小麦粉で緩和されると考えてAが甘い。」
- 「Aは小麦粉と砂糖は60g小麦粉少ない Bは小麦粉と砂糖は100g小麦粉多い。だからA。」

生徒の解答には、砂糖の量の差、小麦粉の量の差、砂糖と小麦粉の量の差でくらべているものがある。授業では、これで本当によいかを現実場面を想起しながら考え、砂糖や小麦粉の量の多少だけで

比べられるかどうか疑問を投げかけていくことが期待される。本当にそれで困る場合はないのかな、という問いかけである。例えば、「小麦粉 100 g, 砂糖 40 g で作ったクッキー A に対して、それぞれを 40 g 減らした小麦粉 60 g, 砂糖 0 g で作ったクッキーは同じ甘さになる？」という質問を期待しているわけである。反例を出す特殊化の考えに焦点を当てることで誤りに気付かせたい。

算数での割合の考えの導出においては、差による方法と割合による方法を対比させながら、その善し悪しを判断していく過程で割合の考えのよさが見えてくる。差と割合の 2 つの考えを比較することで、どちらの方が「甘さ」の数量化として適しているかを、適宜検討する場を設定したい。

割合で比べている生徒は 41 名おり、そのうちの 37 名(90.2%)の生徒は、正しい判断ができていた。割合は、同種の 2 量で一方を 1 とみたとき他方がどれだけに当たるかという見方である。差の考えでは量の単位をそのまま使うことができるが、割合の場合は量の単位では表せない。一方を単位量としたとき、他方がどれだけにあたるかを測り直すことになる。この基準とする単位量を 1 とみるところが割合の見方である。つまり、ここでは、砂糖の量を単位量とみる考え(表 B-2 の①, ③)と小麦粉の量を単位量とみる考え(表 B-2 の②)の 2 つの考え方が割合の考えといえる。

①の解答

- 「Aは小麦粉 2.5 g につき砂糖が 1 g あって、Bは 3 g に 1 g の砂糖が入っている。こうなって Aの方が甘いとわかる。」
- 「割合を出せば、Aは 2.5 になって。Bは 3 になる。砂糖の割合は A は 1, Bは 1 なので、Aの方が割合が近いから Aの方が甘い。」

②の解答

- 「A $40/100 \rightarrow 2/5$ B $50/150 \rightarrow 1/3$ $6/15 > 5/15$ Aの方が多い。」
- 「 $10 : 4 \rightarrow 4/10$ $60/150$ $15 : 5 \rightarrow 5/15$ $50/150$ 15 と 10 の最小公倍数を求めて、分母をそろえて考えた結果です。」
- 「小麦粉 1 g あたりの砂糖の量を考えると、Aは 0.4g で Bは 0.3333...g だから Aの方が甘い」

③の解答

- 「全体に対する砂糖の割合は、Aが $40 \div 140 = 0.29$ で Bは $50 \div 200 = 0.25$ だから Aの方が甘い」

一般に、2 つの数量を A, B とし、A をもとにする量、B をくらべられる量、P を割合とすると、 $P = B \div A$ (比の第 1 用法)の関係が成り立つ。この課題では、もとにする量を砂糖にも小麦粉にもできるが、その際求めた割合の値を正しく読み解かなければならない。砂糖をもとにする量とした場合は、小麦粉の量が少ないほど甘いといえる。また、小麦粉をもとにする量とした場合は、砂糖の量が多いほど甘いといえる。一般的には、甘い方に大きな数値を対応させることが多いが、ここでは、2 つの考え方を的確に使い分けることが求められる。

①の解答<誤答>

- 「Aの材料をわったら 2.5 で、Bの材料をわったら 3 になったから、Bの材料の方が甘いです。」

③の解答<誤答>

- 「Aのクッキーは 140 g 中、40 g が砂糖 10 分の 2.5【誤計算】
Bのクッキーは 200 g 中、50 g が砂糖 10 分の 3【誤計算】
だから、Bのクッキーの方が砂糖の割合が多いから、Bの方が甘いと思います。」

生徒の中には、割合というわり算を計算すればよいと考えている場合がある。わり算の式が出てきたとき、式を読みとる活動を通し、その商は、「わる数を1とみたときのわられる数の大きさ」を表していることをその都度、意識づけていくことが大切である。

(5) 発問2の集計結果と考察<基礎コース15名、発展コース24名 計39名>

クッキーを作るために、小麦粉 200 g, 砂糖 120 g を混ぜました。これと同じ甘さのクッキーをもう少し作ろうと思いましたが、砂糖が 90 g しかありません。小麦粉は何 g 混ぜれば良いですか？

表 B - 3

	解答	人数	割合
比例式 $200 : 120 = x : 90$	比の性質を利用	14	35.9%
	比の値を利用	4	10.3%
	比例式の性質を利用	5	12.8%
割合	$200 \times 3/4$	3	7.7%
	$90 \times 5/3$	1	2.6%
差	$120 - 90 = 30, 200 - 30 = 170$	9	23.1%
不明・説明なし		3	7.7%

比例式の意味の学習の直後であったので、割合の考えで解決した生徒4名(10.3%)に対し、比例式を立式した生徒は23名(59.0%)、半数以上の生徒は比例式の意味や、比例式で表すことの簡潔さを実感していることが伺える。発問1の課題では、「甘さ」を比を用いて表現し、正答を得た生徒は7名(13.2%)であったが、発問2の課題では、「同じ甘さ」という関係を表すことから、割合の考えではなく、比例式の立式を試みようとしたのだろう。一般に、2つの数量AとBの割合を表すのに、例えば、Bを基準として「AはBの3倍」など、AとBのどちらか一方を基準(1とみる)にして他方を表す方法<1つの数で表す割合>と、2つの量に共通な量(1あたり量)を基準として、簡単な整数の組み合わせで表す方法<2つの数で表す割合(比)>がある。中学校から本格的に文字の式の学習が始まり、方程式の学習まで進められていることから、事象の関係を等式(ここでは比例式)で表すことができれば、形式的に処理できることの方程式のよさを少なからず感得している生徒もいるのだろう。

比例式 $200 : x = 120 : 90$ を立式する生徒はいなかった。この課題では小麦粉も砂糖も同種(同じ単位)の量であるので問題はないのだろうが、(小麦粉どうしの比)=(砂糖どうしの比)のように同じ対象どうしを比で表すと考えるものを標準的な解答としている教科書もある。それに準じるとすれば、生徒の立式の傾向は標準的な解答とはいえないだろう。生徒にとっては、同種・異種のような区別はあまりなく、問題中の数値の並びから、その対応に留意しながら比例式をつくる傾向があるのではないかと推察するが、この点については検討しなければならない。

比例式を解く過程では、比例式の性質の学習前であることから、比の性質(等しい2つの比の関係について、 $a : b$ の両方の数に同じ数をかけたり、同じ数でわったりしてできる比は、すべて $a : b$ に等しくなる)を利用して解決している生徒が14名(35.9%)と最も多かった。比の性質は小6の学習内容であり、中1の生徒にとっては記憶に新しいものであろう。そこでは、「等しい比を調べる」「比を簡単にする」「比が等しくなるような項の値を求める」などの学習活動があり、その活用として比例式を解いたのだろう。また、比の値を利用して、方程式に帰着させて解決した生徒が4名(10.3%)い

た。比の値は、2つの数で表す比と1つの数で表す割合とを結びつける概念であり、比の値を媒介として、比例式と方程式の相互関係を生徒は学ぶことになる。学習のつながりを意識させる場面としてふさわしく、このような扱いを指導計画の中にも的確に位置付けることは、立式指導の面だけでなく、数学のよさや深みを伝えるのにもとても効果的である。

Ⅲ まとめ

今回は、昨年度に提案した割合の考え方を利用する活動を取り入れた指導案（都中教教育課程委員会,2019）を基に授業を実践した。

指導案Aの実践では、発展コースにおいては、ほとんどの生徒が、まず具体的な数値を用いて確かめ、次に文字を用いて考えることで、割合についての再学習の機会とするとともに、一般的に考えることのよさについて知ることができた。しかし、基礎コースにおいては、解答が白紙の生徒が72%おり、生徒にとって割合を用いて考えることがいかに難しいのかを、改めて実感した。

指導案Bの実践からは、適切な場面設定を与えれば、生徒は、既習事項や生活経験をもとに、小麦粉と砂糖の2量をくらべればよいことを考えたり、比例式を使ってその関係を表現したりできることが分かった。一方、くらべ方について、差でくらべるのか割合でくらべるのかを的確に判断できない、割合で比べる場合に「何をもとにする量にするのか」で混乱する、といった生徒の様子も見られた。

教師は、授業の中で生徒の様子を見取った上で、発問によって生徒の思考を進めたり戻したりする。「考えやすくするために、まずは具体的な数値で考えてみましょう。」「このわり算の式は、何を1にして（もとにして）考えていますか。」といった発問は、生徒にこれまでの割合の学習を想起させ、割合の見方・考え方を活用して問題を解決させることにつながった。本年度の研究は、中学校における割合の指導の重要性について再確認するとともに、「割合」を視点として、小学校算数科と中学校数学科の学びの接続について改めて考える機会となった。

【参考文献】

- ・東京都中学校数学教育研究会研究部教育課程委員会(2019)「中学校における「割合」の指導について～「文字と式」「方程式」の指導案検討を通して考える～」第56回東京都中学校数学教育研究発表大会研究発表収録

令和元年度 東京都中学校数学教育研究会		研究部	教育課程委員会
浅尾 博之（大田区教育委員会）	宇田川裕規（武蔵野市立第一中）	奥秋 直人（豊島区立西池袋中）	
緒環 吾郎（豊島区立西池袋中）	小林 千夏（豊島区立千登世橋中）	諏佐 佳典（大田区立羽田中）	
鈴木 明（江戸川区立松江第四中）	高井 洋美（板橋区立志村第二中）	戸崎 大和（大田区立馬込中）	
長山 靖（板橋区立桜川中）	延本 直子（府中市立府中第二中）	蓮沼 喜春（府中市教育委員会）	
前田 利江（墨田区立桜堤中）	松本 健児（豊島区立西池袋中）	三田 哲也（豊島区立千川中）	
宮本 泰雄（大田区立東調布中）	元木 靖則（武蔵野市教育委員会）	山内 博人（都立小石川中等教育）	
山根 浩孝（練馬区立石神井中）	幸 花子（荒川区立原中）		
＜研究協力者＞		倉次 秀夫（青山学院高等部）	鈴木 裕（元東京学芸大附竹早中）
		羽住 邦男（電気通信大学）	傍土 颯彦（東京学芸大附世田谷中）

自らの活動をふりかえり 吟味する力を育てる数式領域の指導 ～主体的・対話的で深い学びに向けて～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 数式委員会

I. 研究のねらいと経過

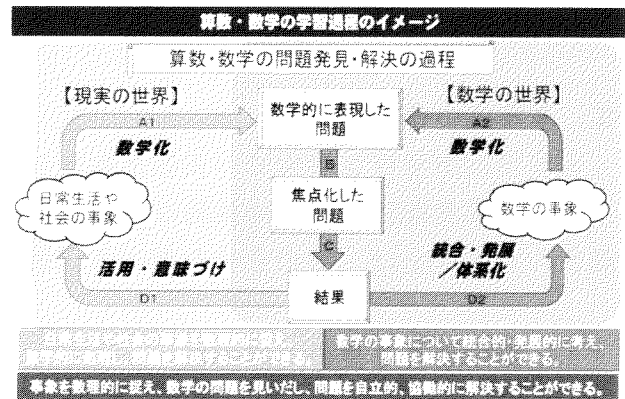
令和3年度から実施される新学習指導要領の解説書にあたる、中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編（平成29年7月）には、算数・数学の学習過程のイメージ（右図）が示されている。

算数・数学の学習過程のイメージには、算数・数学の問題発見・解決の過程が示されており、現実の世界と数学の世界を行ったり来たりしながら、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決することが提示されている。

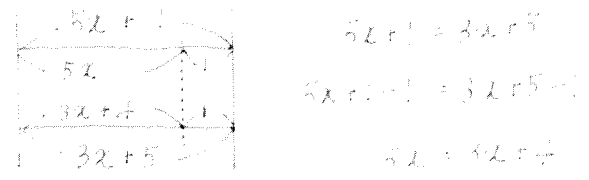
また、同解説には、「今回の改訂では、数学的に考える資質・能力を育成する上で、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを重視することとした」と明記されており、「各場面で言語活動を充実し、それぞれの過程や結果を振り返り、評価・改善することができるようにすることも大切である」と述べられている。

数式委員会では、昨年度までの3か年で、二本の線分図を活用して方程式をつくる指導について研究を深めてきた。その中で、数量の関係を簡単に線分図に表すことができる方程式の文章題での立式については改善されたものの、線分図に表すことが難しかったり表すことができなかつたりする方程式の文章題については、立式ができない傾向が見られた。特に解が負の数になる場合においては、線分図にかき表すことができないため、他の手立てを考える必要があった。

また、平成28年度に行われた全国学力・学習状況調査において、簡単な一元一次方程式を解くことに関する問題〔A3（1）〕では、正答率が71.9%であったのに対し、一



算数・数学の学習過程のイメージ（中学校学習指導要領解説数学編平成29年7月）



二本の線分図による方程式の解き方の例

元一次方程式の解の意味を問う問題 [A3 (2)] (右図) では、正答率は 48.2%にとどまっている。このことから、簡単な一元一次方程式を解くことはできるが、解の意味の理解にまでは至っていないことが考えられる。更に、平成 29 年度に行われた全国学力・学習状況調査では、方程式の文章題 (過不足の問題) [A3 (2)] の立式についての正答率が 53.6%にとどまり、具体的な場面で方程式を作ることに課題が見られた。このことから、方程式の文章題について研究を進めることにした。

2. 一元一次方程式 $2x = x + 3$ の左辺も右辺それぞれに 3 を代入すると、次のような計算をすることができます。

$$2x = x + 3 \text{ について、}$$

$$x = 3 \text{ のとき、}$$

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} \quad 2 \times 3 &= 6 & \text{(右辺)} \quad 3 + 3 \\ &= 6 & &= 6 \end{aligned}$$

このとき、この方程式の解についていることを、下のアからエまでの中から 1 つ選びなさい。

ア この方程式の解は 6 である
 イ この方程式の解は 3 である
 ウ この方程式の解は 3 と 6 である
 エ この方程式の解は 3 でも 6 でもない

平成 28 年度全国学力・学習状況調査 [A3 (2)]

II. 本年度の研究

本年度は中学校 2 年生での実態把握ならびに、中学校 1 年生での授業実践を 3 校で行い、方程式の文章題における効果的な指導法について検討した。その際、全国学力・学習状況調査の結果を受け、解の意味を考える活動についても取り入れることにした。

(1) 中学校 2 年生の実態把握

お父さんは現在 42 歳です。その子どもの年齢が現在 10 歳であるとき、お父さんの年齢が子どもの年齢の 5 倍になるのはいつでしょうか。方程式を使って求めなさい。ただし、何を x として作った方程式であるかを明らかにし、方程式を解いたときの途中の式も記入すること。

この問題は、方程式の解が $x = -2$ と負の数になり、「2 年前」と答えるものである。この問題を、連立方程式を学習し終えている中学校 2 年生に実施し、解答を分析した。

分析内容

- ◎ ⇒ $x = -2$ を 2 年前と完全に解答できたもの。
- 2 ⇒ $x = -2$ まで解を出して終わっているもの。-2 年後と解答したもの。
- △ ⇒ 立式はできたものの解く段階で間違いがあったもの。
- 立式ミス ⇒ 立式が間違えている。
- その他 ⇒ 何を x とおくかが書けているもの。
算数の考え方で答えを導いているものなど。
- 無回答 ⇒ まったく手が付けられていない。記述がない。

実施結果

A 校 (120 人)

※発展・標準・基礎クラスで習熟度別授業を行っているが、この問題を実施したのは、発展・標準クラスの 6

	◎	-2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	61	1	1	24	25	8
%	50.9	0.8	0.8	20.0	20.8	6.7

B 校（109人） ※発展・標準クラスで習熟別授業を行っており、この問題はすべてのクラスで実施。

	◎	-2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	20	10	16	32	15	16
%	18.3	9.2	14.7	29.3	13.8	14.7

C 校（142人） ※発展・標準クラスで習熟別授業を行っており、この問題はすべてのクラスで実施。

	◎	-2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	21	10	9	55	22	25
%	14.8	7.0	6.3	38.8	15.5	17.6

この問題において、文章の中に含まれる数量の関係を適切に式に表すことができない生徒が多く見られた。また、 $x = -2$ まで導くことができている生徒の中には、どのように答えを表現してよいかかわからず、答えを書くことができない生徒もいた。

（2）中学校1年生を対象にした授業実践

中学校2年生の分析結果より、文章の中に含まれる数量の関係を適切に式に表せないということや、どのように答えを表現してよいかわからないといった解の解釈に関する課題が見いだされた。そこで、中学校1年生の「方程式の利用」で速さの文章題までを学習し終えた段階で、以下のような授業実践を行い、授業内での生徒の変容を調査した。

<授業の流れ>

①本時の目標

方程式を使って問題を解決するとき、問題の条件や日常の事象を考えながら、方程式の解を解釈して問題に適した答えを表すことができる。

②本時の展開

時間	○学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準（評価方法）
導入 8分	<p>・プレテストを行う。（5分）</p> <p>お父さんは現在42歳です。その子どもの年齢が現在10歳であるとき、お父さんの年齢が子どもの年齢の5倍になるのはいつでしょうか。方程式を使って求めなさい</p> <p>ただし、何をxとして作った方程式であるかを明らかにし、方程式を解いたときの途中の式も記入すること</p>	<p>・解が出てから答えを導くまでの生徒の様子を観察する。</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> ・プレテストを回収し、問題1を提示する。 		
展開 20 分	<p>問題1</p> <p>兄が4500円、妹が1000円持っていて、2人は同じ金額のおこづかいをもらいました</p> <p>1 おこづかいをもらった後、兄の所持金が妹の所持金の2倍になりました。2人はいくらずつもらったか、その金額を求めなさい。</p> <p>2 おこづかいをもらった後、兄の所持金が妹の所持金の3倍になりました。2人はいくらずつもらったか、その金額を求めなさい。</p> <p>3 2人がいくらずつもらうと、兄の所持金が妹の所持金の()倍になるでしょうか</p> <ul style="list-style-type: none"> ・問題1を考える。 ・グループごとに解決方法について発表する。 ・全体で解き方を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートを配布して、3分間自力解決を行い、その後①を確認。②以降はグループで解決する。 <p>※問題を作り替えて、解がそのまま答えになるとは限らないことに気付けるようにする。</p>	
14 分	<p>問題2</p> <p>現在Aさんは13歳、Bさんは43歳です。Bさんの年齢がAさんの年齢の7倍になるのはいつでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グループごとに解決方法について発表する。 ・全体で解き方を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・3分間自力解決を行い、その後グループで解決する。 	<p>ア 方程式を利用して問題を解決し、その過程を振り返って考えようとしている。</p>
まとめ 8分	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の授業のふりかえりを書く。 1. 今日の授業で大切だと思ったこととは何ですか。 2. 方程式の文章題を解決するために必要なことを自分でまとめてみましょう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートに自分の言葉で書けるようにする。 	<p>イ 方程式を利用して、その過程を振り返って方程式の文章題の解き方を考えることができる。</p>

実施結果

A校 指導形態：少人数習熟度別クラス（発展・標準）で授業実践を行った。

分析内容

- ◎ ⇒ $x = -2$ を 2 年前と完全に解答できたもの。
- 2 ⇒ $x = -2$ まで解を出して終わっているもの。- 2 年後と解答したもの。
(授業実践後は、 $x = -8$ まで解を出して終わっているもの。- 8 年後と解答したもの。)
△ ⇒ 立式はできたものの解く段階で間違いがあったもの。
立式ミス ⇒ 立式が間違えている。
その他 ⇒ 何を x とおくかが書けているもの。
算数の考え方で答えを導いているものなど。
無回答 ⇒ まったく手が付けられていない。記述がない。

プレテスト実施結果（93人）

	◎	- 2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	37	6	3	29	17	1
%	39.7	6.5	3.2	31.1	18.3	1.1

授業実践後 問題2の結果（93人）

	◎	- 8	△	立式ミス	その他	無回答
人数	79	4	2	4	1	3
%	84.9	4.3	2.2	4.3	1.1	3.2

生徒のふりかえりコメントより

- ・解がマイナスということはどういう状況かを考えて答えを出すことが大切だと思いました。
- ・ x が何を意味しているのかを吟味して答えることが大切だと思いました。
- ・解がマイナスになったら、その意味を考えることが大切だと思いました。
- ・問題をよく読み、出た答えと合っているかを確認することが大切だと思った。また想像してマイナスが何を表しているのかを考えてから答えを出すことも大切だと思った。
- ・文章をよく読み、求められていることをしっかり考えて、それにそった答えを書くのが大切だと思った。
- ・文章を読み式を作り、その式が合っているかをもう一度文章を読んで確認する。
- ・文章を理解して立式するようにする。

< 考察 >

- ・プレテストで立式できなかった生徒のほとんどが、問題1で様々な式を考えることにより、問題2では式が立てられるようになっていた。
- ・プレテストのとき、解が $x = -2$ となることで戸惑った生徒は、授業実践後には適切な解答を書けるようになった。一方、立式できるようになった生徒は、問題2の解 $x = -8$ で戸惑っていたという段階的な状況が見られた。

B校 指導形態：通常は少人数習熟度別授業だが、クラス単位で授業実践を行った。
フレテスト実施結果（105人）

	◎	-2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	21	12	10	50	9	3
%	20.0	11.4	9.5	47.6	8.6	2.9

授業実践後 問題2の結果（105人）

	◎	-8	△	立式ミス	その他	無回答
人数	87	0	7	7	2	2
%	82.8	0	6.7	6.7	1.9	1.9

生徒のふりかえりコメントより

- ・ xを何としたかを必ずチェックする。答えを最後にチェックする。方程式を理解する。文章を理解し、マイナスでもあっているかなど、文章をよく見るが必要なことだと思いました。
- ・ 何をxにしたのかをしっかりと考えることが大切だと思いました。また、文章をしっかりとよく読むことで、解が出た数字で成り立つかを考えることが大切だと思いました。文章をしっかりと読んで文章の意味をよく理解することが必要だと思いました。
- ・ 解を出したときに、その出た解が本当にその問題で求められているものかを考え判断し、答えを導き出すことが大切だと思います。
問題をしっかりと読みこみ、その問題を自分なりに想像して、わかりやすくする。終わった後に見直しをする。
- ・ 何をxとおくのか文をしっかりと読んで、方程式をつくり、解くことが大切だと思った。何に何倍するのか、文を読めば分かるようなことがたくさんあり、問題をまちがえるということがあったので、読んで考えようと思った。
しっかりと読み、方程式がどうなるのか考えて解くということが必要だと思った。

<考察>

- ・ ふりかえりの記入から、解の吟味を行うにあたって、問題文の理解や何をxとおいたのかを考える必要性を感じている生徒が多かった。
- ・ 授業実践後には、すべての生徒がマイナスの解について正確に捉えることができていた。
- ・ 自分が解いた解は、正しいのか最後に確認することの大切さに気が付くことができていた。
- ・ 解を現実的に考えることで、数学の世界から現実の世界に考えを広げることができていた。
- ・ 文章問題が苦手な生徒もグループ活動を通して、様々な考えにふれることで理解を深めていた。

C校 指導形態：C校では第1学年のみ、少人数習熟度別指導を行っていないため、クラス単位の一斉指導で授業実践を行った。

フレテスト実施結果（155人）

	◎	-2	△	立式ミス	その他	無回答
人数	15	24	17	83	5	11
%	9.7	15.5	11.0	53.5	3.2	7.1

授業実践後 問題2の結果（155人）

	◎	-8	△	立式ミス	その他	無回答
人数	121	24	3	2	2	3
%	78.1	15.5	1.9	1.3	1.3	1.9

生徒のふりかえりコメントより

- ・問題2のようにマイナスの符号がつくときもあるということを知った。マイナスが答えに付くときは、-8年後→8年前の方が正しい。問題1のようにいくらもらったか求めるときは、分数とマイナスの符号のときは成り立たない。マイナスの符号だとおこづかいをもらうはずなのにお金を払わなければならないから、成り立たない。
- ・問題を解いて、たしかめをしたらあっていなくて間違いに気づくことができたから、たしかめの計算を必ずすることが大切だと思った。
- ・文章をしっかり読んでどういう答え方をするのか考えること。
- ・方程式の解が負の数になったときは「間違えたかな」と思ったけれども、その後に合っていたことが分かってよかったです。なので、解が負の数でも自信をもって、答えに書くことが大切だと思いました。
- ・個人で解くのも大切だけど、考えをグループ等で共有するのも大切だと思いました。
- ・問題の一部を変えると問題が成り立たなくなることがあること。Aの年齢がBの年齢の○倍になるのはいつ?のような問題では、答えは正の数だけではないということ。

<考察>

- ・フレテストにおいて立式ミスが多く見られたが、授業実践を通して、多く生徒が立式することができていた。
- ・解の吟味の必要性に気付いている生徒が多く、問題文をよく読むことであったり、問題文に適した答えかどうかを確かめたりすることが大切であると、ふりかえりに記入する生徒が多かった。
- ・問題1の③のように、数値を自分たちで考えて問題文をつくる活動は、意欲的に組みむきっかけになっただけでなく、自分たちで決めた数値が1大きくなると、解の分母が1大きくなり、分子が1000小さくなるなどの規則性に気づき、問題に発展性が見られた。

Ⅲ. まとめと今後の課題

本年度、方程式の文章題に焦点を当てて研究授業を行った結果、以下のようなことがわかった。

- ①生徒自身が数値を設定したり選択したりすることにより、興味をもって取り組むことができていた。
- ②複数の数値の場合を比較させることにより、グループ内での対話が活性化され、解の吟味に焦点を当てた深い議論ができていた。
- ③複数の式を比較させることにより、立式できるようになった。
- ④解が $x = -2$ のとき「2年前」と答えるということを指導しなくても、負の数の解や分数の解が適さない問題を考える活動を通して、解についての解釈ができるようになった。
- ⑤授業の最後にふりかえりを書くことで、問題の解決過程を振り返り、得られた結果を意味づけることができていた。

本年度は、中学校1年生の方程式の文章題を扱い、文章題から立式することや解の吟味に関する成果が得られた。中学校2年生の連立方程式や中学校3年生の二次方程式においても、自分で数値を設定したり、グループ内で対話を深めたりするような問題を扱うことで、文章題での立式や解の吟味に関する理解が深まるのではないかと考えられる。

今回の授業実践では、授業の最後にふりかえりを書くことで、生徒自らが解決過程を振り返りながら、得られた結果について意味づけようとする姿が見られた。令和3年度から、評価の観点が現行の4観点である、関心・意欲・態度、見方や考え方、技能、知識・理解から、知識・技能、思考・判断・表現、主体的に学習に取り組む態度の3観点到再編される。

特に、主体的に学習に取り組む態度については、学校現場でどのように評価をしていくのが検討されており、評価方法についての開発が急務である。この点からも、ふりかえりを書くことの有効性についても継続して考えていきたい。

令和元年度 数式委員会		委員名簿		(◎・・・代表者)
◎伊藤 晴美	(稲城市立稲城第六中学校)	岩瀬 義人	(日野市立日野第四中学校)	
岩田 拓実	(八王子市立由井中学校)	内山 治之	(小平市立上水中学校)	
遠藤 祐哉	(日野市立日野第四中学校)	齊藤 彰仁	(練馬区立開進第三中学校)	
佐藤 和弘	(日野市立日野第二中学校)	戸上 悠介	(世田谷区立上祖師谷中学校)	
成田 梨奈	(日野市立大坂上中学校)	矢萩 広人	(日野市立大坂上中学校)	
依田 真紀	(日野市立七生中学校)			
< 共同研究者 >				
安藤 暁	(府中市立府中第八中学校)	銀杏 祐三	(青梅市立第二中学校)	
久我正次郎	(元東京都中学校校長)	畠中 聡	(にしみたか学園三鷹市立第二小学校)	
松本 信之	(東京都多摩教育事務所)	矢澤 理恵	(中野区教育委員会)	

1 研究のねらい

昨年度、図形の性質を意識し、図のイメージをもって正方形を作図する活動について、学習指導案を作成し、授業実践を行った。ここでは、身近な事象における題材（ソフトボールのグラウンド）を取り扱い、生徒の主体的な活動ができたが、作図の利用における指導の一層の充実が課題となった。

そこで、今年度は、中学1年「作図の利用」の学習指導案を、図形の移動と関連付けて作成し、授業実践を行うことにした。

2 研究の内容

(1) 図形の移動と作図

中学校学習指導要領解説 数学編(平成29年・文部科学省)では、B(1)平面図形の学習について、次のように述べられている。

平行移動、対称移動及び回転移動（アの(イ)、イの(イ)）

…このように、移動に関する内容を、図形の位置関係や相等関係、作図に関する内容と相互に関連付けながら取り扱うことで、平面図形についての理解を一層深めるとともに、図形に対する見方をより豊かにすることができる。(以下略)

解説では、「移動に関する内容を、作図に関する内容と相互に関連付けながら取り扱う」とあるが、現行の教科書において、図形の移動と作図を関連させた題材としては、下の図1のように、対称移動における対称の軸を作図で求める問題は扱われている。

右の図で、 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を対称移動した図形です。このとき、対称の軸 l を、作図によって求めなさい。

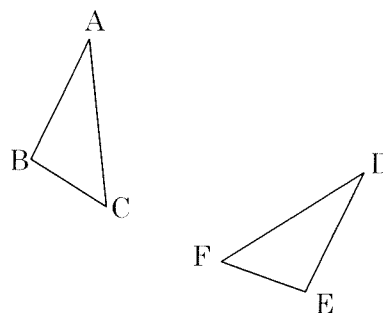


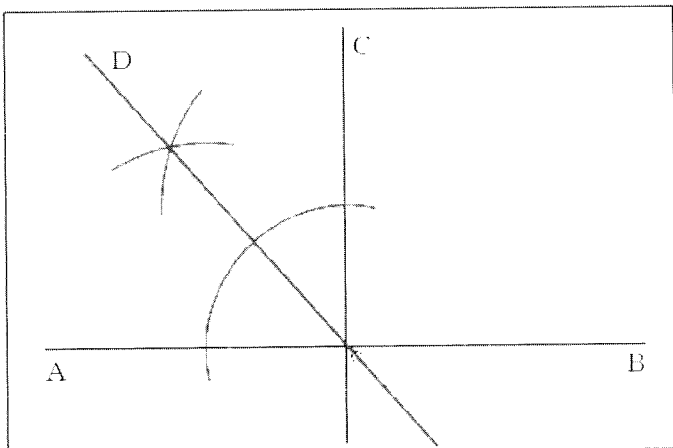
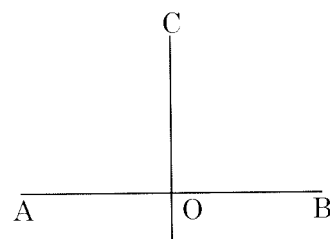
図1 対称の軸を作図する問題（平成28年、学校図書「中学校 数学1」）

また、回転移動や平行移動などにより図形を移動させる問題は、方眼のマス目がついているところで行われているものの、作図で図形を移動させるような問題はあまりないため、学習指導要領解説で述べられているような内容をどのように取り上げればよいか、本委員会で検討することにした。

(2) 作図問題における生徒の理解の状況

東京都「児童・生徒の学力向上を図るための調査」における令和元年度の作図に関する問題では、次のような問題が出題され、結果が公表されている（概要のみ）。

解答用紙の図をもとに、 $\angle AOC$ の二等分線をひいて、
 $\angle AOD = 45^\circ$ となる角を作図しなさい。
 (OC は線分 AB の垂直二等分線である)



以下の条件を満たしている解答を正答とする

手順1：点Oを中心とした円が、直線AB、直線OCと交わる2点について、コンパスでかかかれている

手順2：手順1でかいた2つの交点のそれぞれから同じ半径の円をかいたとき、交わる1点がコンパスでかかかれている

手順3：手順2でかいた交点と点Oを結んだ直線がかかかれている

手順を満たす (正答)	手順1がない	手順2がない	手順3がない	その他	無解答
63.5%	1.7%	0.8%	0.0%	25.1%	8.9%

この問題は、角の二等分線を作図ができるかを問う問題であり、正答率は63.5%であった。45°の角をつくるには、垂直二等分線等の作図で90°の角をつくり、その後角の二等分線作図によりつくることができる。また、30°や15°などの角をつくるには、正三角形の作図で60°の角をつくり、その後角の二等分線作図によりつくることができる。このように、中学校数学では、15°の倍数の角の作図をする学習が行われるが、角度の倍々関係をつかむことや、図形を論理的に考察し、見通しをもって作図をすることには課題があるといえる。

(3) 星の動きと回転移動

身近な回転移動の題材として、星の動きがある。星の動きは、小学4年の理科で扱っており、教科書では図2のように写真で説明している。また、北の空の星の動きは、北極星を回転の中心として、1時間に15°、時計の針と反対まわりに回転移動する。基本の作図では、15°、30°、45°、…など、15°の倍数の角を扱っているので、既習内容を利用した題材として適している。時間と回転する角度の関係は中学3年で学習する内容であるため、今回の授業では、北の空の星は1時間に15°、時計の針と反対回りに回転することを生徒に伝え、指導することにした。

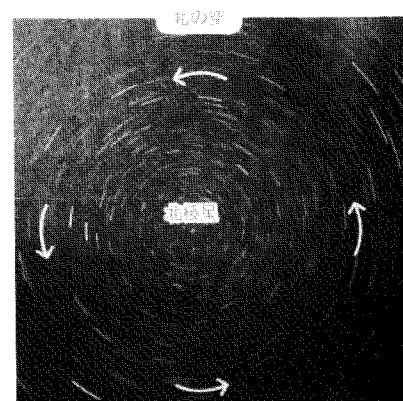


図2 北の空の星の動き
 (東京書籍「新編新しい理科4」)

(4) 第1学年 基本の作図の利用の指導

①対 象：東京都立富士高等学校附属中学校 1年2組 発展クラス 24名

②実施日：令和元年11月21日（木）第6校時

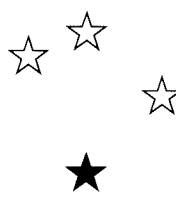
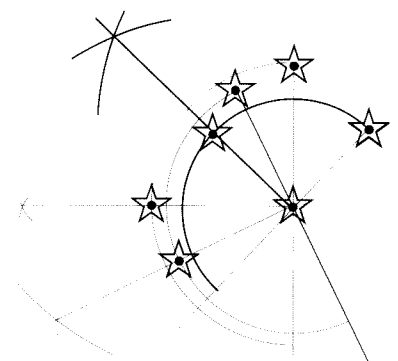
③場 所：普通教室

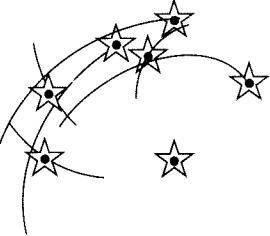
④授業者：東京都立富士高等学校附属中学校 堀 孝浩

⑤本時の目標

- ・基本の作図を利用して、図形の移動のようすを表したり、移動後の位置を示したりすることができる。

⑥本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題1を提示する	<p>課題1</p> <p>北の空の星は1時間に15度、北極星(★)を中心に時計の針と反対回りに回転移動します。</p> <p>への字座(☆)は、午後8時に次の位置に見えました。このとき、への字座の移動について考えよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・北の空の星の動きに関する写真や映像を見せ、想像させる。 ・地球は自転しているから星座は回転移動をしていることを確かめる。 ・北極星は動かないことを確認する。
回転移動の方法を考える。	<p>(1) どのように回転移動をすればよいですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・コンパスを使う。 ・北極星(★)を中心とし、☆と★を結んだ長さを半径として円をかく。 ・★や☆を点とみて、回転移動の作図をする。 ・回転する角度は、時間によって決まる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・実際は球面上を移動するが、平面上において考えることにする。 ・作図はコンパスと定規を利用し、分度器は用いないことを確認する。
6時間後のへの字座の位置を考える	<p>(2) 6時間後のへの字座の位置を示しましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1時間で15°であるから、90°反時計回りに回転する。 ・垂線の作図を3回用いて、6時間後のへの字座の位置を作図する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・点を星と見なせるよう、作図をするときは、星の中にある点を使うこととする。 ・3つの星を区別できるように、移動前の星と移動後の星に名前をつける。 ・同じ時間で何通りもかける場合はプリントを配り挑戦させる。 ・わからない生徒には、基本の作図を振り返らせる。

4 時間後のへの星座の位置を考える	<ul style="list-style-type: none"> ・垂線の作図を2回行った後、三角形の等しい辺の長さを測り、残りの星の位置を決める。(図省略) ・垂線の作図を1回行った後、北極星との距離を利用して残り2つの星の位置を決める。(図省略) 	<ul style="list-style-type: none"> ・自力解決→グループ解決の流れで学習を進める。 ・1つの方法で作図ができた生徒には、別の方法でできないか、考えさせる。
その他の時間における位置を考える	<p>(3) 4時間後のへの星座の位置はどこでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1時間で15°であるから、60°反時計回りに回転する。 ・60°の角度は、正三角形をつくれればよい。 ・3つの星すべてを正三角形の作図で考えようとする。  <ul style="list-style-type: none"> ・2つの星を正三角形の作図で考え、残り1つをもとの三角形と合同であることを利用して作図する。(図省略) ・1つの星を作図し、北極星を用いて三角形で考え、残り2つを作図する。(図省略) 	<ul style="list-style-type: none"> ・時間があれば作図させ、そうでなければ、生徒と教師のやりとりで確認する。
まとめ	<p>(4) 3時間後や1時間後のへの星座の位置の求め方を考えましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・6時間後の半分が3時間後なので、角の二等分線の作図を1回行えばよい。 ・4時間後の半分の半分が1時間後なので、角の二等分線を2回行えばよい。 <p>(5) 星の動きは、北極星を回転の中心として、北極星と星の距離を半径とする円で示すことができること、回転移動は基本の作図を利用して示すことができることを確認する。</p>	

⑦授業記録

T：今日は作図を取り上げます。これまでに学習した作図にはどのようなものがありましたか。

S：角の二等分線

S：垂直二等分線

S：垂線

T：そうですね。(作図の方法を生徒とともに確かめ、黒板に板書する)

では、今日は、星の動きと位置について、作図で求めてもらいます。星は見る方向によって

動きが違いますが、皆さん覚えていますか。ちなみに星の動きは小学4年で勉強しています。

S：忘れた。覚えていない。

T：(小学校の教科書を実物投影機に写し、大まかな動きを確認する)

4方向ありますが、今日は北の空の星の動きについて考えましょう。

(ワークシートを配布し、課題1を読む) 星は何移動をするのですか。

S：回転移動です。

T：回転の中心はどこですか

S：北極星です。

T：1時間に 15° 回転移動しますが、
何時間後の位置が示せるかな。

S：12時間後。

S：24時間後。

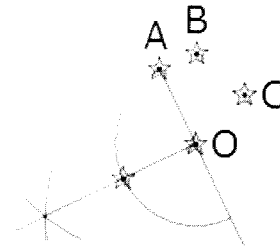
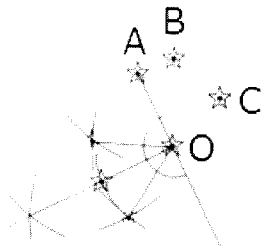
S：それは、もとと同じだよ。

S：6時間後。

T：いろいろな位置が示せそうです。それでは、6時間後のへの字座の位置を作図しましょう。

北極星をO、3つの星をA、B、Cとしましょう。できた人、いますか。

S：正三角形を2つかき、その後角の二等分線で
 90° をつくる。 S：北極星とAを結び、北極星のところに
垂線をつくる。これを3回くり返す。



S：北極星とAを結び、北極星のところに垂線をつくったあと、星と星の距離をコンパスではかり、
位置を決める。

T：他には、何時間後の位置が示せるでしょうか。

S：3時間後。6時間の半分だよ。

T：それでは、作図してみましょう。できた人、いますか。

S：角の二等分線で作図します。

T：さらに他の時間について調べてみましょう。何時間後ができますか。

S：2時間後。4時間後の半分。

S：正三角形を作ればできるよ。

T：そうですね。空に向かって作図することはできませんが、基本の作図をすることで、星の動き
や、1時間ごとの星の位置を紙の上で示すことができることがわかりました。

⑧研究協議

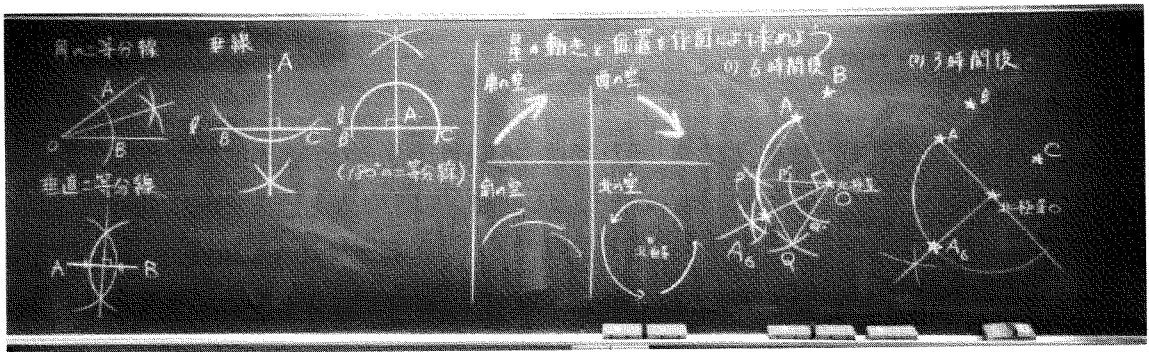
<授業者自評>

- ・基本の作図の振り返りには時間をかけたくなかったが、10数分使ってしまった。
- ・星の動きは、小学4年で学習しているが、意外に覚えていない生徒が多い。しかし、夏の大三角形、オリオン座など星座を言う生徒がいた。

- ・何時間後の位置がかけるか、生徒に質問したが、12, 24, 23, 6 時間後の順で出た。1 時間後は出なかった。15° は 60° の半分の半分、という発言は生徒から出た。

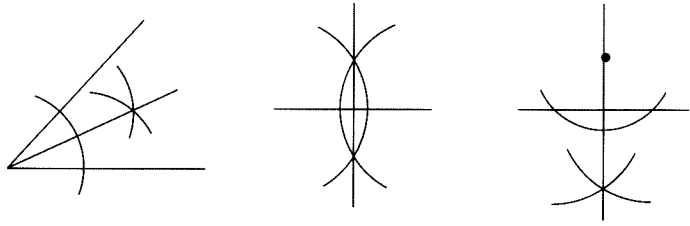
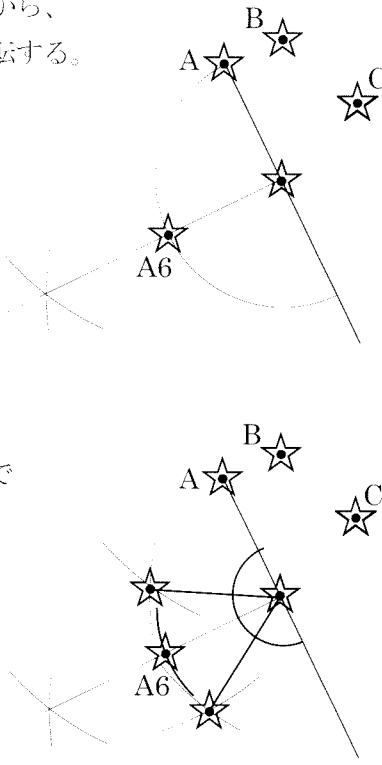
<協議>

- ・基本の作図の振り返りは 10 分以内で収めたい。今回は作図の学習を終えてから日が経っていたので、仕方ないが、作図の利用として扱うならば可能であろう。
- ・方位ごとの星の動きを確認したが、動機づけにはよい。しかし、ここも時間はかけたくない。
- ・星の動きを忘れている生徒が多かったが、中1でこの題材を扱うのが適当だったか。
→1 時間で 15°、ということ伝えれば、作図は可能。
- ・4 時間後の位置の作図は、6 時間後の作図の発表のときに正三角形の作図を生徒が説明していたので、スムーズにできた。
- ・実物投影機に生徒のワークシートを写し、生徒に作図の手順を説明させたことはよい。



(5) 改訂学習指導案

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面 を提示す る	<p>課題場面</p> <p>空を見上げると、星が動くようすが見えますが、星の動き方は方角（東西南北）によって違います。</p> <p>東 西 南 北</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・4 方向の空の星の動きに関する写真や映像を見せ、想像させる。 ・北極星は動かないことを確認する。 ・授業で扱う北の空の星の動き方は必ず見せる。
課題を 提示する	<p>課題</p> <p>北の空の星は 1 時間に 15 度、北極星 (★) を中心に時計の針と反対回りに回転移動します。</p> <p>への子座 (☆) は、午後 8 時に次の位置に見えました。このとき、への子座の移動について考えよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・実際は球面上を移動するが、平面上において考えることにする。 ・移動のようすを作図するときにはコンパスと定規を利用し、分度器は用いないことを確認する。

<p>振り返り</p>	<p>(0) これまで学習した作図を振り返ろう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・角の二等分線 ・垂直二等分線 ・垂線 	<ul style="list-style-type: none"> ・基本の作図の種類と手順を短時間で確認する。 ・作図の手順は生徒に説明させる。 ・生徒の実態に応じて取り扱わなくてもよい。
<p>北の星の移動を考える</p>	<p>(1) 作図では、何時間後の位置が示せますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・12時間後 ・6時間後 ・3時間後 ・4時間後 ・2時間後 など 	<ul style="list-style-type: none"> ・12時間後の星の位置を示すには、①180°回転移動 ②点対称移動 ③半円の考え方があることを確かめる。
<p>6時間後のへの字座の位置を考える</p>	<p>(2) 6時間後のへの字座の位置を示しましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1時間で15°であるから、90°反時計回りに回転する。 ・垂線の作図により、6時間後のへの字座の位置を作図する。  <ul style="list-style-type: none"> ・正三角形を2つかき、その後角の二等分線で30°の角をつくる。 <ul style="list-style-type: none"> ・垂線の作図を2回行った後、三角形の等しい辺の長さを測り、残りの星の位置を決める。(図略) ・垂線の作図を1回行った後、北極星との距離を利用して残り2つの星の位置を決める。(図略) <p>(3) 3時間後のへの字座の位置はどのように求めればよいですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・角の二等分線をすればいい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・点を星と見なせるよう、作図をするときは、星の中にある点を使うこととする。 ・3つの星を区別できるように、移動前の星と移動後の星に名前をつける。 ・同じ時間で何通りもかける場合はプリントを配り挑戦させる。 ・わからない生徒には、基本の作図を振り返らせる。 ・A0の垂直二等分線を作図する生徒には、どの部分に90°を作ればよいか、考えさせる。 <p>(2)の続きで確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・時間があれば作図させてもよい。

4 時間後のへの字座の位置を考える	<p>(4) 4時間後のへの字座の位置を示しましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1時間で15°であるから、60°反時計回りに回転した位置になる。 ・ 60°の角度は、正三角形をつくればよい。 ・ 2つの星を正三角形の作図で考え、残り1つをもとの三角形と合同であることを利用して作図する。(図省略) ・ 1つの星を作図し、北極星を用いて三角形で考え、残り2つを作図する。(図省略) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 自力解決→グループ解決の流れで学習を進める。 ・ 1つの方法で作図ができた生徒には、別の方法でできないか、考えさせる。
その他の時間における位置を考える	<p>(5) 他にはどんな時間のへの字座の位置が示せますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 2時間後は4時間後の半分と考え、角の二等分線の作図を1回行えばよい。 ・ 4時間後の半分の半分が1時間後なので、角の二等分線を2回行えばよい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1時間ごとの星の位置を示すことができることを確かめる。
まとめ	<p>(6) 星の動きは、北極星を回転の中心として、北極星と星の距離を半径とする円で示すことができること、回転移動は基本の作図を利用して示すことができることを確認する。</p>	

3 まとめと今後の課題

本研究では、基本の作図を利用して、北の空の星の位置や回転移動のようすを表し、作図の方法を振り返る活動をするような学習指導案を作成し、授業実践を行った。回転移動と作図を関連させた取り組みはこれまであまり行われてこなかったが、今回の授業では、生徒同士の活動や、説明をさせる活動をすることで、回転移動の理解や作図の理解を深めることができた。今回は、授業前後の生徒の変容について調査ができなかったが、毎年行われている東京都の調査結果なども踏まえ、見通しをもって作図をする学習について、引き続き課題の検討および授業研究をすすめていきたい。

[参考・引用文献]

- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会
 - ・平成29年度 第55回東京都中学校数学教育研究発表大会 発表資料
「図形の性質を意識した作図の指導～正方形を作図する活動を通して～」
 - ・第100回全国算数・数学教育研究(東京)大会 発表資料
「図形の性質を意識した作図の指導～正方形を作図する活動を通して～」
- 中学校学習指導要領(平成29年告示)解説 数学編(文部科学省)
- 東京都教育委員会ホームページ
- 「新編新しい理科4」(東京書籍,平成29年)
- 「中学校 数学1」(学校図書,平成28年)

[東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会]

- | | |
|------------------------|---------------------|
| 新井 大地 (江東区立東陽中学校) | 井上 直大 (板橋区立志村第五中学校) |
| 大野 真由美 (練馬区立豊玉中学校) | 加藤 尚代 (江東区立深川第四中学校) |
| 柴山 勇斗 (板橋区立赤塚第三中学校) | 谷 竜己 (荒川区立第三中学校) |
| 春名 秀夫 (江東区立深川第一中学校) | 星野 孝雄 (文京区立第一中学校) |
| 堀 孝浩 (東京都立富士高等学校附属中学校) | 村田 浩文 (板橋区立志村第一中学校) |

『1次関数と方程式』の実践例2

～1次関数と2元1次方程式を関連付ける活動を通して～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 導入法委員会

I 研究主題設定の理由

1次関数の学習を進める過程で、2元1次方程式のグラフが唐突に提示されることで、生徒にとって関連付けが難しく、学習の系統性を持たせにくい。また、方程式のグラフをかく方法や、グラフの交点から連立2元1次方程式の解を求める方法を習得することが授業の目標となってしまうがちな。よって、関数と方程式の関係を考えたり、方程式の解の意味をグラフと関連付けながら考えたりするような活動が重視されにくい。そこで本委員会では、昨年度に、共通な点を通るいろいろな直線のグラフの式を用いた連立2元1次方程式を考えることで、第1時から連立2元1次方程式の解の意味や、方程式と関数の違いを生徒が主体的に考えられるような授業を開発した。昨年度、授業研究で行った第1時では、以下のような生徒の気づきと疑問を得ることができた。

- ・今日の授業で1次関数と連立方程式には共通点があることが分かった。
- ・交点が決まればどんな（連立方程）式も同じ答えになると気付いた。
- ・座標平面上にとった点と、その点を通る直線には何やら関係があることが分かった。
- ・今回の予想（連立方程式の解が必ず初めに決めた点の座標と一致すること）を証明できるようにしたい。
- ・なぜ式が違っていても答えが同じになるのかを知りたい。
- ・1次関数を連立方程式にすることが出来るということについて興味をもてた。
- ・1次関数と連立方程式に意外な関係性があり、驚いた。

そこで今年度の第2時は、2元1次方程式と1次関数の式や表、グラフを比べたり、相互に関連付けて考えたりすることで、第1時で生徒が持った上記の疑問を生徒自身が解決できるような指導案を作成し実践した。

II 研究のねらいと研究方法

本節「1次関数と方程式」のねらいは、以下の通りである。

- ・2元1次方程式から関数関係を見いだすことができる。
- ・2元1次方程式のグラフの意味を理解することができる。
- ・連立2元1次方程式の解は、座標平面上の2直線の交点の座標であることを理解することができる。

しかし、第1時、第2時では方程式のグラフをかく方法や、グラフの交点から連立2元1次方程式の解を求める方法を習得することが授業の目標となってしまうがちな。そこで、第1時から連立2元1次方程式の解の意味や方程式と関数の違いを考えられるような指導案を以下のよう

- ・第1時（平成30年度）
… 1次関数のグラフの交点が、それらの式を組み合わせた連立方程式の解と一致することを見いだす活動
- ・第2時（令和元年度）
… 2元1次方程式と1次関数の関係を、表、式、グラフから考え、前時の疑問を解決する活動

III 本年度の研究経過

- 5月10日（金）研究テーマの検討及び活動年間計画の立案
- 6月 7日（金）教材の検討
- 7月 5日（金）指導案の検討1
- 7月26日（金）指導案の検討2
- 8月29日（木）指導案の検討3
- 9月12日（木）授業研究①（授業者：杉並区立神明中学校 教諭 風間 伸）
- 9月13日（金）授業研究②（授業者：杉並区立神明中学校 教諭 風間 伸）
- 10月18日（金）授業研究のまとめ
- 11月14日（木）都発表原稿の検討
- 12月26日（木）都発表原稿の検討・完成
- 2月15日（土）東京都中学校数学教育研究発表大会
- 3月 6日（金）まとめと反省

IV 本年度の授業研究

- 1 日 時 令和元年9月13日（金） 5校時
- 2 授業者 杉並区立神明中学校 教諭 風間 伸
- 3 対象 杉並区立神明中学校 2年B組
- 4 指導計画（20時間扱い）

節	項	時数	学習内容
1次関数	① 1次関数	2	<ul style="list-style-type: none"> ・ 1次関数の定義を理解する。 ・ y を x の式で表して、y は x の1次関数であるかどうかを調べる。 ・ 比例は1次関数の特別な場合であることを理解する。
	② 1次関数の値の変化	1	<ul style="list-style-type: none"> ・ 変化の割合の意味を理解する。 ・ 1次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は一定で、a に等しいことを見いだす。 ・ 1次関数では、y の増加量は x の増加量に比例することを確かめる。 ・ 具体的な事象における変化の割合の意味を考える。 ・ 反比例では、変化の割合は一定ではないことを理解する。

	③ 1次関数のグラフ	4	<ul style="list-style-type: none"> ・1次関数のグラフの特徴を調べる。 ・1次関数と比例のグラフの関係を考える。 ・グラフの切片と傾きの意味を理解する。 ・1次関数における表、式、グラフの関係を考える。 ・グラフから1次関数の増減を考える。 ・1次関数のグラフを切片や傾きをもとにかく。 ・1次関数のグラフをもとに、変域を調べる。
	④ 1次関数を求めること	2	<ul style="list-style-type: none"> ・グラフの切片や傾きを読みとって、1次関数を求める。 ・グラフの傾きと通る1点の座標から、1次関数を求める。 ・グラフが通る2点の座標から、1次関数を求める。
	基本の問題	1	・問題演習
1次関数と方程式	① 1次関数のグラフと連立方程式	1	・1次関数のグラフの交点が、それらの式を組み合わせ合わせた連立方程式の解と一致することを見いだす。
	② 1次関数と2元1次方程式	1 (本時)	・2元1次方程式と1次関数の関係を、表、式、グラフから考える。
	③ 2元1次方程式のグラフ	1	<ul style="list-style-type: none"> ・2元1次方程式のグラフをかく方法を考える。 ・2元1次方程式 $ax + by = c$ で、$a=0$ や $b=0$ の場合のグラフをかく方法を考える。
	④ 連立方程式とグラフ	1	<ul style="list-style-type: none"> ・連立方程式の解を、2直線の交点の座標から求める。 ・2直線の交点の座標を、連立方程式を解いて求める。
1次関数の利用	① 1次関数とみなすこと	2	・2つの数量の間の関係を1次関数とみなして、問題を解決する。
	② 1次関数のグラフの利用	1	・1次関数のグラフを利用して、問題を解決する。
	③ 1次関数と図形	1	・図形の面積の変化について調べる。
	基本の問題	1	・問題演習
章の問題		1	・問題演習

5 本時のねらい

- ① 2元1次方程式をみたす x 、 y の組をいくつかあげることにより意欲的に取り組む。(意欲・関心・態度)
- ② 2元1次方程式を1次関数と比べて、共通点や違いを見出すことができる。(数学的な見方や考え方)
- ③ 2本のグラフの交点の座標は、それぞれのグラフを2元1次方程式にした連立方程式の解であるということを理解できる。(知識・理解)

6 本時の展開 (全20時間中の12時間目)

	指導内容	学習内容 (『』発問、▶ 指示説明、・ 予想される生徒の反応)	・ 指導上の留意点 ◇ 評価
導入 (5分)	前時の振り返り	前時の内容を振り返る。 ① 点 (2, 4) を通る直線をかいた。 ② かいた直線の式を求めた。 ③ 自分の直線の式と、他の人の直線の式で連立方程式をつくり、それを解いた。 ④ 連立方程式の解は ($x = 2, y = 4$) になった。 ⑤ 1次関数と連立方程式の関係について調べてみようということになった。	・ 電子黒板を使い、具体的な直線をかきながら指導する。
展開 (35分)	1次関数と2元1次方程式の関係について調べる	2元1次方程式の① 2元の「元」とは何か ② 「1次」とは何か③ 「方程式」とは何かを指名で確認する。	・ 課題1, 課題2には時間をかけ過ぎず、課題3に取り組む時間を十分に確保できるようにする。
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 課題1 $3x - y = 2$ をみたす x、y の組をたくさんあげてみよう。 </div> ・ x に整数を代入して求める (y も整数となる) ・ y に整数を代入して求める (x は分数となる場合もある) ・ $y =$ の形にして求める。 ・ $x =$ の形にして求める。 ▶ わからない生徒は周りの人にアドバイスをもらう ・ ① 方程式の解② 座標③ 表の3パターンの表記で、指名された生徒は黒板に書く。	・ ワークシートを配布 ◇ 2元1次方程式をみたす x 、 y の組をいくつかあげることにより意欲的に取り組む。(意欲・関心・態度)
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 課題2 $3x - y = 2$ をみたす x、y の値の組を座標とする点をとってみよう。 </div>	

	<p>▶求めた x、y の組をワークシートの座標にとる。 『座標にとった点どうしの間点をとってみよう。』</p> <ul style="list-style-type: none"> ・細かくとっていくと直線になることに気が付く 『以前に学習したことで、グラフが直線になるものを思い出そう。』 ・1次関数（比例）のグラフ 『直線を1次関数のグラフとみて、式をつくってみよう。』 ・直線から切片と傾きを読み取り、式を求める。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">2元1次方程式と1次関数の式を比べてみよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> ・2元1次方程式を、等式の性質を利用して変形したものが1次関数の式となる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">$x + 2y = 10$ のグラフをかいてみよう。</div>	<ul style="list-style-type: none"> ・直線がかけても、1次関数という発想に結びつかなかったときは、先に $x + 2y = 10$ のグラフを書いて気がつかせる。 ・ワークシートに気が付いたことを書かせる。 <p>◇2元1次方程式と1次関数を比べて、共通点や違いを見出すことができる。（見方や考え方）</p>
<p>グラフの交点と式の間関係を考える</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題3 2本のグラフの交点の座標は、何を表していますか。またその理由をかきなさい。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・表にしたときに x、y の組の値が同じになるところ ・どちらの方程式に代入しても成立する x、y の組 ・連立方程式の解になるところ <p>▶理由をしっかりと書かせるように指示する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートに理由も書かせる。 <p>◇グラフの交点の座標は、連立方程式の解であるということを理解できる。（知識・理解）</p>
<p>まとめ (10分)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>まとめ 本時の授業で気がついたことをまとめなさい。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・2元1次方程式 ・1次関数 ・交点の座標 ・連立方程式の解 	<ul style="list-style-type: none"> ・分かったことをキーワードにして発表させ、それを使って文章でまとめる。

7 生徒の振り返りアンケート（対象生徒 30 名）

①授業に意欲的に取り組みましたか。

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
人数（人）	16	11	1	2
割合（％）	53.3	36.7	3.3	6.7

②2元1次方程式と1次関数を比べて、共通点や違いを発見することができましたか。

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
人数（人）	20	7	3	0
割合（％）	66.7	23.3	10	0

③2本のグラフの交点の座標は、連立方程式の解だということを理解できましたか。

	あてはまる	ややあてはまる	あまりあてはまらない	あてはまらない
人数（人）	23	3	4	0
割合（％）	76.7	10	13.3	0

④授業の感想（わかったことや気がついたこと、疑問に思ったこと、これから深めたいことなど）を書いてください。

【わかったことや気がついたこと】

- ・2元1次方程式と1次関数の関係性が理解できた。（13名）
- ・グラフの交点の座標が連立方程式の解であることが理解できた。（4名）
- ・表にして考えることで、見やすくなることが分かった。

【疑問に思ったこと・これから深めたいこと】

- ・まだ、2つの式の違いや共通点など、理解できていない部分があるので、もっと勉強したいと思いました。
- ・2元1次方程式と1次関数が同じような式だというのは、塾に行っても分からなかった。このように、学んでも気付けない部分をもっと工夫して、深めたい。

【授業の感想】

- ・人の意見を聞きながらやることで、さらに授業が分かりやすくなり、自分の考えも広まったと思います。
- ・とても分かりやすかった。塾で予習をしていたので、初めからわかっていたこともたくさんあったが、良い復習になった。学校の学習は丁寧に進むので、とてもわかりやすい。
- ・今回新たに学んだことなど、これからの授業に活かしたいと思います。

V 成果と課題

1 成果

- ① 1次関数と方程式の4時間分の授業を、 (x, y) を通る1本の直線を考えるところからスタートしたので、その座標が連立方程式の解だ、ということが直感的に分かりやすい流れを作ることができた。
- ② 次のような理由により、1次関数と2元1次方程式の関係についての理解を深めることができた。
 - ・ 1つの方程式の解を
 - 1) $x = \bigcirc, y = \triangle$ の組
 - 2) (x, y)
 - 3) 表で表す生徒がいて、その共通点や違いを考える上で有効だった。
 - ・ 2元1次方程式を満たす、任意の x, y の値の組を座標とする点をとる作業から、点の集合が直線になり、1次関数のグラフと一致することが、明確に実感できた。
 - ・ グラフが一致することを実感できたので、式も一致することを類推し、2元1次方程式を y について解くと、1次関数の式「 $y=ax + b$ 」の形で表せることを見いだせた。
- ③ ワークシートで計算や作業を行い、人の意見を聞いて、自分も再考できる授業の流れができたことで、思考をより深めることができた。

2 課題と改善策

- ① 1年の座標、2年の連立方程式の指導時に、今回のような授業を行うための指導を工夫しておく必要がある。
- ② 作業を行いながら、より深く思考する時間を確保するため、問題演習の時間を取ることが困難である。授業内で習熟させる時間の確保が課題である。その方法として次の2つが考えられる。
 - 1) より授業内容を精査して絞り込む必要がある。
 - 2) 年間指導計画や単元指導計画を見直して、時間を確保する。どちらを優先的に考えるかも含めて、今後どのような変更が有効かを考えたい。
- ③ 方程式の解とグラフの交点座標の関係が明確になったことから、解が不定になる連立方程式や、解なしになる連立方程式について、生徒が自らグラフを利用して課題を解決するような授業の流れを考えたい。

VI 研究のまとめと今後の課題

1次関数と2元1次方程式の関係を自然な形で生徒に意識させることを目的として、昨年度から本研究を始めた。今年度は、昨年度発表した第1時を引き継ぐ形で、指導案を作成した。「元」、「次数」、「方程式」などの言葉の意味を明確にし、連立2元1次方程式の解と、1次関数のグラフの交点の座標が一致することを、作業を通して視覚的に確認することのできる指導方法を目指し、ある程度実現できた。しかし、計算や作業に時間がかかりすぎてしまい、本時のねらいにせまる思考を深めることが十分にできなかった。この課題については、生徒の実態や授業の進め方によっても変わることなので、今後の実践を通してどのような調整が必要か考えていきたい。これからも、多くの先生方がこの授業をやってみたいと思ってくれるような実践的な研究を行っていききたい。

導入法委員会		◎・・・代表者	○・・・発表者
工藤 彰久	八王子市立浅川中学校		須藤 昭彦 武蔵野市立第五中学校
山本 豊彦	福生市立福生第一中学校		○佐々木 大典 大田区立出雲中学校
瀧川 英知	東久留米市立中央中学校		高木 圭樹 町田市立つくし野中学校
清水 義彦	武蔵村山市立第四中学校		川村 直也 教育庁指導部指導企画課
太田 謙一	国分寺市立第三中学校		渡部 俊明 八王子市立甲ノ原中学校
西野 嘉一	北区立滝野川紅葉中学校		茶谷 捷 八王子市立別所中学校
堀越 義智	練馬区立南が丘中学校		岩崎 航太 練馬区立石神井東中学校
丸山 そよ子	昭島市立拝島中学校		朴 元気 昭島市立清泉中学校
高橋 優太	中野区立中野第五中学校		岡田 博 府中市立府中第六中学校
種田 庸敏	稲城市立稲城第五中学校		藤原 哲也 杉並区立天沼中学校
◎石川 寛樹	世田谷区立上祖師谷中学校		風間 伸 杉並区立神明中学校
辻山 登紀子	青梅市立第一中学校		唐木田 充孝 杉並区立井草中学校
共同研究者			
室賀 隆夫	元東京都公立中学校校長	香積 信明	元東京都公立中学校校長
青木 一重	元東京都公立中学校教諭	香積 恵子	元東京都公立中学校教諭

新学習指導要領における評価のあり方について（2）

～具体的な生徒の気づきに対しての評価の考察・提案～

東京都中学校数学教育研究会 研究部 評価委員会

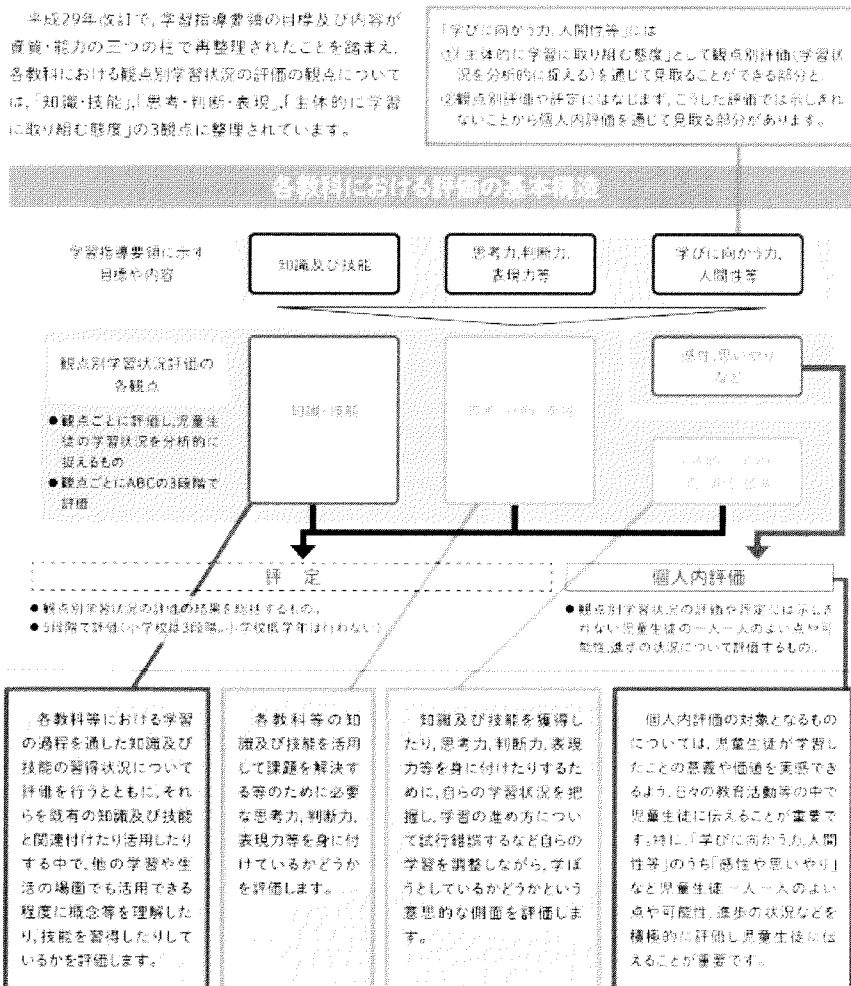
1. 研究主題設定の理由

前年度の都中数研究発表大会で、2021年度に完全実施される学習指導要領等の改善及び方策等について調べ、学習評価についての答申を紹介しました。その際に、評価のしかたについて「多面的・多角的な評価」や「学習の過程における形成的な評価」など、2030年の社会に向けて、子どもたちが受け身ではなく主体的に向き合っていける力を身につけさせるための「評価」を考えなければならないことを、次年度以降の研究課題として示しました。

2019年6月に文部科学

省国立教育政策研究所が「学習評価の在り方ハンドブック 小・中学校編」という資料を発表しました。多様な評価方法の例を挙げていた2016年12月の中央教育審議会答申から2年半が経過して、今回のハンドブックには「各教科における評価の基本構造」という形で評価の概要がまとめ上げられました。

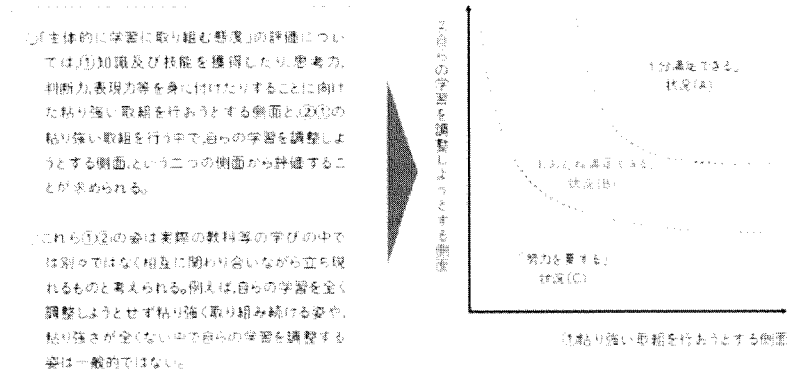
そのことを受けて、本年度評価委員会ではいろいろな課題がある中で、「一人一人の学びの多様性に応じた評価」に焦点を当てることにしました。ただし、今回は観点別学習状況評価のうち主に「思考・判断・表現」の観点の評価について研究することにしました。今回、「知識・技能」の観点については、授業や定期考査等の場面で判断する材料もあり、従来行っている「知識・理解」や「技能」の評価と似ているので割愛しました。また、「主体的に学習に取り組む態度」の観点については、ハンドブックにも評価のイメージや「観点別学習状況の評価について」という項目に評価の方法が載っています。しかし、評価基準に関する具体的な記載が少なく、本委員会内でもこの観点についてはどのよ



うな評価基準を作ればよいか議論がなかなかまとまらなかったため、次年度以降の継続課題としました。

今回の「学習指導要領等改訂の基本的な方向性」について、「新しい時代に必要となる資質・能力の育成と、学習評価の充実」として、次の3点があげられています。「学びを人生や社会に生かそうとする学びに向かう力・人間性の涵養」、「生きて働く知識・技能の習得」、そして「未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等の育成」です。この方向性に沿った授業を実際に行い、そこで生徒が実際に学んだことについての評価を行うことで、次期学習指導要領における数学科の評価のしかたについての一つの指針を立てられればという思いで、今回の研究主題を設定しました。

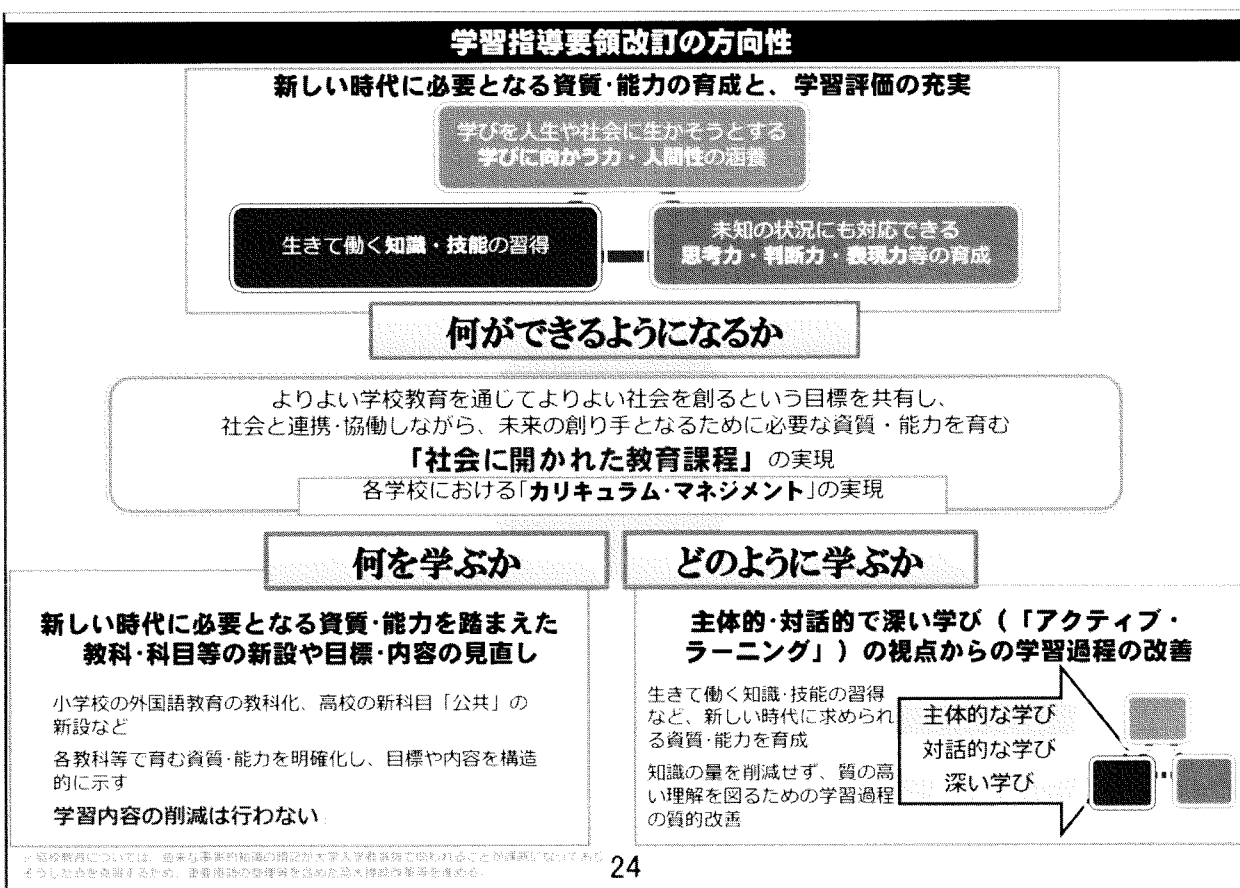
「主体的に学習に取り組む態度」の評価のイメージ



この時の評価は、その学習の調整が「適切に行われるか」を必ずしも判断するものではなく、学習の調整が知識及び技能の習得などに結びついていない場合には、教師が学習の進め方を適切に指導することが求められます。

「自分の学習を調整しようとする側面」とは

自分の学習状況を把握し、学習の進め方について試行錯誤するなどの意思的な側面のことを指します。評価にあたっては児童生徒が自分の理解の状況を振り返ることができるような発問の工夫をしたり、自分の考えを認識したり話し合ったりする場面、他者との協働を通じて自分の考えを相対化する場面を、単元や題材などの内容のまとまりの中で設けたりすると、「主体的・対話的で深い学び」の視点からの授業改善を図る中で、適切に評価できるようにしていくことが重要です。



※ 習得教育については、従来も事後的知識の踏記が大学入学者選考で扱われることが議論が盛んであり、こうしたことを念頭に、重要用語の整理等を含めたいよう授業改善を進める。

2. 研究を進めるにあたり

本研究を進めるに至った経緯は、委員会での集まりでメンバーの一人がこうつぶやいたのがきっかけでした。

「給食のおかわりをじゃんけんで決めるのになかなか決まらないのだけれど、どのくらいの割合で決まらないのだろうか」と生徒が疑問に思ってね。これって数学的に考えられないだろうか。」

これこそ、次期学習指導要領に示された「学びを人生や社会に生かそうとする学びに向かう力・人間性の涵養」という項目にあてはまるのではないかと、そして「未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等の育成」を実現することができる教材ではないか。そう思い、研究を始めることにしました。

しかしながら本委員会は、教材開発だけではなく主に「評価」について研究する委員会なので、この教材で生徒が学んだことをどのように「評価」していくかを研究していく必要があります。次期学習指導要領に基づいた考えで評価をするには、生徒の「生」の声が必要だと思いました。そこで研究授業を実施し、そこで得られた「生」の声をもとに評価していこうと思いました。

今年度は、具体的な授業で実際にどのように生徒の活動を評価していくのか、特に具体的な生徒の気付きに対してどのような点に注目して評価をしていくか、そのことについて研究を進めることにしました。評価をするためには評価基準が必要になります。今回、実際に研究授業を行ってその際に生徒が記入したワークシートの内容をもとに、どのような基準に基づいてどの観点をA、B、Cの3段階で評価をしていくか、その評価となった根拠を明らかにしながら、今後の授業での評価の仕方についての一助となれるような発表にしていきたいと考えています。

3. 研究内容

(1) 研究授業の実施（令和元年7月2日(火) 於 八王子市立第五中学校 第3学年生徒対象）

○題材名 確率

○題材の目標

- ・データの分布と確率について基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。 【知識・技能】
- ・データの分布や確率について複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取り批判的に考察して判断したり、不確定な事象の起こりやすさについて考察したりする力を身に付ける。 【思考・判断・表現】

○題材の評価規準

- ・多数回の試行によって得られる確率と関連付けて、場合の数を基にして得られる確率の必要性和意味を理解し、簡単な場合についての確率を求めることができる。 【知識・技能】
- ・同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現することができる。 【思考・判断・表現】

○本時の目標

- ・いろいろな事柄について、樹形図や二次元表などを的確に用いて確率を求めようとしている。 【知識・技能】

・いろいろな事柄について、樹形図や二次元表などを的確に用いて確率を求め、その結果や用いた条件から類推する等、統合的・発展的に考察したりすることができる。【思考・判断・表現】

○本時の評価基準

- A 「あいこ」になる確率について、その結果を予測したり、また結果から条件の変化によって確率がどのように変化していくか、数学的に推測したり考察したりしている。
- B 「あいこ」になる確率について、結果から条件の変化によって確率が変化していくことを理解している。
- C 上記のAまたはBの基準に達していない。

○本時の展開

過程	学習活動・内容	指導上の留意点	■評価規準
導入 (3)	・「あいこ」になりやすいのは何人から？ ・確率の復習 (2人のジャンケンの場合)	・経験から何人から「あいこ」になりやすいか、課題の把握をする。 ・確率の求め方、求めるに当たって注意することを確認する。	
展開 ① (10)	本時の目標の提示 ■目標 ジャンケンで「あいこ」になる確率を求めることができる。 ・3人でジャンケンをする場合の「あいこ」になる確率を樹形図や表を用いて求める。	・「あいこ」になる手の出し方の確認 ①全員同じ手である ②3種類の手が出ている	・いろいろな事柄について、樹形図や二次元表などを的確に用いて確率を求めようとしている。
展開 ② (25)	・同様に4人、5人のときの確率を樹形図や表を用いて求める。	・班で協力し、手の出し方を確認しながら図や表にまとめる。	・いろいろな事柄について、樹形図や二次元表などを的確に用いて確率を求めようとしている。
集計 考察 (10)	・「あいこ」になる確率から、それぞれの起こりやすさを比較する。	・どのような手の出し方があいこになりやすいか、また勝負が決まるときの手の出し方が起こりやすいかも考察してみる。	・いろいろな事柄について、樹形図や二次元表などを的確に用いて確率を求め、その結果や用いた条件から類推する等、統合的・発展的に考察したりすることができる。
まとめ (2)	・本時のまとめ 「あいこ」になりやすいのは、「」だから。		

(2) 生徒がワークシートに書いた内容の分析及び評価 (研究協議)

今回の研究授業で、生徒がワークシートに書いた「この授業(「あいこ」になる確率)で気付いたこ

と・わかったこと」と「感想」の項目について、委員が特に気になった生徒の反応をいくつかピックアップして、特に「思考・判断・表現」の観点をA・B・Cのどの段階で評価するか、その理由もあわせて考えることにしました。

【生徒が気付いた例1】 評価 A

【3】この授業（「あいこ」になる確率）で気づいたこと・わかったこと

全員が同じ手を出してあいこになる時よりも異なる手の出し方のあいこが多いと気付いた。
2,3人のあいこの確率を調べてみる段階、自分の結果から気づいた。

「全員が同じ手を出してあいこになる時よりも異なる手の出し方のあいこが多いと気付いた」
→ 結果からどのような条件で「あいこ」になるか考察ができています

【生徒が気付いた例2】 評価 A

【3】この授業（「あいこ」になる確率）で気づいたこと・わかったこと

3人ずつのあいこの確率は同じである。
3→5人の時に1/3から約2/3となったこと、9人あたりで3/3に近い数になるのかと思う。
数は6の倍数と気づいた。

「3→5人の時に1/3から約2/3となったこと、9人あたりで3/3に近い数になるのかと思う」
→ 結果から条件の変化によって「あいこ」になる確率が変化していくか推測することができている

【生徒が気付いた例3】 評価 B

【3】この授業（「あいこ」になる確率）で気づいたこと・わかったこと

人数が増えるほどあいこになる確率も大きくなる。
2人で遊ぶ時、勝負が2までくると勝負がなくなる。
3人で遊ぶ時、勝負が3までくると勝負がなくなる。

「人数が増えるほどあいこになる確率も大きくなる」

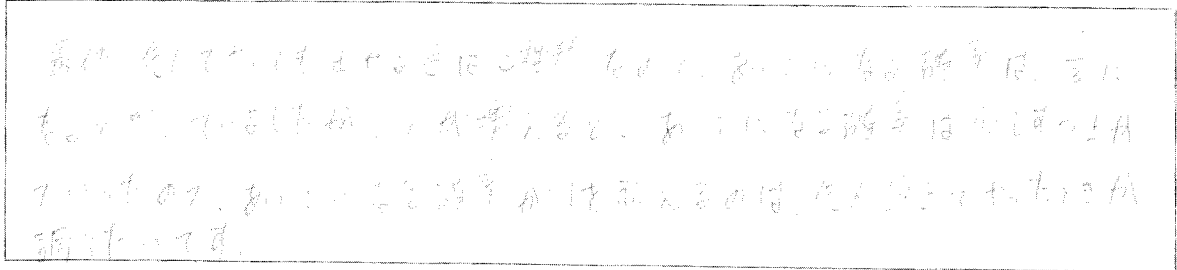
→ 結果から条件の変化によって確率が変化していくことを理解している

「あいこ」にもいろいろなパターンがある」

→ 「あいこ」のパターンをグループ化してまとめることができたら『評価 A』も考えられる

【生徒の感想例】 評価 B

【4】感想



「最初、何人でやっても出せる手の種類は3種類なので、(略)、人が増えると確率は少しずつ上がっていった」

→ 結果から条件の変化によって確率が変化していくことを理解している

4. 研究のまとめと今後の課題

今回の研究では「学習評価の在り方ハンドブック 小・中学校編」という資料をもとに、学習評価について考えています。常に考え方やデータを新しいものに変えていき、評価について知識を蓄えていっていただけると、より適正な評価をすることができると思います。この資料には「観点別学習状況の評価について」という項目があり、『主体的に学習に取り組む態度』の評価の方法について次のように書かれています。

「各教科の特質に応じて、生徒の発達の段階や一人一人の個性を十分に考慮しながら、「知識・技能」や「思考・判断・表現」の観点の状況を踏まえた上で評価を行う必要が

観点別学習状況の評価について

観点別学習状況の評価とは、学習指導要領に示す目標に照らして、その実現状況がどのようなものであるかを、観点ごとに評価し、児童生徒の学習状況を分析的に捉えるものです。

「知識・技能」の評価の方法

「知識・技能」の評価の考え方は、従前の評価の観点である「知識・理解」に「技能」においても重視してきたところです。具体的な評価方法としては、例えばペーパーテストにおいて、事実的な知識の習得を問う問題と、知識の概念的な理解を問う問題とのバランスに配慮するなどの工夫改善を図る等が考えられます。また、児童生徒が文章による説明をしたり、各教科等の内容の特質に応じて、観察・実験をしたり、式やグラフで表現したりするなど実際に知識や技能を用いる場面を設けるなど、多様な方法を適切に取り入れていくことも考えられます。

「思考・判断・表現」の評価の方法

「思考・判断・表現」の評価の考え方は、従前の評価の観点である「思考・判断・表現」においても重視してきたところです。具体的な評価方法としては、ペーパーテストのみならず、論述やレポートの作成、発表、グループや学級における話し合い、作品の制作や表現等の多様な活動を取り入れたり、それらを集めたポートフォリオを活用したりするなど評価方法を工夫することが考えられます。

「主体的に学習に取り組む態度」の評価の方法

具体的な評価方法としては、ノートやレポート等における記述、授業中の発言、教師による行動観察や、児童生徒による自己評価や相互評価等の状況を教師が評価を行う際に考慮する材料の一つとして用いることなどが考えられます。その際、各教科等の特質に応じて、児童生徒の発達の段階や一人一人の個性を十分に考慮しながら、「知識・技能」や「思考・判断・表現」の観点の状況を踏まえた上で、評価を行う必要があります。

ある」(下線は本委員会が付け足した)

そのためには、能力差によって問題解決ができない課題ではなく、生徒全員が意識をもって取り組める課題を設定することが重要であると考えます。日常生活に即した身近な課題が、能力差によらずに全員が主体的に学習に取り組むことができるだろうと考え、今回の研究授業の題材はそのような視点から考えたものであります。

課題としては、ハンドブックには具体的な評価規準が記載されていないので、どのような課題設定と評価をすればよいかというイメージが持てていないということが挙げられます。「学習評価の充実」という項目には、具体的に「全国学力・学習状況調査」を参考にした例があると紹介されているので、解説資料や報告書・授業アイデア例を参考にして「主体的に学習に取り組む態度」についての評価を考えていこうと思います。

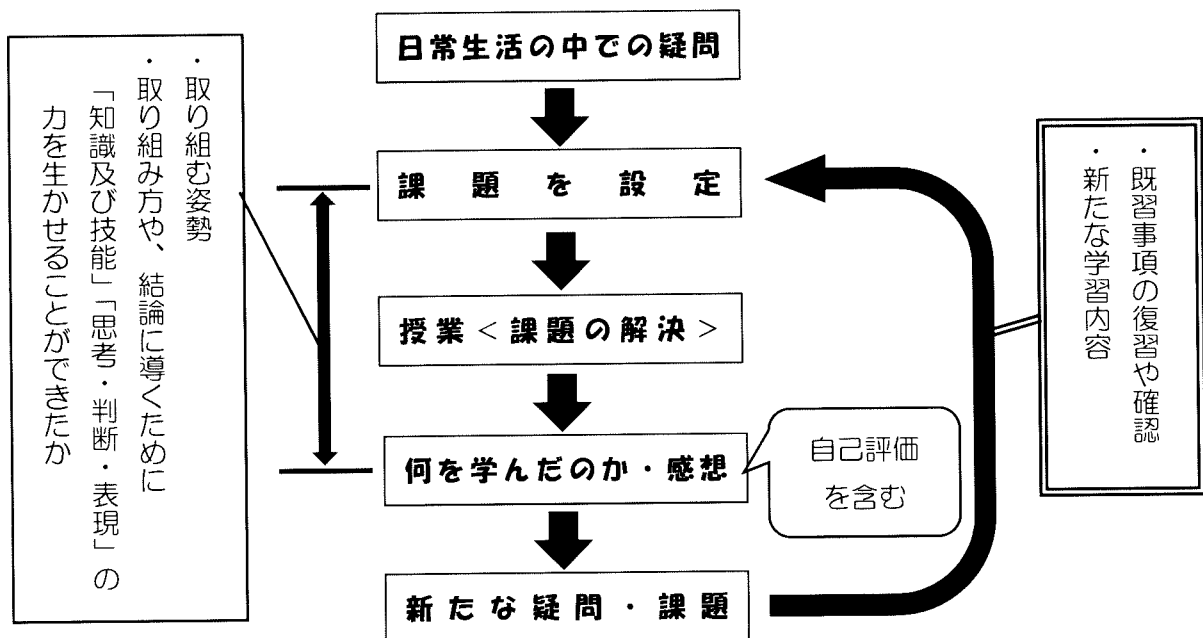
また、「主体的に学習に取り組む態度」の評価のイメージはハンドブックに載っています。「粘り強い取り組みを行おうとする側面」と「自らの学習を調整しようとする側面」の2つの側面から評価すると書かれているが、具体的にどのようなことを生徒が行えば「十分満足できる(A)」「おおむね満足できる(B)」なのかという基準が示されていないため、迷いが生じる可能性があると思います。特に3年生の評定は調査書に記載され高等学校等へ送られ、入試の材料として採用されるため、学校ごと教員ごとに基準が違くと進路に影響が出てしまいがちです。そこで、ある程度の共通な基準を作る必要があると思っています。国立教育政策研究所からも今後ある程度のものが示されると思いますが、現場の教員側からもある程度の指針を考える必要があると思います。

それと、評価をする上では「授業をつくる」ということも重要なポイントになると思います。一つのモデルケースとして、次のようなことを考えました。

- ① 日常生活の中で疑問をもつ。
- ② 疑問解決のために個々で課題を設定する。
- ③ 授業内で課題を解決していく。
- ④ 課題に取り組んだ結果、何を学び何を得たのか、感想等をまとめ自己評価を行う。
- ⑤ 新たな疑問や新たな課題が生まれる。
- ⑥ そして②に戻って、再び個々で課題を設定する、というサイクルを形成する。

評価の場面としては、②から④の間で「取り組む姿勢」や「取り組み方や、結論を導きためにこれまで身に付けできた力を生かせることができたか」を評価し、⑤から②へフィードバックするとき、「既習事項の確認・復習」や「新たな学習内容」を『知識及び技能』や『思考・判断・表現』の観点で評価していきます。

また⑤の感想等の自己評価を利用して、個々の進歩の状況を積極的に評価していきます。



最後に、「学習評価」とは本来は生徒自身が自らの学習を振り返って次の学習に向かうことができるようにするためのものです。そのために、「課題設定」、「課題解決」、「自己評価」、「新たな課題」のサイクルを意識させるような授業の工夫が、学習評価を充実させるポイントだと思います。今後もこのサイクルを意識した授業を考えて、生徒の反応などを適正に評価していくための研究を続けていきたいと思っています。

参考・引用文献

- ・中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」（中教審第197号）及び「同【概要】」（2016）
- ・文部科学省「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説『数学編』」（2017）
- ・文部科学省国立教育政策研究所「学習評価の在り方ハンドブック 小・中学校編」（2019）

東京都中学校数学教育研究会 研究部 評価委員会			
江戸川区立小松川第一中学校	湯浅 浩	【共同研究者】	正田 清明
八王子市立第五中学校	中塚 晃		里見 友二
江戸川区立南葛西第二中学校	福沢 俊之		三橋 文雪
港区立六本木中学校	西野 和之		安藤 汎子
八王子市立元八王子中学校	久保寺 進		後藤 宣孝
			磯崎 正顕

1 研究のねらい

私たちはこれまで、資料を活用する力を育成することをねらいとした学習指導案を作成し、教材提案や授業実践を行ってきた。現行学習指導要領におけるD領域「資料の活用」の指導では、日常生活や社会における課題を取り上げ、それを解決するために必要な資料を収集し、統計処理をして、傾向を分析する活動を行うことを重視して研究を進めている。新学習指導要領ではD領域「データの活用」の学習内容として新たに「累積度数」「四分位範囲」「箱ひげ図」等が加わった。また、学習の際には既存のデータを分析することだけでなく、課題解決のために生徒が自らデータを収集することがさらに重要となってきた。私たちはそれらを踏まえて、データを自ら収集し、活用する力を育成することをねらいとした教材開発を行った。

2 研究の内容

私たちは、データを自ら収集し活用できる題材について、以下の条件を満たすことが必要であると考えている。

- (1) 生徒にとって身近なもので、興味・関心をもつことができること。
- (2) 収集したデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断できること。

そこで私たちは、バランス感覚を調べるテストを行い、結果を分析する授業を考案した。

①バランス感覚テストについて

両目を閉じた状態で以下の3つのテストを行う。

- ア. まっすぐ10m歩くことを目標とし、左右のずれ幅を計測する。
- イ. その場で右(左)に3回転(1080°)したと判断したところで止まり、ずれ幅(角度)を計測する。
- ウ. 片足立ちで、立ち続けることができた時間を計測する。

生徒は2人1組になり、ワークシート(資料1)をもとに3種類の計測を順に行った。

②授業について

今回はヒストグラムの中で負の数を扱っている。これは生徒にとって初めての経験である。そもそも、一般的な記録の良し悪しは、記録が高い方が良いとされることが多い。例えば50m走の記録は、時間が短ければ短いほど良い。しかし、まっすぐ10m歩くテストやその場で3回転のテストは、ある一定の値を目指すことに特徴がある。そのため50m走の結果のヒストグラムとは形状が異なることが考えられる。普段とは特徴の異なるグラフを読み取る活動を行うことで、生徒の思考力や判断力を深めることが期待できる。

この調査の結果をもとに、単元のまとめとして次の授業を行う。

第一学年 「片足立ち」の測定結果を、累積度数を用いてA~C判定に分ける授業

第二学年 「10m歩行」の測定結果の傾向を、箱ひげ図を用いて分析する授業

3 指導案（1）

1. 単元 1年 D領域「データの活用」
2. 内容 「片足立ち」の測定結果をA~C判定に分ける活動。その過程で「累積度数」「累積相対度数」を扱う。1回目の資料分析では「右足、左足」「男女」等を分けずに行い、分析後に層別に結果を分析する活動を行う（PPDACサイクルの2周目）。
3. ねらい 収集したデータの傾向を、累積度数を用いて考察しようとする。
4. 指導略案

	指導内容と発問	学習活動・予想される生徒の反応	留意点
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> ・以前行った「目をつぶってスポーツテスト」の「片足立ち」の結果をスポーツテストのように判定したい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・結構立っていられた。 ・片足だけで立つのは難しかった。 ・自分の結果はどのような判定になるのだろうか。 ・スポーツテストは5段階の評価だった。 	<ul style="list-style-type: none"> ・スポーツテストは5段階評価だが、複雑になるので、まず3段階に分ける学習を行う。PPDACサイクルの2周目として5段階評価を行う活動を取り入れてもよい。
展開	<p>「目をつぶって片足立ち」の測定結果の判定を考えよう</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> ・A~Cの判定をどのように決めるか。 ・判定を決めるのに、時間で区切るか、割合で区切るのがよいか、どちらが適切か。 ・累積相対度数をもとに3段階に分けさせる。 ・各班の発表を聞き、どの分け方が妥当か検討する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・120秒以上立っていたらA ・60秒以下はC ・60秒以下だった人は結構多かったから、ほとんどの人がC判定になってしまう。 ・上位5%がA判定 ・度数分布表を作成し、累積度数や累積相対度数を求める。 ・班ごとに3段階の分け方を考え、発表する。その際、どうしてそのように分けたのか理由も説明する。 ・各班の発表を聞き、多くの人が納得できる分け方を見つけられるようにする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・成績の基準を例に挙げてもよい。 A…80%以上 B…50%以上 C…50%未満 ・累積相対度数から A…上位25% B…中位50% C…下位25%のように箱ひげ図につながるように分けるのもよい。
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りを行う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・他のスポーツテストについても判定を考えたい。 ・「右足・左足」「男女」等層別に分けて判定したい。 	

3 指導案（2）

1. 単元 2年 D領域「データの活用」
2. 内容 「10m歩行」の測定結果の傾向を、箱ひげ図を用いて分析する。
3. ねらい 収集したデータの傾向を、箱ひげ図を用いて考察しようとする。
4. 指導略案

	指導内容と発問	学習活動・予想される生徒の反応	留意点
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> ・以前行った「目をつぶってスポーツテスト」の「10m歩行」について振り返る。 ・「10m歩行」の測定結果が良い人は、どのような人（集団）だと予想するか。 	<ul style="list-style-type: none"> ・思いのほか、真つすぐ歩くことができた。 ・基準の線よりずれて歩いていた。 ・運動部に所属している人。 ・器械体操や、剣道をやっている人。 ・女子の方が男子よりも良い。 	
展開	<p>「目をつぶって10m歩行」の測定結果が良い人とは、どのような人なのか、傾向を調べよう</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> ・自分の予想が正しいかどうかを確認したり、異なる集団の傾向を比較したりするために、「箱ひげ図」を利用することを全体で確認する。 ・グループごとに、調べた結果を発表する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・各自で、どのような集団が、テストの結果が良いのか予想する。 ・グループで意見を出し合い、どのような集団ごとに箱ひげ図を作成するのか考える。 ・男女別、学年別、部活動別（運動部・文化部）などで箱ひげ図を作成し、傾向を調べ、比較する。 ・文化部よりも運動部で、しかも学年が上がると結果が良い。 ・女子よりも男子の結果が良い。 ・どのような集団でみても、右側にズレやすい傾向がある。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ICTを活用する。個人で作業できる環境が望ましい。 ・生徒に渡すデータには、テストの結果のほか性別、学年、部活動についても入れておく。 ・文化部と運動部などデータ数が異なるものも箱ひげ図だと比較しやすくなることを確認する。
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りを行う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・10m歩行のテストの結果をまとめたが、他のテストについても同じように結果をまとめてみたらどうなるだろうか。 	

目をつぶってスポーツテスト～バランス感覚を調べよう～

年 組 番 氏名 _____
部活動 (_____)

① まっすぐ進める? ～目をつぶって10m歩行～

- やり方**
- ・目をつぶってライン上をまっすぐ歩きます。
 - ・両足の間にラインを挟むようなイメージで歩きます。
 - ・10m進んだら計測役の人が『ストップ』と声を掛けます。

- 計測方法**
- ・止まったところで、中央のラインから一番外側の足のつま先までの距離を測ります。
 - ・右側にずれたら右足のつま先、左側にずれたら左足のつま先までの距離を測ります。
 - ・右側へのずれを+0cm, 左側へのずれを-0cmとします。
 - ・測定は5cm単位で記録します。(23cm→25cmなど、切り上げにする)
- | | |
|--|----|
| | cm |
|--|----|

② ピッタリ3回転できる? ～目をつぶってトリプルターン～

- やり方**
- ・目をつぶってその場で3回転し、『ちょうど3回転した』と思うところで止まります。
 - ・右回り、左回りをそれぞれ計測します。

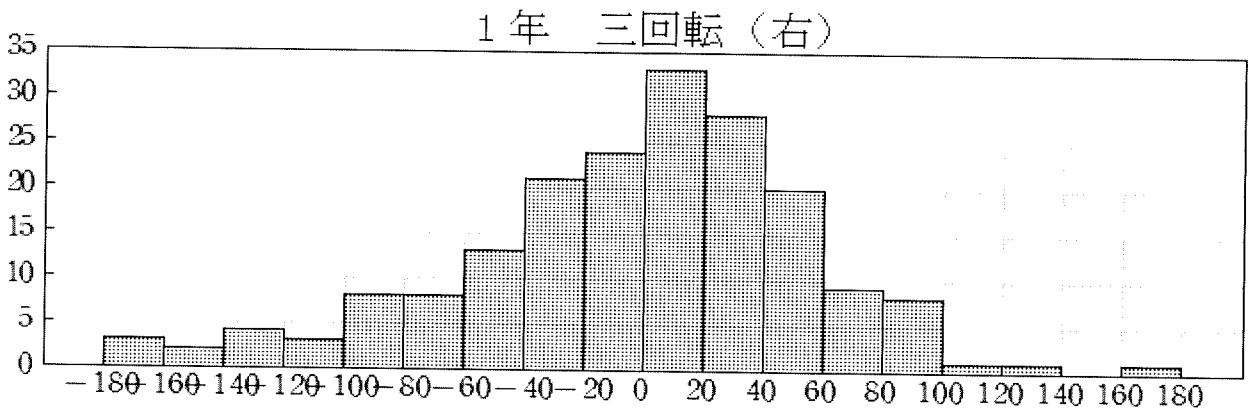
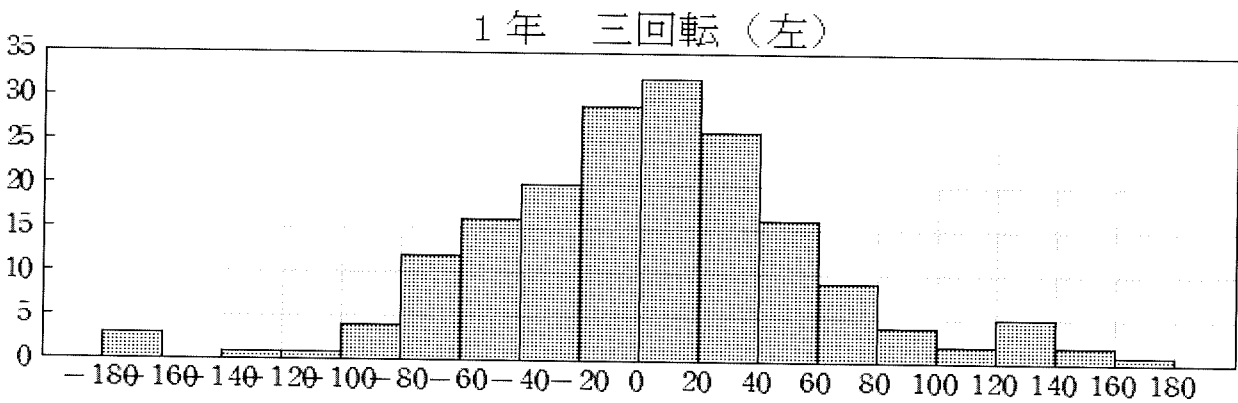
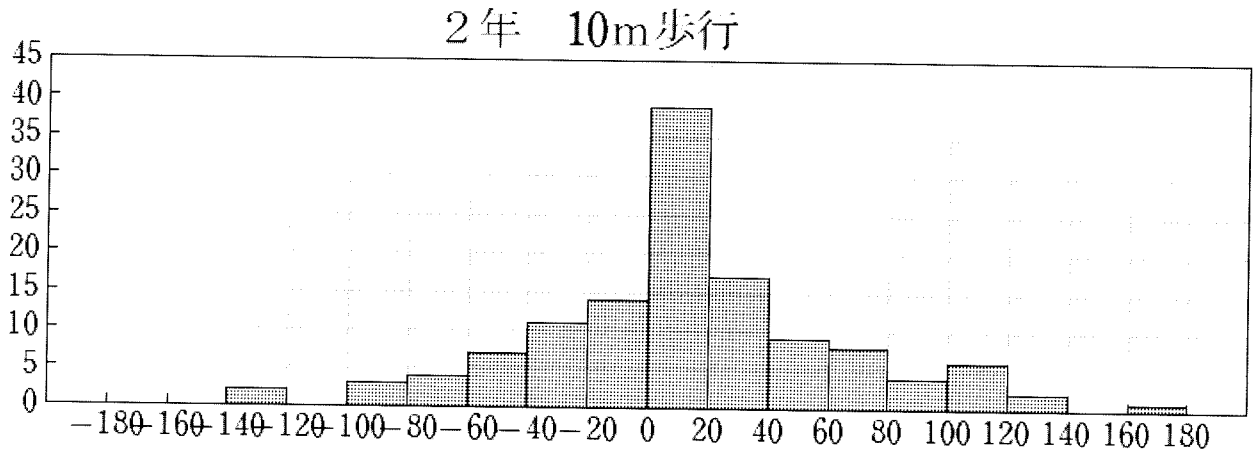
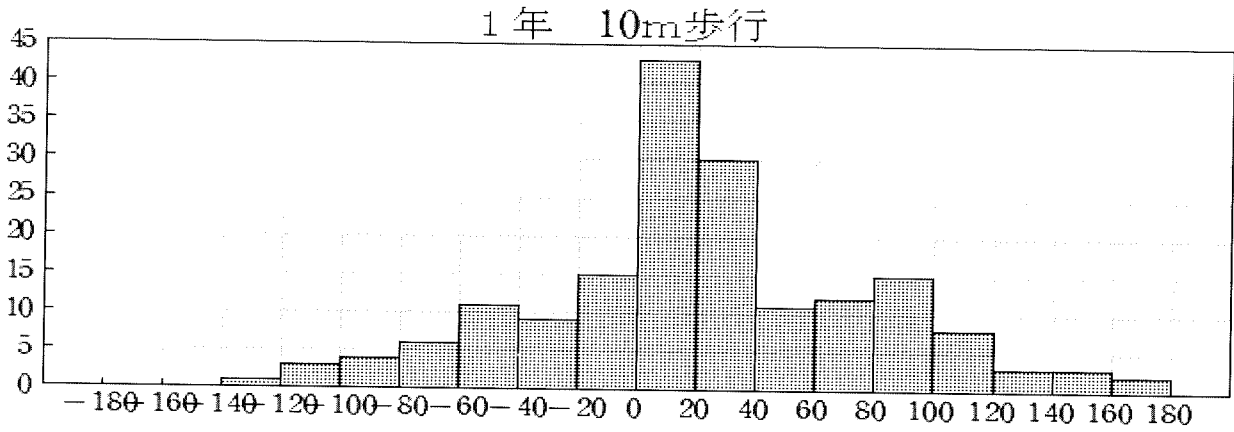
- 計測方法**
- ・止まったところで、最初の向きから何度ずれたかを計測します。
 - ・3回転を超えた場合は+0°, 3回転に満たなかった場合は-0°とします。
 - ・測定は5°単位で記録します。(23°→25°など、切り上げにする)
- | | |
|-----|-----|
| 右回り | 左回り |
| | |
| 度 | 度 |

③ 片足で何秒立てる? ～目をつぶって片足立ち～

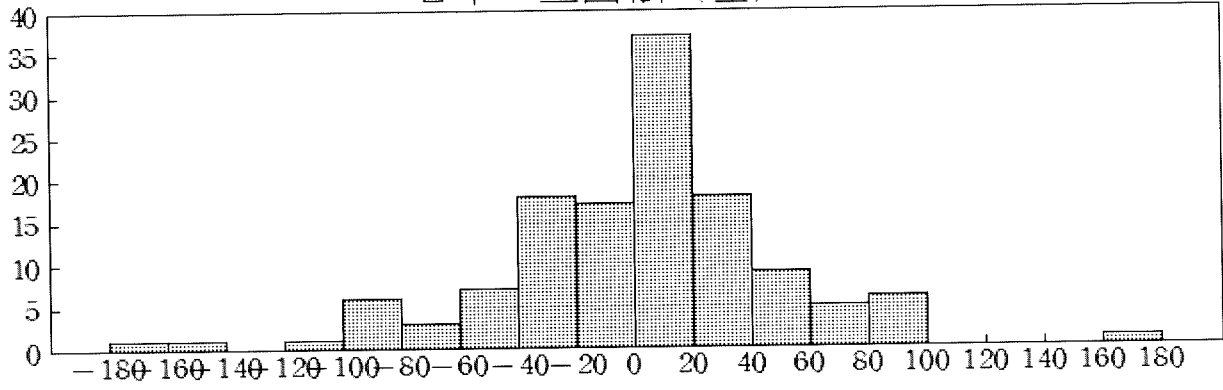
- やり方**
- ・目をつぶってその場で片足立ちをします。大きく足を上げる必要はありません。片足が浮いていればOK。
 - ・右足で立った場合と左足で立った場合をそれぞれ計測します。
 - ・あげた足が地面についたり、立っている足が元の位置からずれたりしたら計測終了。また、120秒を超えた場合も計測終了とします。

- 計測方法**
- ・ストップウォッチで計測します。
 - ・120秒を超えた場合の記録は「120秒」とします。
- | | |
|-------|-------|
| 右足で立つ | 左足で立つ |
| | |
| 秒 | 秒 |

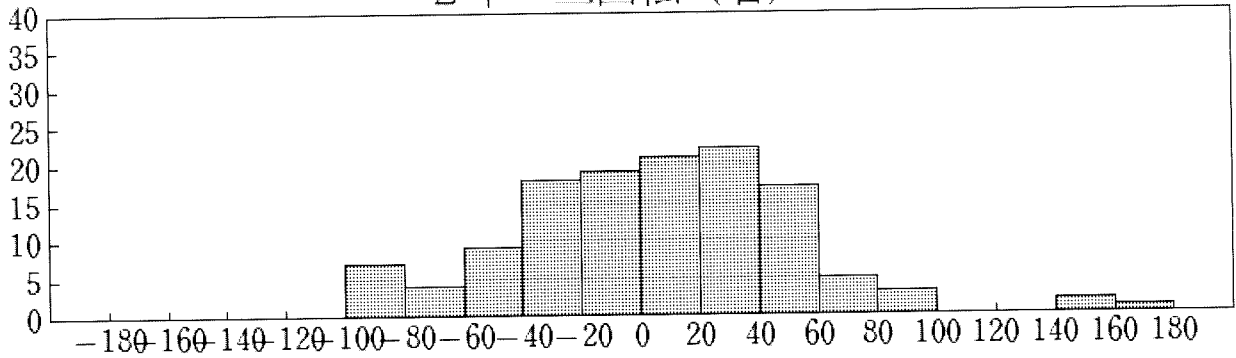
資料2



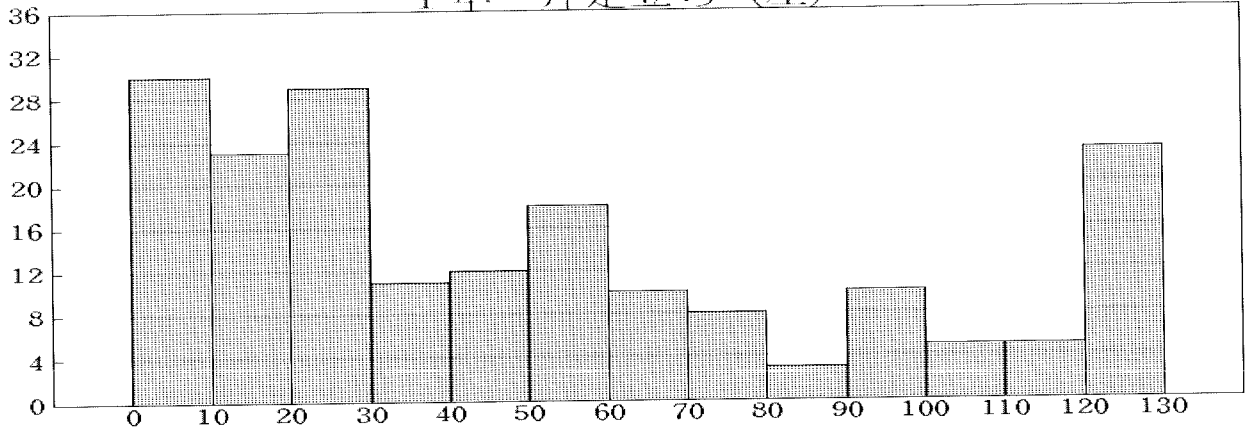
2年 三回転 (左)



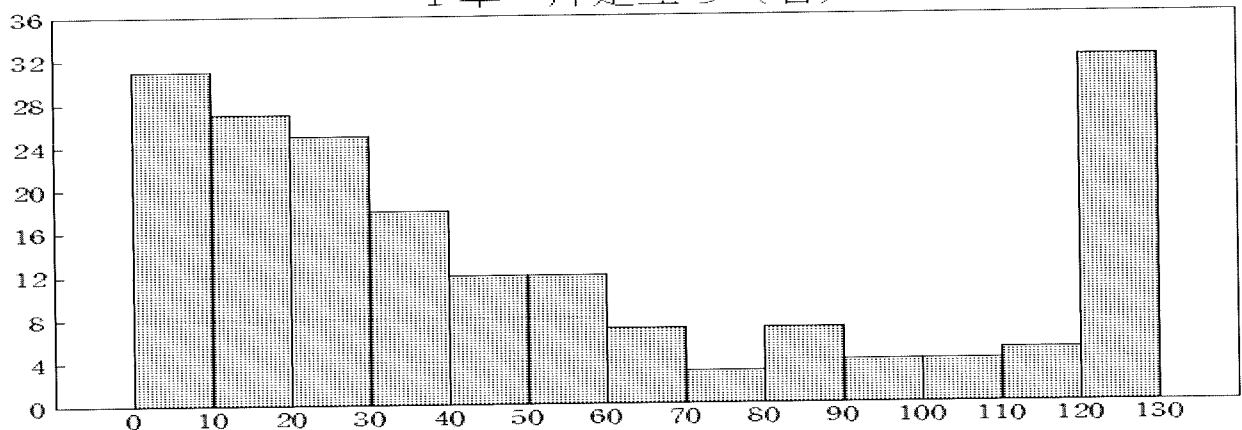
2年 三回転 (右)

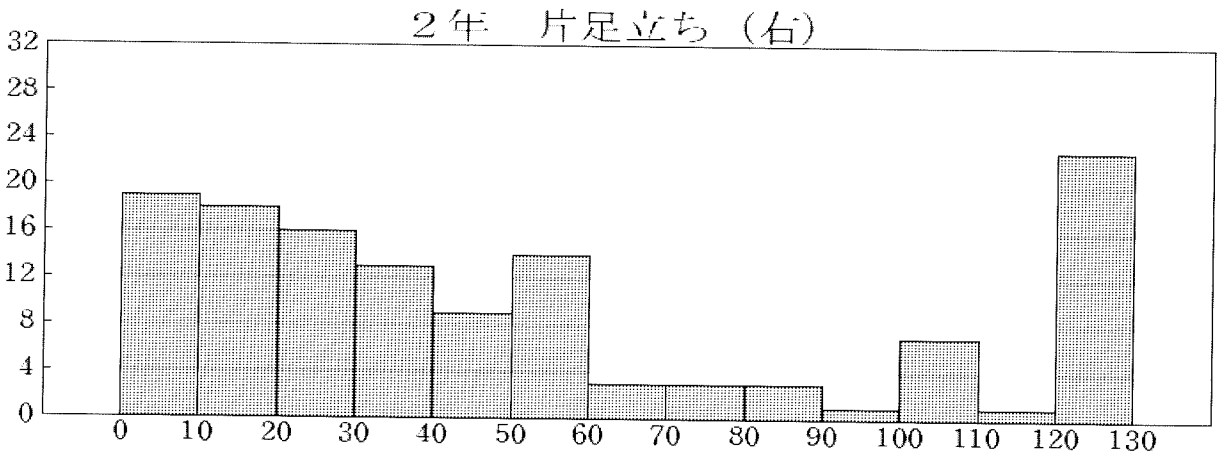
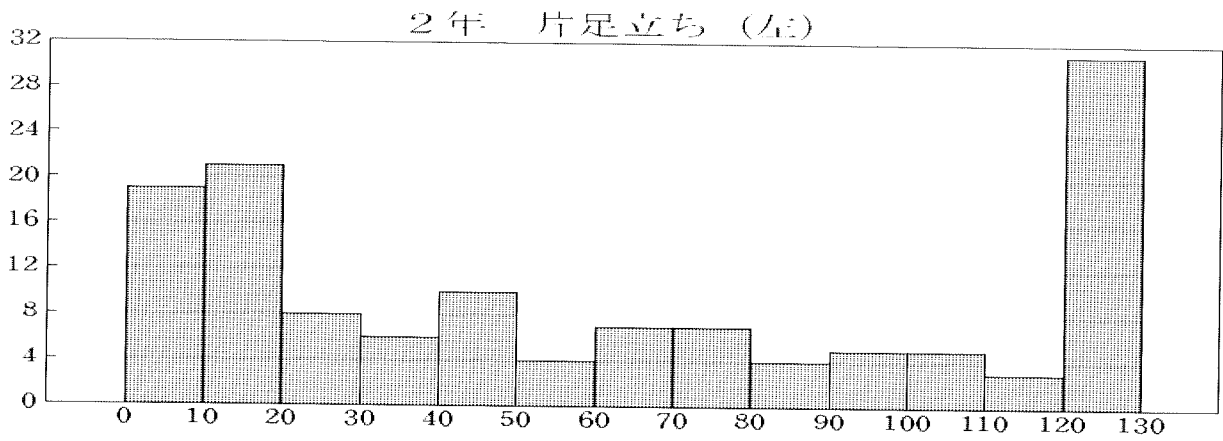


1年 片足立ち (左)

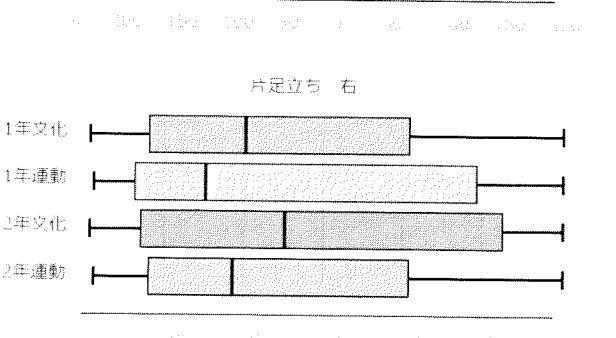
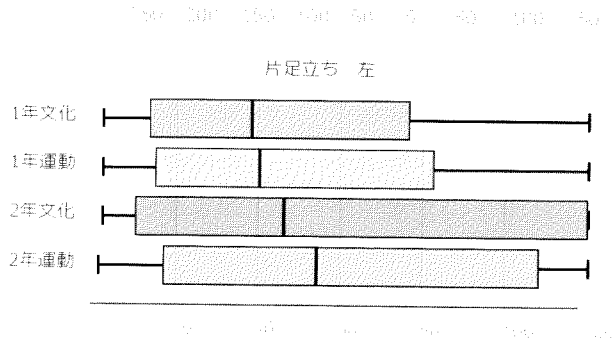
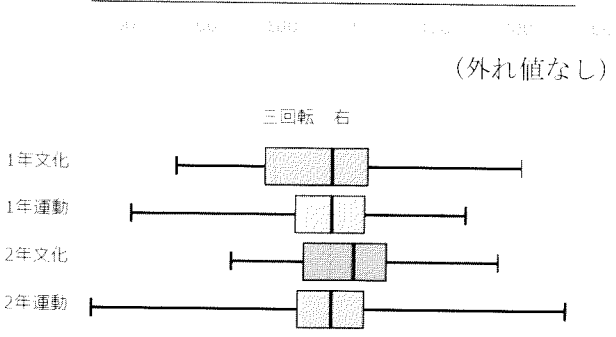
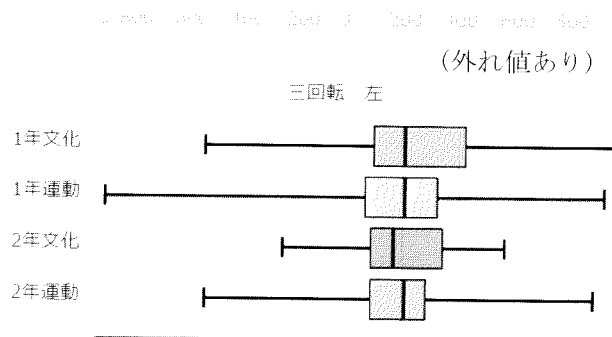
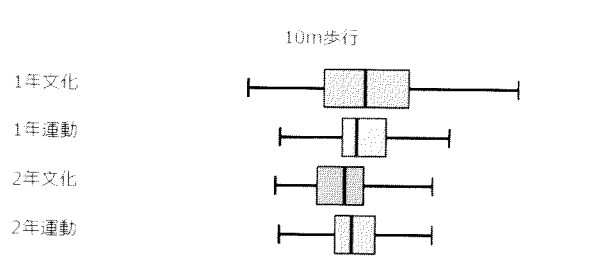
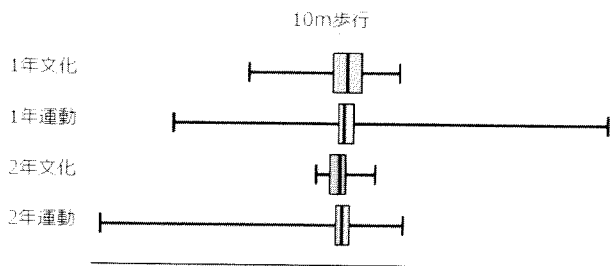


1年 片足立ち (右)





資料 3



5 まとめと今後の課題

- (1) 収集したデータをもとに授業を展開するため、データの収集を丁寧に行う必要がある。
「10m歩行」と「片足立ち」は測定方法がわかりやすいが、「3回転」は測定の方法が理解できない生徒もいたので、測定の説明に工夫が必要である。(動画で見せる。実演する。)
- (2) この題材は、計測結果をヒストグラムで表して傾向を分析したり、層別にして箱ひげ図で表して比較したりするなど、各学年の学習内容に応じて活用することができる。例えば、文化部と運動部の比較を行うことによって、箱ひげ図の有用性を示すことができる。
- (3) ICTを活用することで、効率よくデータをまとめることができる。

東京都中学校数学教育研究会 研究部 確率統計委員会

荒川区立第一中	先崎菜美	荒川区立第三中	青木健嗣
荒川区教育委員会	西川慶介	稲城市立稲城第一中	菅原亮
大田区立糞谷中	小島宏一郎	国分寺市立第五中	橋本麻衣子
品川区立品川学園中	高橋一恵	渋谷区立笹塚中	笠原和彦
世田谷区立砧南中	塩出孝弘	港区立三田中	櫻井章司
世田谷区立八幡中	森田智	世田谷区立用賀中	草開宣品
世田谷区立用賀中	武藤純輝	元東京都公立中	石綿健一郎
東京都教育委員会	青海正	豊島区立西巣鴨中	堀江宏徳
中野区立中野東中	菅亮太	中野区立中野東中	田代雅規
中野区立緑野中	仁田勇介	八王子市立横川中	山本康久
元東京都公立中	中西知真紀		