第６０回　東京都中学校数学教育研究発表大会

主体的・対話的で深い学びを追究した授業づくり

―　操作的活動を取り入れた角の和を求める学習　―

東京都中学校数学教育研究会　研究部　教育課程委員会

１．本年度の研究

本委員会では，学習指導要領で示されている「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指して，昨年度から研究を進めてきている。そもそも,「主体的・対話的で深い学び」の授業を目指す背景には，変化する社会の中で，生徒が自ら課題をみつけ，自ら学び，自ら考え，判断して行動する力を身に付けてほしいという願いがある。この願いを授業で実現するためには，数学の授業において，生徒が知識を身に付けるだけではなく，その知識を活用し新しいことを生み出すような活動が必要である。

中学校学習指導要領解説数学編では，「生涯にわたって能動的に学び続けることができるようにするためには,（中略）学習の質を一層高める授業改善の取組を活性化していくことが必要であり,（中略）『主体的・対話的で深い学び』の実現に向けた授業改善（アクティブ・ラーニングの視点に立った授業改善）を推進することが求められる」（p.３）とある。「主体的」や「対話的」という視点から，数学の授業において生徒同士の対話を取り入れた試みはあるが，単にグループでの話し合いや発表活動を目的とした授業になりかねないことが指摘できる。そこで本委員会では，授業で「主体的な活動」「対話的な活動」「深い学び」を実現するための問いを，以下のように設定した。

「主体的な活動」・・・学習の見通しを立てたり学習したことを振り返ったりして，自身の学びや変容を自覚できる場をどこに設定するか。

「対話的な活動」・・・自分の考えと他者の考えを比較することで，共通点を見出したり自らの考えを深めたりする場をどこに設定するか。

「深い学び」・・・主体的な活動や対話的な活動を通して広がった考えを，どのようにしてさらなる探究活動に繋げるか。

以上のような問いを視点に，昨年度，第２学年の単元「平行線と角」で５つの辺をもつ図形の角の和を，根拠を明らかにして求める教材を検討した。その際，生徒が問題を発見しその問題に主体的に取り組むための手立てとして，操作的活動を取り入れることとした。今年度は，昨年度の授業実践を振り返り，より生徒の「主体的・対話的で深い学び」を実現するための具体的な発問や，授業の構成を検討しなおし，授業を実践した。

２．本年度の研究

（１）研究の経緯

昨年度より，５本のストローを紐で通した教具（ヒンメリ）を用いて，生徒が主体的・対話的で深い学びができるような授業を実践・検討している。この教具は，ストローとストローのつなぎ目に角ができ，それを自由に動かすことによって，多彩な５つの辺を持つ図形ができることが最大の特徴である。昨年度はその繋ぎ目にできる角の和を考えさせる授業を，習熟度の基礎コースの生徒に向けて行った。生徒は自由に具体物を操作し，主体的に学ぶ姿勢が見られた。生徒が作った図形の中には，角の和が求められないものもあったのだが，それが何故求められないのかを他の生徒や教師との対話を通して，既

習事項をもとに考えることが深い学びに繋がると分かった。

今年度は，この授業を発展コースの生徒に実践する際，異なるアプローチを図ることでより深い学びに繋げられないだろうかと考えた。角度の和が求められない図形に関して，和を求められない理由を考えさせることは発展コースの生徒にとっても深い学びになる。そして，注目する角を変えれば角の和を求められること，そして凸五角形の内角の和と統合的に考えられることを追究して，さらなる深い学びになると考えた。以上を踏まえ，発展コース向けに指導案を再検討した。その指導案をもとに都内３校で授業を実践し，そこで使用したワークシートより生徒の深い学びに繋がる点を分析した。

（２）指導案のポイント

ストローの繋ぎ目の角の和を求める問題を考えていて，凸五角形を作ったときの繋ぎ目にできる角は内角である。この場合は，五角形の内角の和を求めれば良い。しかし図１に関して，ストローの繋ぎ目の角を図１の∠e と捉えるのだろうか。そこに疑問を感じる生徒も出てくるのではないかと考えた。ここで凸五角形から図１を作る過程（図２）を考えると，凸五角形の内角は，図 2④の∠a～∠e に相当し，その和は 540°であることがわかる。これは多角形の内角の和を統合的に見ることになり，生徒の深い学びに繋がるものである。これは他の交差する多角形に関してもいえることなのだが，指導案は図１の図形を扱うのに留めた。その理由は，他の図形では周角を越えた角や，負の数の角が出てくるので授業で扱うのは難しいと判断し，自主的な学習として取り扱う体とした。

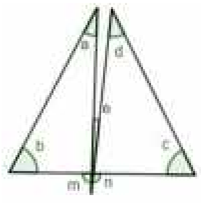


図 1

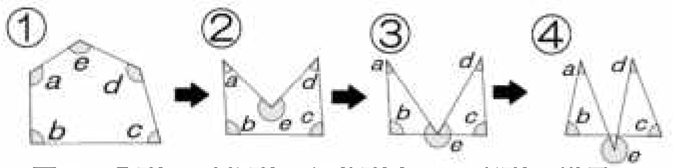


図２　凸形の五角形から谷形までの変形の様子

（３）学習指導案

①　単元名　　平行と合同「平行線と角」

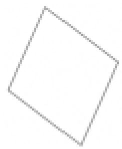
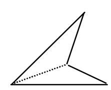
②　対象　　　都内中学校２年生　習熟度別少人数 発展クラス△名

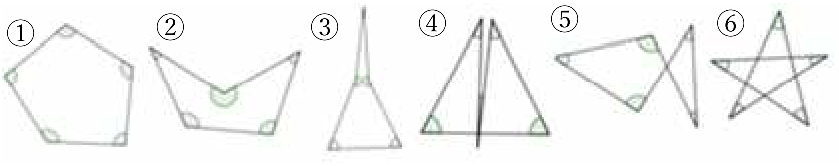
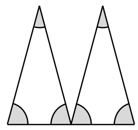
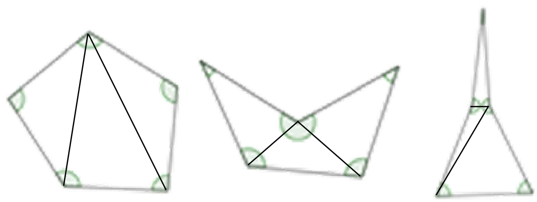
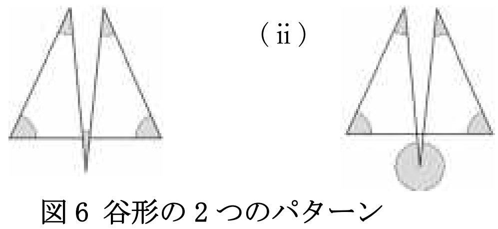
③　本時のねらい

・操作活動を通して図形に関心を抱き，多角形の内角の和をもとに，色々な図形の角の和を見出そうとする。

・自己交差多角形について，凸多角形との関連付けてどの部分を内角と考えるべきか見出そうとし，統合的に考えようとする。

④　本時の展開

	学習活動	指導上の留意点
導入	四角形の内角の和について確認する。 ・多角形の内角の和の公式から，$180° \times (4-2) = 360°$になる ・対角線を引くと三角形が２つでき，それぞれの内角の和を合わせると 360°になる 	※凹四角形（矢じり形）は既習とする。三角形に分割して内角の和を考えていたことを改めて想起させる。 
	問題　紐で繋がった５本の同じストローを用いて図形を作る。どんな図形を作ることができるだろうか。ただし，どの３点も一直線上にないこと。	

展 開 1	 図３　考えられる図形 ＜全体で確認＞ Ｔ「図３ ①の図形の角の和は何度ですか？」 Ｓ「$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ です」 Ｔ「他の図形もストローの繋ぎ目にできる角の和は 540°になるといえるでしょうか。」 Ｓ「全てが 540°になるわけではない。」 (反応例) Ｓ「星形(図３ ⑥)の角の和は 180°である。」 Ｓ「図４の場合は $180°\times2=360°$ である。」  図４ Ｔ「すべての図形のストローの繋ぎ目にできる角に a，b，c，d，e を図示し，それぞれの角の和を求めてみましょう。」 ＜個人で考えさせる＞ Ｓ「求められるものとそうでないものがある。」 Ｔ「求められるものの理由を考えてみよう。」 Ｓ「ストローが交差していないものは，補助線を引いたら３つの三角形に分けることができます。どれも，$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ で求められます。」  図５ 辺が交差していない図形	角度が異なるだけのものは，同一の図形とみなすことを注意しておく。 ストロー（辺）を交差させたものも考えさせる。 凹んだ図形に関しても，対角線を引き三角形に分けることで，内角の和を求めることができることを想起させる。（学び直しの場面）
展 開 ２	Ｔ「他のもの（交差しているもの）はどうなるでしょうか。それでは，谷形（図３ ④）の場合について確認しましょう。」 Ｔ「この谷形は∠e の場所について，図６（ⅰ)（ⅱ)の２つのパターンがあるようです。（ⅱ)ではなぜその場所に注目したのですか。」 （ⅰ）　（ⅱ）  図６ 谷形の２つのパターン **凸五角形と統合的に考えさせる場面（対話的な学習場面）**	どの部分を∠e とするのか，生徒に考えさせる。図６(ⅰ)(ⅱ)のどちらも取り扱う。 **【凸五角形との関連を示唆させる発問】**

展開２

Ｓ「もともとの五角形の一点を向かい側の辺に向かって動かして，辺を越えて作ったからです。（図７）」

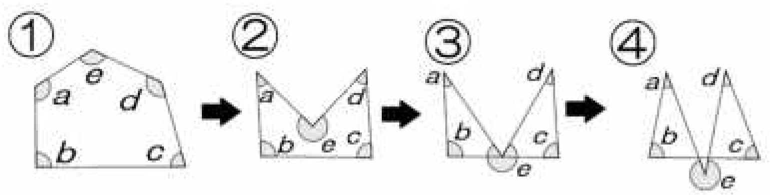


図７ 凸形の五角形から谷形までの変形の様子

生徒から指導案のような発言が得られない場合は，それを引き出す発問を教師からする。Ｔ「谷形は普通の（凸）五角形から，ストローをどのように動かして作りましたか。」

Ｔ「図６(ⅰ)(ⅱ)のどちらとも，『ストローの繋ぎ目にできる角』という点において正しいといえます。」

> **問題** それでは図６(ⅰ)，(ⅱ)のそれぞれにおいて角の和を求めてみましょう。

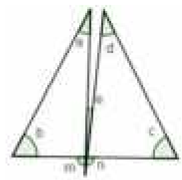


図８ 谷形

(ⅰ)＜図８のように ∠e を決定した場合＞

Ｓ「<u>a+b=m，c+d=n となることは分かります。</u>」

既習事項を活用して分かることの確認

Ｓ「∠m，∠n それぞれの隣り合う角と∠e を合わせた角度は，三角形の内角の和を考えれば 180° になるのはわかります。しかし，a+b+c+d+e の値は求められません。」

Ｔ「何故求めることができないのですか？」

【根拠をもとに説明させるための発問】

Ｓ「∠m と∠n の角度がわからないからです。m+n の値が分かれば，a+b+c+d+e の値を求めることができます。」

(ⅱ)＜図６(ⅱ)の∠e に注目した場合＞

Ｔ「図６(ⅱ)も角の和は求められないでしょうか」

Ｓ「図７④の ∠e で考えてみたら，角の和を求められると思います。」

Ｔ「何故そのように思ったのですか？」

既習事項（多角形の外角の和）を用いて，角の和を求められることに繋げる。

Ｓ「図７①から②③を経て④になっています。五角形の内角の和は 540°で一定です。図７③で点が辺と重なるとき，２つの三角形の内角に平角を加えたものなので 540° となり五角形の内角の和と等しいです。だから図７④で，点が辺を越えても一定であると思いました。」

Ｔ「そのことをきちんと説明できますか。」

【深い学びの場面】

どの部分を内角と捉えるかにより，五角形の内角の和と統合的に考えられることを実感させる。

Ｓ「三角形の外角の和だから，図９で

$$(a+b)+(c+d)+e2=360^\circ$$

です。」

Ｓ「∠e1 の大きさは 180°なので，合わせると 360°+180°＝540°となります。」

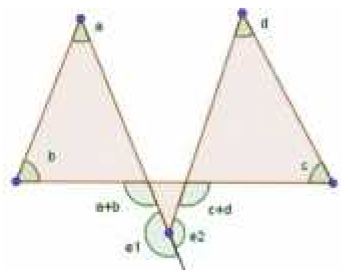
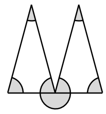


図９ 谷形の角の和を求める説明

	T「図６(ⅰ)の a+b+c+d+e の値は求められませんでしたが，図６(ⅱ)のように注目する角を変えると，元々の五角形の内角の和と同じようにして角の和を求められることがわかります。」 T「前述した図４の角の和は 360° といっていいですか？」 S「図 10 と考える必要があるので角の和は 540° です。」  図 10	
まとめ	T「五角形を変形して色々な図形を作ってきました。変形の過程を考えることで，その図形のどの部分が内角であるかを考えることができましたね。そしてその和を求めると，五角形の内角の和と等しくなることがわかりました。その根拠を説明する際には，これまで学習した内容を利用してきました。結論だけではなく，その過程も大事にしないといけません。」 今回学んだことのまとめと感想を書く。 T「残った２つの図形については，各自で考えてみましょう。」	

⑤　評価

- 話し合い活動を通して課題を解決し，根拠を明確にして説明した
- 既習事項を利用して問題を解決し，根拠を明確にして説明した
- 課題を解決する過程で，さらなる課題を見つけて深い学びにつなげた

※この指導案を通して，以下の点が深い学びに通じるものと考える。

〇図８のように∠e を定めると，角の和が求められないということに気付くとともに，その理由を既習事項をもとに説明すること

〇複数の図形（今回は凸五角形と谷形（自己交差五角形））を比べ，角の和に関して統合的に考えられるということ

（4）授業の様子

生徒はストローを使った教具に興味を示し，色々な図形を作ろうと取り組んでいた。発展コースの生徒でも，ストローを交差させる発想に至るのには個人差があったが，他の人が作った図形と比べることで，全員がストローを交差させる発想を得ていた。ストローの繋ぎ目部分にできる角の和を求める活動で生徒たちは,凸五角形や凹五角形では補助線を引き三角形に分割して考え,既習事項を活用することができていた。ストローが交差した図形では，前問と同様にして補助線を引くなど，三角形を見出して角の和を求めようとする様子が見られた。しかし今回はストローの繋ぎ目にできる角の和であり，ストローが交差された箇所は考えないことを注意すると，どのように考えれば良いのか困惑する生徒が多く見られた。しかし生徒は求められないまでも，角を文字で表し，どのような関係があるのかを考えていた。

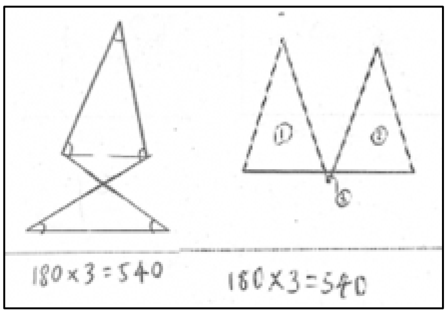


図 11 交差箇所も数えてしまった例

指導案の展開２に入る際，多くの生徒は図６（ⅰ)のパターンを考える生徒が殆どであり，(ⅱ)のパターンを考えた生徒は僅かであった。まず和を求められない(ⅰ)のパターンを考えたのだが，生徒からは「ストローが交差している部分の角度が分からない」，「a+b+c+d+e の値を求めたいのに，式を作ったら a+b+c+d-e になってしまった（図 12 上)」，「３つの三角形の内角の和から, ストローが交差してい

る角を引けば良いのだが，その角が分からない(図 12 下)」という回答が得られた。生徒は『和を求められそうにない』と思いつつも，『和を求めることができない』というこれまでにはない結論を自力で導き出すにはハードルが高いものであった。教師から「交差した箇所の角度は求めることができますか？」と生徒に質問することで，漸く和は求められないということを生徒は認識していた。

続いて（ⅱ)のパターンを考えると，図 13 のように多角形の外角の和，三角形の内角の和をもとに文字式を利用して角の和を求める様子が見られた。結果が 540° であったことで，初めの凸五角形の内角の和と統合的に捉えている様子が伺えた。

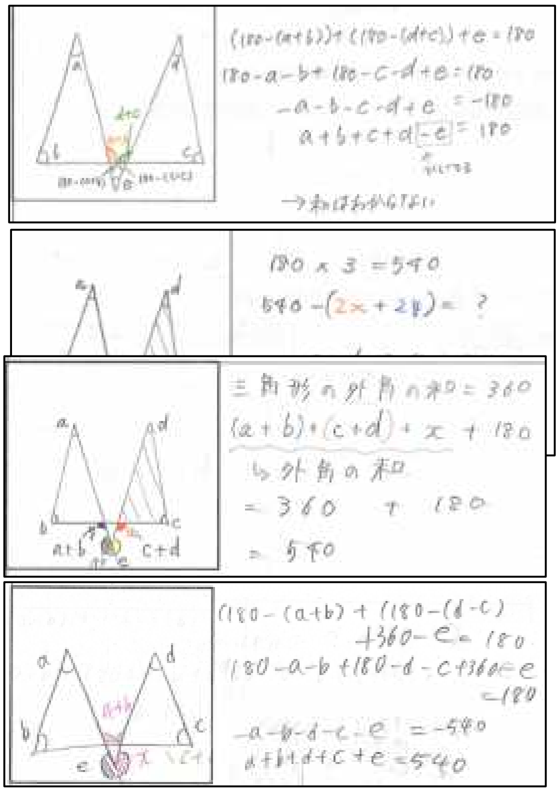


図 13 角の和が求められる説明

（５） 授業分析

習熟度のコースが違っていても，操作活動を取り入れることで生徒は主体的に学ぶことに繋がったものと考える。角の和を求める際には，教師が的確に指示を出さないと，生徒は様々な角に注目してしまうので注意が必要である。

本指導案の中心の内容である谷型（図６）の角の和を求める際，(ⅰ)のパターンを考える生徒が殆どであり，(ⅱ)のパターンを考える生徒は少なかった。しかし，(ⅱ)のパターンを考える生徒の意見を取り上げて，図７の変形の様子を提示したことで２つのパターンが考えられることを全体で共有することができた。(ⅰ)のパターンを考えさせる際，生徒にとって『和を求めることができない』という結論を出すことは難しいことであったが，(ⅱ)のパターンを理解することで，角の見方を変えると角の和を求めることができると予測させることに繋がり，その和が 540° になることを導いていた。また，和を求める際には，三角形の内角の和，三角形の外角，多角形の外角の和の既習事項を活用することとなるので，生徒にとっては学び直しの機会ともなった。そして２つのパターンを比べることで，見方を変えることの面白さ，重要性を生徒は理解することとなった。以下，授業後の生徒の感想である。

- 数学は前に学んだことなどを生かして解いていくのがおもしろさの一つだと感じた。
- 同じ図形でも角の位置によって角度が求められる位置と求められない位置があることが分かった。
- 見方を変えてみれば答えが分かった。でも(和が求められないという結果に)あまりスッキリしなかった。
- 魚の形の求め方はあるか気になった。
- 記号(文字式)を活用して角度を求めるのが苦手だと分かった。
- 今まで学んだことを応用，工夫して取り組むことができれば，大体のものは解けると分かった。
- 考え方を一つの方向だけではなく，あらゆる方向で考えを持つことで新しい方法を探すことの大切さを知った。
- なぜ 540° になるのか分からなかったが，説明を聞いたあと五角形と変わらないと知った。
- 最初の∠e （(ⅰ) のパターン）は違う気がした。
- 星ができてびっくりした。最後途中まで出来たのにくやしかった。

・　ストローの数を増やした場合も調べてみたいと思った。

本授業は，既習事項を確認することができるだけでなく，生徒の「もっと学びたい」「結果はどうなるのか」といった興味関心を高めることができた。そして，問題に取り組む際には色々な見方をする必要性があること，一見異なるものでも見方を変え，統合的に考えれば解決できると理解させることにも繋がった。

（６）　自主的な学習の展開例

（ア）星形五角形について

図 14 のように凸五角形を変形して作ることができる。その際，図 14 ②から③にかけて，∠c の部分が 360°を越えて，更に∠c'を加える大きさになる。すると星形五角形に関しては図 14 ④のように，$a+b+(360+c')+d+e=a+b+c'+d+e+360=180+360=540°$ と考えることができる。しかしこの場合，$(360+c')$の 360°のことを考えず，単に$a+b+c'+d+e=180°$(=540°-360°) を考えるのが自然なことであると考えられる。しかしこのような見方をすることにより，凸五角形と星形五角形を統合的に捉えることができ深い学びになるものと考えられる。

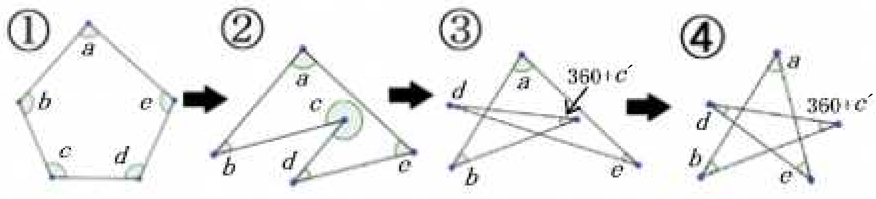


図 14 凸五角形から星形までの変形の様子

（イ）魚形について

図 15 のように変形すれば，a+b+c に加え，図 15 ④の d を加えたものを考えることになる。そして∠e は，一度潰れてから反対側に角ができるので，負の数の角として考えることになる。その和を考えると，①の a+b+c+d+e は，④の a+b+c+d+(-e) に対応し，その和は 540°になり，凸五角形と魚形も統合的に考えることができる。しかし中学生にとって，負の数の角の存在を認めることは難儀であると判断した。よってこの魚形に関しては，「辺の交差部分の角がわからない。だから和は求められない」と求められない理由を明確にすることにとどめても十分深い学びになるものと考えた。発展コースの生徒にとっても，「和が求められない」という結論を出すことは抵抗があることと思われる。負の数の角については，そのときの生徒の習熟度によって授業で扱ったり，またはレポートにまとめさせるなどして取り扱うくらいにとどめておく。

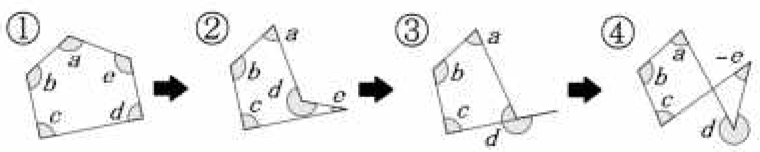


図 15 凸五角形から魚形までの変形の様子

３．まとめ

主体的・対話的で深い学びを追究した授業づくりという研究テーマのもと，これまで行ってきた授業の中に，「主体的な活動」「対話的な活動」「深い学び」をどのように組み入れ授業改善を図るべきか議論，検討をしてきた。今回は，平面図形における角の和を求める問題を取りあげている。ストローを紐で通した教具（ヒンメリ）を用意し，それを自由に動かし多彩な図形を生徒に作らせることを考えた。この操作的活動により，生徒は自由に発想し，主体的に学べるものをねらったものである。実際，ストローを動かして変形する様子から，注目している角がどこに移動するのかを視覚的に捉え，理解を促すこと

ができた。そして角の和を求める際に，昨年の授業実践を基として生徒の操作手順や角の認識などを予想し，生徒同士，生徒と教師の対話的な活動を設定した。その活動を通して生徒の考えが広がり，深い学びに繋がると考え指導案の検討を重ねた。今年度は発展コースで実践し，注目する角や角の和の求め方について活発な議論が行われ，深い学びにつながることが分かった。基礎コース，発展コースのいずれのコースでも，生徒は興味関心を持ち，自然に対話が生まれ，主体的に学習に取り組む姿が見られた。ICT を活用した授業は非常に有効だが，本授業では手で直接操作できる教具を用いても，主体的で深い学びを実現することができた。そして今回は図形領域における授業実践報告であるが，今後は他の領域においても，主体的・対話的で深い学びを追究する授業づくりを検討していきたいと考える。

【引用文献・参考文献】

- 文部科学省（2018）『中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説　数学編』
- 永田潤一郎（2018）『中学校教育課程実践講座　数学』ぎょうせい
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2021)「主体的・対話的で深い学びを追究した授業作り」令和 3 年度 第 59 回 東京都中学校数学教育研究会 研究発表収録
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会(2022)「主体的・対話的で深い学びを追及した授業作り」第 104 回 全国算数・数学教育研究(島根)大会 中学校「教育課程」分科会 当日発表資料

令和４年度　東京都中学校数学教育研究会　　研究部　教育課程委員会　（◎は代表者）

浅尾　博之(大田区教育委員会)	青木　花子(練馬区立田柄中)	板垣　陽介(中野区立北中野中)
宇陀　洋成(豊島区立駒込中)	宇田川裕規(武蔵野市立第一中)	大橋　千夏(豊島区立千登世橋中)
奥秋　直人(荒川区立第七中)	緒環　吾郎(荒川区立第七中)	角川　一喜(豊島区立巣鴨北中)
小林　将也(練馬区立開進第四中)	◎諏佐　佳典(大田区立羽田中)	鈴木　明　(北区立田端中)
戸﨑　大和(足立区立第五中)	長山　靖　(板橋区立桜川中)	延本　直子(府中市立浅間中)
蓮沼　喜春(小金井市立緑中)	前田　利江(墨田区立桜堤中)	松本　健児(大田区立矢口中)
三ツ矢道弘(豊島区立駒込中)	三間　祥江(世田谷区立奥沢中)	元木　靖則(武蔵野市教育委員会)
山内　博人(都立小石川中等教育)	山根　浩孝(練馬区立豊渓中)	山本　周一(府中市立浅間中)
＜研究協力者＞		
倉次　秀夫(青山学院高等部)	鈴木　裕　(元東京学芸大附竹早中)	高井　洋美(元板橋区立志村第二中)
中逸　空　(東京学芸大附小金井中)	羽住　邦男(電気通信大学)	傍士　輝彦(東京学芸大附世田谷中)
三田　哲也(元豊島区立千川中)		