

## ICT を活用した授業

— フィックス錯視を利用した授業案 —

東京都中学校数学教育研究会 研究部 確率統計委員会

### 1 研究のねらい

私たちはこれまで、データを活用する力を育成することをねらいとした学習指導案を作成し、授業実践を行ってきた。「データの活用」領域の指導では、日常生活や社会における課題を取り上げ、それを解決するために必要なデータを収集し、統計処理をして、データの傾向を分析することを重視して研究を進めている。

しかし、日常生活においては、数あるデータの中から必要なものを取り出す力と同時に、目的に応じて統計的な処理を行い、それを基にしてデータの傾向を読み取る力も大事である。そこで今回の授業では、「錯視」をテーマに実際にデータを取り、その傾向を分析する。

### 2 研究の内容

私たちは、データの活用の領域の課題として、以下の条件を満たすことが必要であると考えた。

- (1) 生徒が容易にデータを収集できるもの。
- (2) データの分析と活用のまとめとして、課題解決のために、自分たちで必要なデータを選択し、収集することができるもの。
- (3) 1人1台の端末を効果的に使用できるもの。

上記のような条件を満たすものとして、以下の課題を設定した。

**【第一学年 課題】** 学年全体のデータを分析して、学年の傾向をとらえよう。

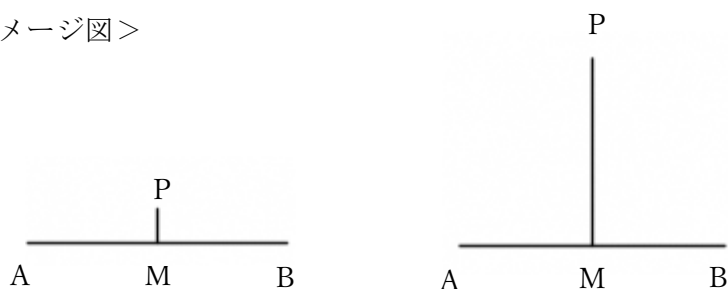
**【第二学年 課題】** 学級全体の実験結果を自分なりに整理・分析することで、評価方法を検討しよう。

今回の題材は「フィックス錯視」をテーマに考えた。フィックス錯視とは、同じ長さの線を「T」のようにした時、縦線が長く見える錯覚のことである。今回、指導案を作成するにあたって、次のような実験を、9月頃に都内公立学校の中学一年生143名を対象に行った。

<実験内容>

- ① PC上で、長さ一定の線分ABを見せる。
- ② 線分ABの midpointである点Mから、上方向に垂直にPMを伸ばしていく。
- ③ 線分PMを、線分ABと等しい長さだと思える位置まで伸ばす。
- ④ 線分AMに対する線分PMの長さの比を、測定する。
- ⑤ 線分ABに対する線分PMの長さの比を、測定結果とする。

<実験イメージ図>



実験は、教員が生徒一人一人に行った。また、実験に使用した図は **geogebra** で作成し、横の長さは固定し、縦の長さが自由に動かせるようにした。実験をしたところ、すべての生徒の結果が  $AB > PM$  となっていた。

### 3 指導案研究の内容

(1) 第1学年の生徒を対象とした指導案

- ・単元名 データの分析と活用
- ・本時の目標 ヒストグラム、代表値を利用してデータの傾向を読み取る。
- ・問題設定のねらい

生徒たちは代表値を求めたり、ヒストグラムを作成したりすることには慣れてきたころであるが、D領域の学習で大切なことは、求めた代表値やヒストグラムから、全体の傾向を読み取ることである。中学校第2学年では箱ひげ図も学び、幅広くデータを分析できるようになっていく。そこで今回の授業案では、データの傾向を読み取る部分に重点を置くことで、データを分析する視点を養っていくきっかけとする。

- ・本時の指導案（単元のまとめの授業として行う）

時間	学習内容・学習活動 ○：学習活動 T：発問 S：生徒の反応	指導上の留意点	評価規準 (評価方法)
導入 5分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b> 図形（を直感的に捉える）センスのチェック！正しい長さを直感的に描くことが得意であるかを考えよう。</p> </div> <p>○実験の方法と手順について振り返る ○自分自身のデータと正しい長さについて比較し、得意かどうかを評価する S①：自分は得意でない 根拠) 正しい長さからの差が大きいと判断したから 根拠) 近隣と比較して最も差が大きかったから S②：自分は得意である</p>		
展	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>学年全体のデータを分析して、学年の傾向をとらえよう。</p> </div> <p>○結果を予想する。</p>		<p>・グラフ作成ソフト</p>

<p>開 40 分</p>	<p>T: 錯視の効果はあると言えそうかどうか。 S①: 効果はありそう。 根拠) 自分は短い長さであったから。 S②: 効果はなさそう。 根拠) 自分は騙されなかった。 S③: 効果があったかは、わからない。 根拠) 自分の結果だけでは、わからないから。</p> <p>○学年全体のデータを分析する。 ○自力解決をする。 S④: 代表値や範囲を調べる。 S⑤: ヒストグラムや度数折れ線の分布を調べる。 S⑥: 相対度数や累積度数などを調べる。</p> <p>○意見共有 (グループ→全体) をする。 ・データの収集の仕方は適切か ・どの代表値が根拠として適切か ・分布の形に着目しているか ・傾向を読み取りやすいグラフで表せているか ・グラフのメモリなどを加工して、過度に誇張していないか ・分析した結果から得られる結論が妥当か</p> <p>S①: [気づき] ほとんど全員が正しい長さより短い結果になっている。 S②: [疑問] なぜ、長くなる人が少ないのか? S③: [疑問] 学年全体から、クラスごとの結果をみてみても、やはり同じような傾向になっているのだろうか。</p> <p>○結論 ・目的に応じてデータを収集し、ヒストグラムなどを用いて、そのデータの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断することができたか。</p>	<p>(SUGRAPA (旺文社)) などを利用する</p> <p>・手が止まっている生徒には、これまでのデータの分析では、どのようなことを調べてきたか振り返らせる。</p>	<p>(授業中の発言, ノートの内容確認)</p>
<p>ま と め 5 分</p>	<p>・フィックス錯視について紹介する。(錯視の傾向としては、ちゃんと捉えられている。) ・全体を分析しつつも、個別のデータも振り返る必要も、ときにある。</p>		

(2) 第2学年の生徒を対象とした指導案

- ・単元名 データの散らばりと箱ひげ図
- ・本時の目標 箱ひげ図やヒストグラム，代表値を利用してデータの傾向を読み取り，事象を批判的に考察し判断することを通して新たな問題を見出す。
- ・問題設定のねらい

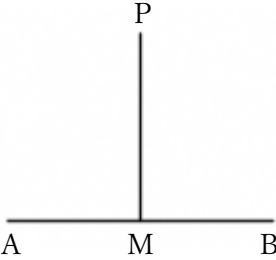
B 図形領域の目標として，第1学年では，「図形の構成要素や構成の仕方に着目し，図形の性質や関係を直感的に捉え論理的に考察する力の育成」と記されている。

「図形をイメージ通りに描くことができない」という経験を根拠に「直感的に捉えることが苦手」，「図形（を直感的に捉える）センスがない」という生徒からの声を聞くことがある。そこで，「図形（を直感的に捉える）センス」という資質に注目して今回は一つの実験を行いその結果を箱ひげ図やヒストグラム，代表値などを用いて分析し，「図形のセンス」について考察していく。生徒の自由な発想を大切にしながらも，授業の展開の中で，正しい知識をもとに論理的に判断すれば「直感」に頼らずとも問題を解決できることを実感させられるよう発問等を工夫したい。

- ・本時の展開（単元のまとめの授業として行う）

時間	学習内容・学習活動 ○：学習活動 T：発問 S：生徒の反応	指導上の 留意点	評価規準 (評価方法)
導入 5 分	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問 題</b> 図形（を直感的に捉える）センスのチェック！正しい長さを直感的に描くことが得意であるかを考えよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・近隣の生徒と数値を確認させてもよい</li> <li>・</li> </ul>	
	<p>○実験の方法と手順について振り返る</p> <p>○自分自身のデータと正しい長さについて比較し，得意かどうかを評価する</p> <p>S①：自分は得意でない 根拠) 正しい長さからの差が大きいと判断したから 根拠) 近隣と比較して最も差が大きかったから</p> <p>S②：自分は得意である 根拠) 正しい長さからの差が小さいと判断したから</p> <p>S③：得意かどうかわからない…★ 根拠) 得意かどうかの評価基準が明確でない 根拠) 全体の傾向がわからないと判断ができない</p> <p>○評価方法が適切であるかの考察&lt;批判的考察&gt;</p> <p>T：この段階で得意不得意を判断できそうですか？ できないと考えた人は，適切に評価するために必要だと考えるものは何ですか？</p> <p>S①：別の実験方法</p> <p>S②：他の人のデータ</p> <p>S③：学級全員のデータ，平均値</p>		

	○学級全体のデータの配布し，問題に取り組む	・ねらいを提示する	
	<b>目 標</b> 学級全体の実験結果を自分なりに整理・分析することで評価方法を検討しよう。		
展 開 40 分	○データの整理・分析を行う ・ヒストグラムを作る ・箱ひげ図を作る ・代表値を求める ○結論をまとめて発表する S①：1（正しい長さ）以下（平均値）以上を「得意である」，それ未満を「得意でない」とする。 S②：1（正しい長さ）以下（中央値）以上を「得意である」，それ未満を「得意でない」とする。 ※評価基準設定において平均値や中央値を適用した根拠として，ヒストグラム等を利用してデータが正規分布であるかを確認したかを確認する。 ○疑問点・気づいたことなどを考え，グループで共有し発表する。＜批判的考察＞ T：データを整理・分析したり，評価基準を考えたりすることで疑問に思ったことや気づいたことはありますか。 S①：[気づき] ほとんど全員が正しい長さより短い結果になっている。 S②：[疑問] なぜ，長くなる人が少ないのか？ S③：[疑問] この類の実験は平均に近いほど良い結果なのではないか。（ダーツとか？） S④：[疑問] この評価基準は適切なのか。データに偏りがあるのではないか。 S⑤：[疑問] 他クラスも同様な結果なのか。★ ○他クラスのデータの分析・比較 ・各クラスのデータを箱ひげ図にする ・各クラスのデータを比較し，同様の結果であることを確認する。 ○データの偏りの原因についての考察 T：なぜほとんどの生徒が正しい長さより短い結果となってしまったのだろうか？ S①：慎重な生徒がこの学校には多かった。 →S：それでも長く答えた人が少なすぎるのでは。 S②：錯視的な要素があるのではないか。★	・グラフ作成ソフト（SUGRAPA(旺文社)）などを利用する ・その評価基準を設定し根拠も説明させる。 ・左の反応例でなくても，ある基準を設定してそれ以上未満での評価する方法の意見があれば，それについて次の発問をする。 ・他クラスのデータを提示する。 ・複数のデータの比較→箱ひげ図の利用 ・生徒との対話，掛け合いの中で展開する	（授業中の発言，ノートの内容確認）

	<p>T: 今回の実験を行う際に、「直感」と言いつつも何か意識したことはありますか。</p> <p>S①: 少なくとも右図の <math>PM &gt; BM</math> (二等分の長さ) となるように意識した。</p> <p>S②: <math>PM = 2BM</math> となるように意識した。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 1 (BM) より短い人はいないことを確認する。</li> <li>・ BM の 2 倍を意識して <math>3/2</math> 倍程度にまとまっていることも確認する。</li> </ul> <p>☆PM を 1 辺とし, BM を含む正方形が見えているため, <math>PM &gt; BM</math> となるのではないか?</p> <p>T: 図形の性質を意識してもう少し論理的に実験に臨むことはできないか?</p> <p>S①: 正三角形の高さよりは長いはずだから, それを意識して書いてみてはどうか。★</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 正三角形において (高さ) <math>&lt;</math> (1 辺) であること全体で確認する。</li> </ul> <p>○提案をもとに「正三角形の高さより少し長く」を意識して再度実験に臨む</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 自分の結果の確認</li> <li>・ 全体のデータの収集・整理・分析</li> </ul> <p>○再実験とその分析結果をもとに気づいたことを各自考えグループで共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 2 回目の実験結果を評価の対象とし, その平均値と差異を評価基準にするのはどうか。</li> <li>・ 2 回目の実験結果から, 意識を変えればかなり正しい値に近づくことがわかった。すなわち, 正しい知識に基づいて論理的に考えれば, 図形センスは磨かれる!</li> <li>・ 1 回目の実験結果に偏りがあったのは錯視が影響ではないか, もう少し多くのデータを収集するなどしてそれについて考えたい。</li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 生徒から出ない場合は, 頂点を結ばせるなどして誘導する。</li> </ul>	
<p>ま と め 5 分</p>	<p>○まとめを行う</p> <p>今回のデータの分析を通して, 事象を批判的に考察し判断し, 新たな問題を見出すことができた。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 生徒の言葉をつなげてまとめを行う。</li> </ul>	

#### 4 実際のデータ

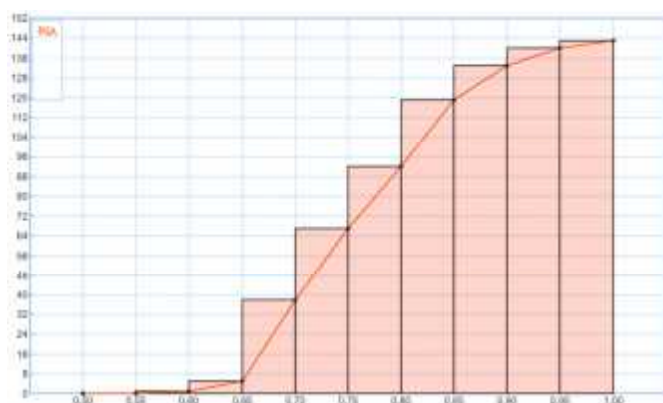
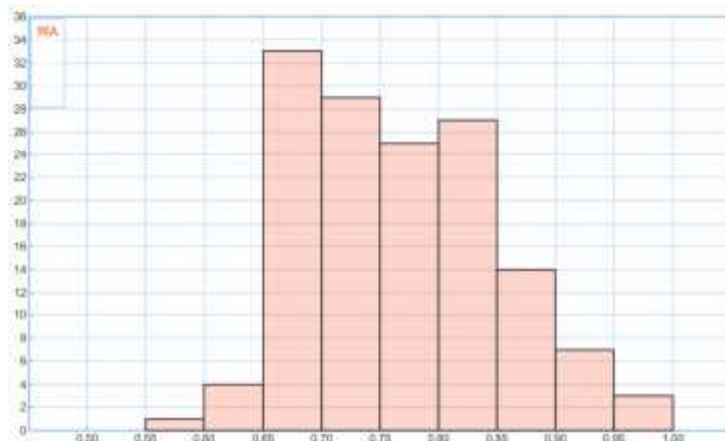
(1) 測定結果 0.00~1.00, 階級の幅 0.01 でまとめた場合

階級	度数 列A	相対度数 列A	累積度数 列A	累積相対度数 列A
0.00 以上 0.10 未満	0	0.00	0	0.00
0.10 ~ 0.20	0	0.00	0	0.00
0.20 ~ 0.30	0	0.00	0	0.00
0.30 ~ 0.40	0	0.00	0	0.00
0.40 ~ 0.50	0	0.00	0	0.00
0.50 ~ 0.60	1	0.01	1	0.01
0.60 ~ 0.70	37	0.26	38	0.27
0.70 ~ 0.80	54	0.38	92	0.64
0.80 ~ 0.90	41	0.29	133	0.93
0.90 ~ 1.00	10	0.07	143	1.00
計	143	1.00	-	-



(2) 測定結果 0.50~1.00, 階級の幅 0.05 でまとめた場合

階級	度数 列A	相対度数 列A	累積度数 列A	累積相対度数 列A
0.50 以上 0.55 未満	0	0.00	0	0.00
0.55 ~ 0.60	1	0.01	1	0.01
0.60 ~ 0.65	4	0.03	5	0.03
0.65 ~ 0.70	33	0.23	38	0.27
0.70 ~ 0.75	29	0.20	67	0.47
0.75 ~ 0.80	25	0.17	92	0.64
0.80 ~ 0.85	27	0.19	119	0.83
0.85 ~ 0.90	14	0.10	133	0.93
0.90 ~ 0.95	7	0.05	140	0.98
0.95 ~ 1.00	3	0.02	143	1.00
計	143	1.00	-	-

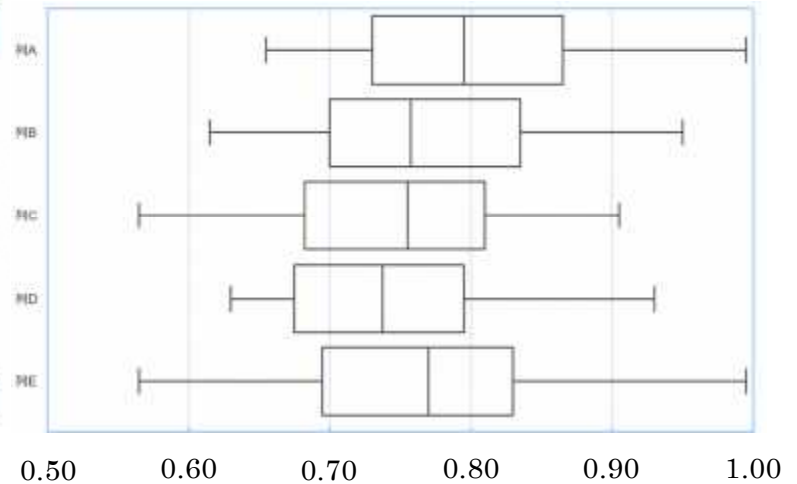


学年全体  
 平均値 : 0.76  
 中央値 : 0.77  
 最頻値 : 0.78  
 範囲 : 0.61

(3) 各クラスと学年全体を箱ひげ図にした場合

列 A : A 組 列 B : B 組 列 C : C 組 列 D : D 組 列 E : 学年全体

階級	度数 列A	度数 列B	度数 列C	度数 列D	度数 列E
0.55 以上 0.60 未満	0	0	1	0	1
0.60 ~ 0.65	0	1	1	2	4
0.65 ~ 0.70	4	8	10	11	33
0.70 ~ 0.75	8	9	6	6	29
0.75 ~ 0.80	7	4	7	7	25
0.80 ~ 0.85	5	10	7	5	27
0.85 ~ 0.90	8	2	2	2	14
0.90 ~ 0.95	4	0	2	1	7
0.95 ~ 1.00	1	2	0	0	3
計	37	36	36	34	143



## 5 まとめと今後の課題

(1) データを容易に収集し、分析できる課題ではある。ただ、生徒が自ら疑問をもち「データを取ってみたい」と思うような課題設定ができるとうい。

また、データ分析の際には、誰でも自由に使えるインターネット上のソフトを活用した。それぞれの表計算ソフトを自由に使ってデータを処理する能力も将来的には必要になるが、中学生段階のデータ処理においては、今回のソフトは使いやすく有効であった。

(2) 今回の題材を選んだ理由の一つとして、実験をし、データを分析していくことで生徒が「錯視」の効果を実感できることが挙げられる。今回のように、生徒が実感することで興味をもてるような題材をみつけていきたい。

(3) 授業実践をとして、内容についてさらに検討し、深めていきたい。

令和4年度 確率統計委員会 委員名簿 (◎は代表者)					
西川 慶介	(世田谷区砧南中学校)	迫田 紗代	(多摩市立青陵中学校)		
菅原 亮	(稲城市立稲城第一中学校)	草開 宣昌	(世田谷区立用賀中学校)		
森田 智	(大田区立大森第十中学校)	武藤 純輝	(世田谷区立用賀中学校)		
小島 宏一郎	(大田区立糎谷中学校)	仁田 勇介	(都立三鷹中等教育学校)		
堀江 宏徳	(葛飾区立大石中学校)	田代 雅規	(中野区立中野中学校)		
菅 亮太	(神津島村立神津中学校)	◎橋本 麻衣子	(中野区立中野東中学校)		
笠原 和彦	(渋谷区立笹塚中学校)	山本 康久	(八王子市立みなみ野中学校)		
青木 健嗣	(新宿区新宿西戸山中学校)	櫻井 章司	(港区立三田中学校)		
石綿 健一郎	(世田谷区立砧南小学校)	青海 正	(大田区立志茂田中学校)		
		中西 知真紀	(元渋谷区立本町中学校)		