

根拠を明らかにして説明する力を身に付けさせる図形指導

東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会

1 研究のねらい

本委員会では、昨年度基本的な図形に関する調査問題を実施し、生徒の理解の実態を把握した。その中で、求積などドリル的な学習の定着は図られているが、説明問題の定着が十分ではなく、無答率も高かった。

このことを踏まえ、今年度は根拠を明らかにして説明する力を身に付けさせる指導をテーマに掲げ研究を行った。生徒から多様な考えが出せるものとして、第2学年「多角形の内角の和」を題材として扱い、レディネステスト、指導案検討、授業研究を行い、指導の工夫改善を目指すことをねらいとした。

2 研究の内容

(1) 題材の検討

学習指導要領解説（平成29年7月）では、「第2学年では、…（中略）…根拠を明らかにし論理的に説明し伝え合う活動に取り組む機会を設ける」とあり、第2学年で授業を行うことが適切である。実際、多くの教材では、平行線の性質や角の性質など一通り学習を終えた後に、くさび形の角についての問題を扱う。今回はくさび型に加えて、補助線を引くことで容易に値を求めることができ、どのようにして求めたか、多様な考えを引き出せる題材として、凹五角形の内角の和を扱うこととした。

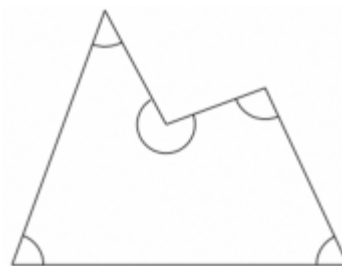
(2) レディネステスト

凹五角形の内角の和について、生徒からどのような考えが出てくるか、傾向をつかむために、レディネステストを実施した。

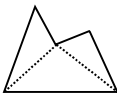
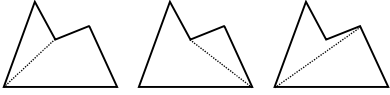
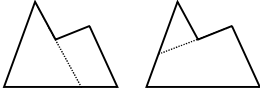
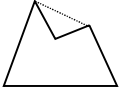
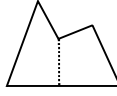
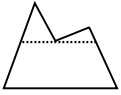

- ① 調査時期：令和4年7月
- ② 調査対象：都内公立中学校4校246名
- ③ 調査時間：30分
- ④ 問題と結果

【問題】

次の図で、印のついた角の和を求めなさい。
また、どのように求めたか説明しなさい。
ただし、どのように求めたかわかるように、
かいた線は消さないで残しておくこと。



【代表的な結果】 ○＝説明も十分 ×＝説明は不十分 ▲＝説明の記述なし

<p>①多角形の内角の和を利用 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$</p> <p>○＝15名、×＝1名、▲＝0名</p>	<p>②（対角線2本）3つの三角形に分割</p>  <p>○＝81名、×＝7名、▲＝6名</p>
<p>③（対角線1本）三角形と四角形に分割</p>  <p>○＝40名、×＝4名、▲＝6名</p>	<p>④（延長線1本）三角形と四角形に分割</p>  <p>○＝36名、×＝25名、▲＝12名</p>
<p>⑤（外部に1本）</p>  <p>○＝17名、×＝15名、▲＝14名</p>	<p>⑥（内部に縦方向1本）四角形2つに分割</p>  <p>○＝18名、×＝4名、▲＝4名</p>
<p>⑦（内部に横方向1本）2つの三角形と四角形に分割</p>  <p>○＝5名、×＝0名、▲＝0名</p>	<p>⑧（延長線2本）三角形と2つの四角形に分割</p>  <p>○＝3名、×＝9名、▲＝3名</p>
<p>無答（補助線も何も記述なし）9名</p>	

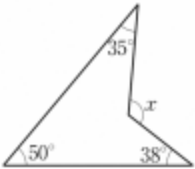
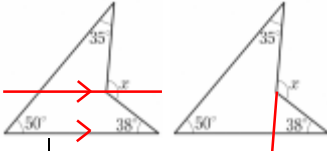
結果を見ると、本委員会で想定した回答が出たが、1つしか考えが出せなかった生徒が102名おり、多様な考えを出そうとする生徒は半数に届いていない。また、補助線1本だけを引く生徒が圧倒的に多かったが、ある辺に平行な直線を引くなど、意図をもって補助線を考える生徒が少数ではあるがいた。


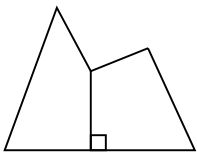
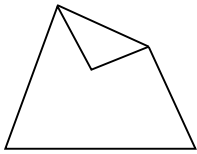
(3) 第2学年 凹五角形の内角の和の指導

ア 本時の目標

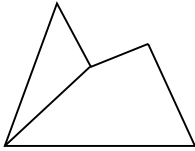
- ・対頂角の性質や平行線の性質（同位角・錯角）・三角形の内角・外角の性質を使って角度を求める問題に取り組むことができる。
- ・数学的な見方・考え方を生かして、凹五角形の内角の和の求め方を説明しようとすることができる。【数学的活動】
- ・過不足のないより良い証明を生徒相互で考えていくことができる。

イ 本時の展開

時間	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価規準（評価方法）
導入 5分	<p>前回の授業の振り返り</p> 	<p>・本時の内容と繋がる内容であるが、あまり深入りしすぎないように、補助線の引き方のみを振り返る。</p>	

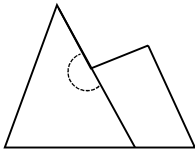
	<p>T1. 前回までに前問のように様々な解き方を使って角度を求める学習を行ってきました。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 角度に関する既習内容は、黒板に提示しておく。 (ラミネートされた掲示物) 	
<p>主題：既習内容を利用し、凹五角形の内角の和を求める問題に取り組もう。</p>			
	<ul style="list-style-type: none"> 今日のねらいの提示 	<ul style="list-style-type: none"> 教師が黒板に図を写し出して、本時の課題を提示する。 	
<p>ねらい：凹五角形の内角の和の求め方のより良い説明をみんなで考えよう。</p>			
			
<p>展開 40分</p>	<p>T2. 補助線をひき、印のついた部分の角の和を求めてください。できるだけたくさんの方で求めましょう。余白にはどのように求めたのか、式なども書いてみましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 生徒の必要に応じて、記号やアルファベットをふらせる。 <p>【個人作業→全体（10分）】</p> <ul style="list-style-type: none"> 補助線を引いた図を写真に撮り、ロイロノートでアップさせる。 <p><予想される生徒の反応></p> <p>S1.</p>  <p>(四角形の内角の和) × 2 - 直線部分 $= 360^\circ \times 2 - 180^\circ$ $= 540^\circ$</p> <p>S2.</p>  <p>(四角形の内角の和) + 360° - (三角形の内角の和) $= 360^\circ + 360^\circ - 180^\circ$ $= 540^\circ$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートAを配布する。 Aには図に補助線と根拠として使った図形の性質の番号を記述する用とする。 平行線と角の性質・三角形の内角、外角の性質を使うことができるか確認する。 教員から提示された図に様々な補助線を引くことで、思考を深めることができる。 机間指導により、個人作業の評価とそれを踏まえた指示や指導をする。 <p>C: 何も書けない生徒には、ロイロノートで上がってきた写真を参考に求め方を考えさせる。それをヒントに記述させる(指示語使用可)。</p> <p>B: 何通りか分かった生徒には指示語を使わず、用語や式・記号を用いて言葉で記述させる。</p> <p>A: よく理解している生徒にはロイロノートにアップされた写真だけを見て、根拠となる事柄を明確にし、その求め方を考えさせる。</p>	<p>証明を読んで新たな性質を見だし表現することができる。 (机間指導・記述内容)</p>

S3.



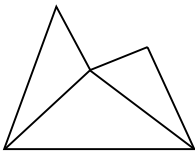
$$\begin{aligned} & (\text{三角形の内角の和}) + (\text{四角形の内角の和}) \\ & = 180^\circ + 360^\circ \\ & = 540^\circ \end{aligned}$$

S4.



$$\begin{aligned} & (\text{三角形の内角の和}) + (\text{四角形の内角の和}) - (\text{直線部分}) + (\text{破線部分}) \\ & = 180^\circ + 360^\circ - 180^\circ + 180^\circ \end{aligned}$$

S5.



$$\begin{aligned} & (\text{三角形の内角の和}) \times 3 \\ & = 540^\circ \end{aligned}$$

T3. PC を持参し，気になったやり方をしている人の説明を聞いてみましょう。また，2人以上の人に自分のやり方を説明してみよう。【全体共有 5 分】

T4. 自分の書いた図と補助線を参考に，求め方を文章と式で説明してみましょう。

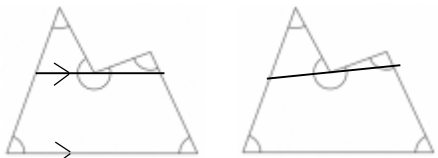
(個人→グループ 10 分)

- ・説明を書いた人がロイロノートで図と説明文を上げさせる。

- ・答を導き出した生徒には，他の方法がないか考えさせる。
- ・説明する際に，しっかり分かりやすく演繹的に説明させる。
- ・他の生徒があげた写真を閲覧することによって，自分のやり方と比較したり，同じ方法を見付けたりして，思考を深めさせる。

- ・ワークシートBを配布する。Bのやり方を説明する(補助線と説明記述両方)用とする。
 - ・Bの内容が載ったワークシートC(他の人の考え方をかくためのもの)をBの裏面に印刷しておく。
- 個人・グループ作業の際の机間指導により、評価とそれを受けた指示や指導をする。

証明を読んで新たな性質を見だし表現することができる。
(机間指導・記述内容)

<p>C：何も書けない生徒や根拠が明確でない生徒には、ロイロノートで上がってきた写真を参考に求め方を考えさせ、それをヒントに記述させる。またその際には、指示語を使用させてもよい。</p> <p>B：根拠をもとに記述できている生徒には、指示語を使わず、用語や式・記号を用いて言葉でまとめさせる。</p> <p>A：よく分かる生徒にはロイロノートにアップされた他の写真だけを見て、根拠となる事柄を明確にさせ、求め方を記述させる。いくつかのやり方で説明を記述させる。</p>		
<p>T5. 何人か出てきて説明をしてみてください。 S1～S5と同じ。 【全体考察：10分】</p> <p>T6. このような補助線の引き方もありますが、どのように求めるのか考えてみましょう。 (個人活動 10分) (パターン1) (パターン2)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・ロイロノートにあがった他の人の説明文を閲覧することにより、自分の説明文を見直したり変えたりすることができる。 ・ロイロノートで提出されたものを全体に提示し、多くの生徒に説明をさせる。 ・やり方だけでなく、指示語などを使わずに、説明できていたかを相互評価させる。 ・パターン1または2の考え方が、生徒から出てこなければ、教師の方で、図を提示し生徒にやり方を考えさせる。 	
<p>まとめ 5分</p> <p>本時のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・振り返りの記入 ・ワークシートの回収 	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りはロイロノートを利用する。 	

ウ 授業記録

日時：令和4年11月14日（月）14：30～15：20

対象：杉並区立向陽中学校 第2学年B組（発展クラス 18名）

授業者：杉並区立向陽中学校 主任教諭 加藤 尚代

記録

T：この前は、くさび型の角を求める問題をやりました。

S1：めちゃくちゃ考えさせられました。

T：このような線をひいて、考えましたね。（指導案 導入部分に記載あり）

T：今日は、このような形をした五角形について考えます。この五角形を凹五角形と言うことにします。印を付けた5カ所の角の和を求めてもらいます。様々な補助線をひいて考えてみましょう。（ワークシートA配布）

S：（各自で作業）

T : ロイロノートを立て上げてください。できた人は、写真を撮って、補助線シートと書かれている方にアップしてください。

S : (自分の端末でワークシートを撮影し、アップロード)

T : 他の人がどんな考えをしているか、自分と同じやり方をしている人がいるか、見てみましょう。

S : (各自でロイロノートにアップされた図を見る)

T : 追加してアップしてもいいですよ。

T : それでは、自分のPCを持って行って、気になった人のやり方を聞きに行きましょう。

また、自分で考えたやり方を2人以上の人に説明しましょう。5分間とります。スタート。

S : (席を移動し、生徒同士で考えの共有をする)

T : それでは、席に戻ってください。(ワークシートB配布)

今配布したワークシートを見てください。今、他の人に説明したり、説明を聞いたりしましたね。今度は、どのように求めたか、説明を「書いて」ください。できるだけ指示語は使わずに、根拠となる事柄を書いてくださいね。1つでなくて何個でも書いていいですよ。

S : (ワークシートBに説明を記述)

T : それでは、写真を撮って、ロイロノートの説明シートの方にアップしてください。どういった説明をするとわかりやすいか、考えてみましょう。あげた人は他の人の説明を読んでみましょう。

T : 何人かの人の考えを発表してもらいましょう。S2さん、説明してください。

S2 : ちゃんとした多角形になるように、上に線を延ばして四角形を作りました。その後、図のように名前を付けました。

$\triangle AEF$ の内角の和が 180° 、B は一直線上にあるものなので 180° 、D も 180° 、C の一周 360° を足した後、四角形 $ABCD$ の内角の和 360° を引くと 540° が出ます。

T : 次にS3さん、説明してください。

S3 : 底辺に平行な線を引き、右の辺を上延ばします。

平行線の錯角が等しいからAの部分の角が等しく、平行線の同位角が等しいからBの部分の角が等しいです。四角形の外角の和 360° と(図の) 180° を足して、 540° と求まります。

T : S4さん、説明してください。

S4 : 線を2本引いて、3つの三角形に分けます。

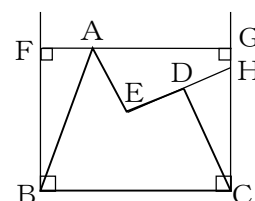
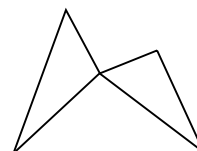
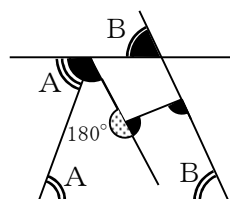
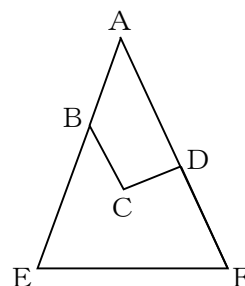
内角の和が 180° なので、3倍して 540° です。

T : S5さん、説明してください。

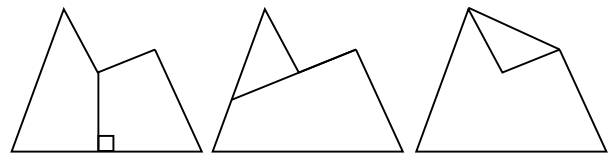
S5 : BとCから垂線をかきます。Aを通りBCに平行な線をかきます。EDの延長線をかきます。求める角に関わる角(アルファベットのついたところ)をすべて足して、五角形の周りの余分な三角形と四角形の内角の和を引きました。

T : 最後の説明、わかりましたか?(挙手生徒数名)

4人のみなさん、ありがとうございました。



他にも、このような補助線（右図）を引いて考えていた人が多かったです。



T：最後に、他のクラスで出た求め方ですが、平行線を引いた考え方がありました。

この図（指導案のパターン1）ではどんな考えで説明できるか、やってみましょう。

S6：それ、僕やりました。

T：そうなの？ロイロにアップしてなかったから、いないと思ってたよ。平行線の方法で考えた人は、こんな補助線をひいたとき（指導案のパターン2）を考えてみましょう。

S：（各自ワークシートCに図をかき、考える）

T：チャイムが鳴ったので、ここまでにします。名前を書いて、2枚重ねて回収してください。

エ 研究協議

授業者自評

- ・同じ授業を他のクラスでも実施したが、前の授業の方がざっくりぼらんに考えが出ていた。
- ・今回は、自分で考えてロイロノートで写真をアップする流れをしたが、1つのパターンで必死に考えようとする生徒が多かったので、バリエーションが広がらなかった。
- ・生徒は18名と比較的少ないが、見取りが十分ではなかった。

協議

- ・あまり証明までたどり着けていない。よりよい証明とはどういうことを指すのか。
→根拠を明らかにして、「ここ」「あそこ」のような指示語はできるだけ使わずに説明できるようにする。今回は補助線が1つのテーマであったので、あらかじめ「2点を結ぶ」「平行線」「垂線」「角の二等分線」など、基本的な補助線について確認し、「どんな補助線をひいたか」の説明が丁寧にできるように指導する必要がある。
→「根拠を明らかにする」ことをもっと強調すべき。
- ・ 180° を移せている生徒がいたが、平角については指導したか。→授業では扱っていない。
- ・言葉のやりとりや説明し合う活動はよくできていたが、文章化となるとパタッと止まってしまった。引き続きの課題である。
→話し言葉では、どうしても「ここ」「あそこ」を多用している。また、三角形の内角の和は 180° であることを、「三角形だから 180° 」という言い方で説明しており、生徒同士で暗黙の了解になっている可能性もありそうだ。
- ・図に記号が示されていないから、説明につまずいていた感じがする。「自分でアルファベットふってね」とは言っていたが、なかなかできていなかった。証明の初歩の段階なので、点の名前をつけていたほうがよかった。
- ・ワークシートA終了後に話し合い活動をしたので、ワークシートB、Cの活動が充実していた。
- ・今回は発展コースなので、活発に活動していた。基礎コースだと、補助線は引けるが、説明できない、書けない生徒が多い。習熟度に応じた時間配分や内容を見直す必要がある。
→2時間扱いにしてはどうか。1時間目は補助線の引き方をたくさん出させ、求め方の共有まで行う。2時間目は証明を扱い、証明の過不足のあるものを取り上げてみんなでブ

ラッシュアップさせていく。

→評価C（補助線は引けるが説明まで至らない）から評価B（1つの方法について説明できる）、評価Bから評価A（多様な方法で説明できる）に引き上げるための指導案をつくらう。なお、今回の授業は評価B→Aを目指した授業であろう。

・説明し合うときにタブレット端末を持参したが、ワークシートの方が活動しやすい。

ICT機器は、他の人の考えを一斉に見るときや、自分の手元で見るときに活用できる。

3 まとめと今後の課題

根拠をもって説明する力を身に付けさせるには、説明し合う活動を日頃の授業で継続して取り組ませることが大切である。今回行った学年では、本授業だけでなく、日頃から説明し合う活動を実践しており、生徒同士も抵抗感なく活動ができていた。一方、証明までたどり着けていない生徒も散見された。協議でも話題に上がったように、あらかじめ基本的な補助線について確認し、「どんな補助線をひいたか」を生徒に問いかけ、根拠をもって説明することに慣れることができるよう、意識的に指導する。

また、今回はタブレット端末を活用したが、生徒にとってはワークシートの方が使い勝手がよい場合もある。ICTとアナログのそれぞれのよさが生かせるような授業をすすめ、根拠をもって説明する力を身に付けさせていきたい。

今後も、生徒が主体的に説明し、根拠をもって説明する力を身に付けられるよう、図形領域における教材研究をすすめ、実践を通じた提案ができるよう、研究を進める。

[参考・引用文献]

- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 図形委員会
 - ・令和3年度 第59回東京都中学校数学教育研究発表大会 発表資料
 - 「小学校算数から中学校数学における図形指導の課題」
- 東京都中学校数学教育研究会 研究部 教育課程委員会
 - ・令和3年度 第59回東京都中学校数学教育研究発表大会 発表資料
 - 「主体的・対話的で深い学びを追究した授業づくり」
- 中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編（文部科学省）

令和4年度 図形委員会 委員名簿（◎は代表者）			
秋葉 養（江戸川区立葛西中学校）	林 倫道（千代田区立九段中等教育学校）		
井上 直大（板橋区立志村第五中学校）	林 直秀（足立区立六月中学校）		
加藤 尚代（杉並区立向陽中学校）	春名 秀夫（江東区教育センター）		
小林 真晴（江東区立辰巳中学校）	◎堀 孝浩（中野区立緑野中学校）		
篠原 崇宏（渋谷区立上原中学校）	本多 竜也（板橋区立赤塚第一中学校）		
柴山 勇斗（板橋区立赤塚第二中学校）	村上 快斗（板橋区立志村第一中学校）		
菅田 圭一（江戸川区立清新第一中学校）	村田 浩文（板橋区立赤塚第一中学校）		
谷 竜己（都立白鷗高等学校・附属中学校）	渡部 陽祐（中野区立中野東中学校）		
戸田 匡哉（台東区立御徒町台東中学校）	我妻 言（江東区立大島中学校）		
中村 祐紀（板橋区立志村第一中学校）	山中 建佑（江東区立深川第一中学校）		