

## 第2学年 変化の割合の概念・意味の理解

— 関数の「変化の割合が一定」とみなす活動を通して —

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

### 1 研究のねらい

本委員会では、平成31年より関数指導におけるICTを利用した指導の提案と、研究授業や指導前後の生徒の実態の変容を調査し、その指導の妥当性を明らかにしてきた。

そこで、ICTを利用する指導の視点で本委員会が作成した指導計画を見直し、本年度は、中2の第3,4時「変化の割合の素地的な学習」を中心とした指導を再検討した。これまでの研究で、変化の割合の概念や意味を理解させるために、日常場面の問題を取り上げ、この問題を関数的に解決する活動を行ってきたが、日常場面の事象から取り出した2つの数量が関数関係にあるとみなし、その変化や対応のようすを考察する活動を通して、変化の割合の概念や意味の理解をさせることを研究のねらいとする。この学習指導案を作成し、実証的に研究を進める。

### 2 本研究の内容

#### (1) 変化の割合の素地的な学習について

変化の割合の指導は、1次関数の定義の指導直後に行われ、1次関数の変化の割合の定義がなされることが多い。ここでは、変化の割合の意味の理解が不十分なまま、グラフの指導に入るため、「変化の割合」「グラフの傾き」「 $y=ax+b$ の $a$ の意味」がバラバラの知識となって、それぞれが相互に関連し合った理解にまで至らない生徒が多数見られた。そこで、本委員会では、変化の割合の指導において、その概念や意味の理解ができていない段階で、形式的に指導はせず、変化の割合の概念や意味を理解させる素地的な学習の指導を重視している。

本研究は、日常場面の事象を通して、生徒の視点から1次関数の「 $x$ の1増加量に対する $y$ の増加量」(A)を見いだし、その意味や理解を深める指導を追究することである。ここでは、生徒自身が(A)を見いだす姿勢や必要感が指導の力点となる。このことから、次の指導の流れや、課題の設定の工夫をし、指導にあたった。

中2関数の指導計画の概要

- |                        |               |
|------------------------|---------------|
| ① 1次関数の意味 (第1,2時)      | ⑥ 問題演習(1h)    |
| ② 変化の割合の素地的な学習 (第3,4時) | ⑦ 方程式と関数(4h)  |
| ③ 1次関数のグラフ(3h)         | ⑧ グラフのよみ(1h)  |
| ④ 1次関数のグラフと変化の割合(1h)   | ⑨ 1次関数の利用(3h) |
| …「(1次関数の)変化の割合を定義する」   | ⑩ 問題演習(1h)    |
| ⑤ 1次関数の求め方(1h)         |               |

計 19 時間

#### (2) 関数の「変化の割合が一定」とみなす活動 ※第1~4時の内容

本研究は、指導計画第1~4時に深く関わった内容である。

指導計画第1,2時で扱う課題は、図形の素材を使い、図形に保証された変化の割合が一定であることを基に、表や図を観察させ、式 $y=ax+b$ の

「 $a$ 」や「 $b$ 」の意味を見いだしさせる。右表参照。  
(第1,2時の指導内容「1次関数の意味・定義」)

第1時・ $y=4x$ の4の意味は、図を使い確認する。

- ・段数を4倍すると周の長さが決まることを確認する。
- ・周の長さが4cmずつ増えていることを確認する。

第2時・変化の様子を調べるために表をかかせる。

その変化の特徴を図の中で考えさせ、 $y=ax+b$ の式を見いだしさせる。

- ・見いだした $y=2x+2$ の式の「 $2x$ の2」、「 $+2$ の2」のそれぞれの意味を図で確認する。

それに対し、第3,4時で扱う課題は、ゲリラ豪雨という日常場面から、それをもとにし



1	1次関数の意味	<p>① 1辺の長さが1cmの正方形を、図のように積んでいきます。</p> <p>② 積んで変わる量を見つける。</p> <p>③ 段数の数が<math>x</math>段のときの周の長さを<math>y</math>cmとして、その変化の様子を調べる。</p> <p>④ 表・グラフ・式(<math>y=4x</math>)を求めると。</p> <p>⑤ <math>y=4x</math>の定数「4」の意味を考える。</p>
2		<p>⑥ 段数の数が<math>x</math>段のときの直線の数を<math>y</math>個として、その変化の様子を調べる。</p> <p>⑦ 段数の数が<math>x</math>段のときの直線の数を<math>y</math>個として、その変化の様子を調べる。</p> <p>⑧ ①は<math>x</math>の1次関数であることを定義する。</p>

た水槽に水を入れたり出したりする活動を取り上げる。水を入れたり出したりするときの変化の割合が一定であるとみなすことで、問題を解決することができる。

(3) 第3時 学習指導案

①ねらい：具体的な事象から、変化のようすをことばやグラフや表でとらえ、変化の割合の概念と変化の割合が一定であることの意味を理解させる。

②本時の流れ

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																														
課題場面を把握する	<p>— [課題場面] —</p> <p>深さ 40 cm の直方体の形をした水槽に、水を入れていきます。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画(水槽に水が入るようす)を見せ、課題場面に興味・関心をもたせる。</li> <li>その後、水が入っていない水槽と気付いたことが書けるプリントを配布する。</li> </ul>																														
変化するものを考える	<p>(1) 時間が変わると何が変わりますか。</p> <p>ア 水槽の中の水の量                      イ 水の高さ ウ 水槽に入る水の量                      エ 水の深さ オ 水の入る速さ                              カ 水の出方 キ 途中から水の入る速さ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>再度動画を見せ、課題場面を提示し、時間が変わると変化する数量を考えさせる。</li> </ul>																														
めあてを示す 変化のようすを考える	<p>めあて「水の高さについて考察しよう(調べよう)」</p> <p>(2) 水の高さがどのように変わっていますか。(それは、どうしてわかったのですか。)</p> <p>ア 途中で変わっている。 イ 10分前後で変わっている。 ウ 水の増え方が一定である。 エ 変わった時間の前の増え方と後の増え方が違う。 オ マスや数値がないから、分からない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画は生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。</li> <li>めあてを示し、(2)以降につなげていく。</li> </ul>																														
課題1を把握する	<p>— [課題1] —</p> <p>深さ 40 cm の直方体の形をした水槽に、水を入れていきます。水面の高さのようすを詳しく調べましょう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画(目盛りのついた水槽に水が入るようす)を見せる。そのスライドは目盛りが 10 cm 刻みのものと 5 cm 刻みのものを準備する。</li> </ul>																														
変化のようすを考える	<p>(3) 水面の高さはどのように変わりますか。詳しく調べてみてください。</p> <p>ア 8分間で 12 cm 水がたまる。 イ 15分間で 40 cm 水がたまる。 ウ 8分を過ぎたら、水の高さの増え方が変わる。 エ 8~15分の方が、増え方が大きい。 オ 0~8分の方が、増え方が小さい。 カ だんだん深くなっていく。 キ 0~15分の7分間で 28 cm 増えた。 ク 一定の増え方になっている。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画を何度か見せる。</li> <li>(1)と同様に、動画は生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。</li> </ul>																														
課題1-2を把握する	<p>— [課題1-2] —</p> <p>水は一定の割合で増えています。水槽の1分ごとの水面の高さの変化のようすを、調べてみよう。なお、水槽に水を入れ始めて <math>x</math> 分後の水面の高さを <math>y</math> cm とします。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>グラフや表をかくための方眼用紙を配布する。この時、半分使うように指示し、残りはグラフを書く時に使わせる。</li> </ul>																														
表をかいて、変化のようすを調べる	<p>(4) 水面の高さの変化のようすを、表をかいて調べましょう。</p> <table border="1" data-bbox="375 1904 1045 2004"> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2">1</td> <td colspan="2">1</td> <td></td> <td colspan="2">1</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>...</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>0</td> <td>1.5</td> <td>3</td> <td>4.5</td> <td>...</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>...</td> <td>40</td> </tr> </table>			1		1			1			$x$	0	1	2	3	...	8	9	...	15	$y$	0	1.5	3	4.5	...	12	16	...	40	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画は見せずに、表を書かせていく。</li> <li>表の <math>x</math> の値は、生徒自身が設定する。</li> </ul>
		1		1			1																									
$x$	0	1	2	3	...	8	9	...	15																							
$y$	0	1.5	3	4.5	...	12	16	...	40																							

グラフをかかせる	イ	$\begin{array}{c ccc} x & 0 & 8 & 15 \\ \hline y & 0 & 12 & 40 \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>・1分間あたりの水面の高さが変化するように考えさせる。</li> <li>・水の増え方が、急に12cmの高さまで増えるわけではないことを示唆する。</li> <li>・何にもかけない生徒には、1分ごとの表を書かせるように促す。</li> <li>・グループでの話し合いや、タブレットで動画を見てもよい。</li> <li>・グラフの確認をするときに、表やグラフを一度に表せる動画をみせる。</li> <li>・生徒の発言から、一定の割合の考えや一定の割合で増えている理由に触れる。</li> <li>・出てきた意見を確認し、次時以降の変化の割合につなげていく。</li> </ul>
	ウ	$\begin{array}{c cccccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline y & 0 & & 3 & & 6 & & 9 & & 12 \end{array}$ $\begin{array}{cccccccc} 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 20 & & 28 & & 36 \end{array}$	
まとめ	(5) (4)で調べたことをグラフに表してみよう。気付いたことを発表しよう。		
	ア 右のグラフ		
	イ 8分で12cmから $12 \div 8 = 1.5$ cm 1分で1.5cmずつ増えている。		
	ウ 7分間で28cm増えるので、 1分で4cmずつ増える。		
	○本時の授業のまとめをします。		

## ②協議内容

### 1) 授業者自評

- ・導入するときの映像の見せ方も工夫が必要か。自分の中では2回くらい見せれば十分かと思った。
- ・いろいろな考えを出してくれたので、必要な意見をうまく引き出すことができた。

### 2) 協議

- ・水が増えていくときに、水の高さ、水の量、かさという言葉を使っていた生徒がいた。水が入っていないところの容量、重さということばが普通に出てきた。
- ・どのように水が増えるかを聞くと、一定のペースであるという意見が出た。「ずっと一定のペース？」と聞くなど揺さぶってもよかった。
- ・比例という言葉が何名か出ていた。ただ、満水になるまでずっと比例であると思っているのか。生徒はどういう認識であるか。→同じ割合で水が入っているからではないか。
- ・「一定の割合」がどういうことかを理解させたい。

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & \cdots & 8 & \cdots & 15 \\ \hline y & 0 & \cdots & 12 & \cdots & 40 \end{array} \quad \text{から} \quad \begin{array}{c|cccccccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & 8 & 9 & 10 & 11 & \cdots & 15 \\ \hline y & 0 & 1.5 & 3 & 4.5 & \cdots & 12 & 16 & 20 & 24 & \cdots & 40 \end{array} \quad \text{と区間を分割する。}$$

- ・2つの一定の割合を扱うことで変化の割合に着目することができた。

### 3) 指導案改訂について


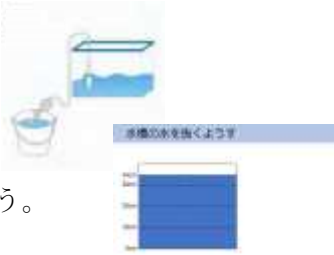
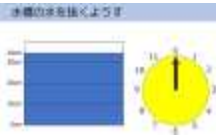
- ・キーワードを拾う。「ずっと増えている」「一定」「ずっと同じ割合で増えている」など、生徒の思い込みに対して教師が「本当？」と揺さぶることが大切である。
- ・めあては「水の高さの変化の様子はどのように調べればよいか」とするのはどうか。表やグラフ、言葉で変化のようすを説明する。一定に増えることとはどういうことか、というのも扱う。
- ・水の入れ方は途中で変わるだけでも見方が深まる。1つの関数ではなく、2つの関数に変域ごとに定まることがよい。

## (4) 第4時 学習指導案

### ①本時のねらい

- ・具体的な事象から  $y=ax+b$  の関係について、変化の割合の視点で表やグラフを使い、調べることができる。
- ・ $y=ax+b$  の  $a$  について、変化の割合の特徴を  $a>0$  または  $a<0$  の場合で考え、判断し見いだすことができる。

②本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
日常の場面 を考 える	<p>—[日常の場面]—</p> <p>飼っている金魚の水槽の水を交換しようと考えています。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>日常の場面については、教師が話題にしながら興味・関心をもたせる。</li> </ul>
課題場面 を把握す る	<p>(1) 水槽で金魚や魚を飼っている人はいますか。どのように水を入れ替えますか。</p> <p>ア 金魚を他の入れ物に移し替えて、水を全部入れ替える。</p> <p>イ 水を出すときにポンプを使って、水を出す。</p> <p>—[課題場面]—</p> <p>上の図は水槽から水を排水するポンプです。このポンプを使って水を排水し、また水を入れ替えることを考えます。ポンプで水を排水する様子を観察してみよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>水槽の写真を見せ、イメージをもたせてもよい。</li> <li>水槽がかかれた図と自由意見が書けるプリントを配布する。</li> <li>0 cmと 34 cmの目盛りが入った水槽から水が減っていく様子の動画を観察させる。</li> </ul>
変化のよう すを考 える	<p>(2) この動画を見て、気付いたことをいみましょう。</p> <p>ア 途中で減り方が変わっている。</p> <p>イ 途中で減り方が遅くなっている。</p> <p>ウ マスや数値がないから、変化が分からない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>必要に応じて、動画は繰り返し見せる。</li> <li>生徒の感覚的な表現を取り上げ、速さや高さに注目させるようにやり取りをする。</li> <li>アやイの意見は具体的にどのように変わっているかを問い、(3)につなげる。</li> </ul>
視点を定め、 変化のよう すをとら える	<p>(3) 時間に注目しながら、もう一度じっくり観察していきましょう。水の減り方の様子で気が付いたことをいみましょう。</p> <p>ア 6分前後で変わっている。</p> <p>イ 6分のところで減り方が遅くなった。</p> <p>ウ 6分の前の方が減り方は速い。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画は、目盛りが 10 cm刻みの水槽で、時計が入ったものを何度か見せる。</li> <li>問題提示のときに配ったプリントと同じもの(新しいもの)を配布し、気づいたことを書かせる。</li> </ul>
めあてを示す 課題を提 示する	<p>めあて「水の高さの変化のようすを(詳しく)調べよう」</p> <p>—[課題]—</p> <p>深さ 34cm の水槽から水を抜いていきます。水面の高さの様子について <math>x</math> 分後の水面の高さを <math>y</math> cm とします。水面の高さの変化のようすを詳しく調べよう。</p>  <p>(4) 水面の高さはどのように変わりますか。これまでのことを整理してみましよう。</p> <p>ア 最初は 34cm まで入っている。</p> <p>イ 6分後に水の高さが 10 cm になる。</p> <p>ウ 水を抜き始めてから 10分後には 0cm になった。</p> <p>エ 6分を過ぎたら、水の高さの減り方が変わる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>プリントを配布する。</li> <li>最初、水が 34cm まで入っている状態を、0 分で 34cm と確認する。</li> <li>時間とともに水面の高さが変わるようすの動画を見せる。マス目は、だんだん細かくしていく。</li> </ul>

表をかいて変化のようすを調べる

- オ 6分を過ぎたら、4分間で10cm水が減る。
- カ 0～6分の方が、減り方が大きい。
- キ 6～10分の方が、減り方が小さい。
- ク 6分間で24cm水が減る。
- ケ 0～6分で一定に減り、6～10分でも一定に減る。

(5)  $x$  と  $y$  の関係を、表を書いて調べましょう。

ア

$x$ (分)	0	6	10
$y$ (cm)	34	10	0

$\overset{+6}{\curvearrowright}$     $\overset{+4}{\curvearrowright}$   
 $\underbrace{-24}$     $\underbrace{-10}$

0分から6分までは  $-24 \div 6 = -4$  なので、1分間に4cmずつ減っている

6分から10分までは  $-10 \div 4 = -2.5$  で、1分間に2.5cmずつ減っている

イ

$x$ (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y$ (cm)	34	30	26	22	18	14	10	7.5	5	2.5	0

$\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   $\overset{+1}{\curvearrowright}$   
 $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-4}$   $\underbrace{-2.5}$   $\underbrace{-2.5}$   $\underbrace{-2.5}$   $\underbrace{-2.5}$

0分から6分までは、1分間に4cmずつ減る

6分から10分までは、1分間に2.5cmずつ減る

ウ

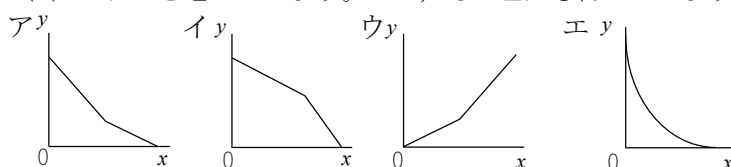
$x$ (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y$ (cm)	34		26		18		10		5		0

$\overset{+2}{\curvearrowright}$   $\overset{+2}{\curvearrowright}$   $\overset{+2}{\curvearrowright}$   $\overset{+2}{\curvearrowright}$   $\overset{+2}{\curvearrowright}$   
 $\underbrace{-8}$   $\underbrace{-8}$   $\underbrace{-8}$   $\underbrace{-5}$   $\underbrace{-5}$

0分から6分までは  $-8 \div 2 = -4$  なので、1分間に4cmずつ減る。

6分から10分までは  $-5 \div 2 = -2.5$  で、1分間に2.5cmずつ減る。

(6) グラフを選びましょう。また、その理由も言ひましょう



- ア 変化する前後は、規則的に変化するようにした。
- イ 6分までは1分間あたり4cm減るようにした。
- ウ 6分までは1分間あたり4cm増えるようにした。
- エ 6分からは1分間あたり2.5cm増えるようにした。
- オ 6分からは1分間あたり2.5cm減るようにした。

確認問題を解く

【問題】

水槽の水の高さが、次のように変化したとき、最も変化のしかたが大きいのは、何分から何分のところですか。

$x$ (分後)	0	5	10	25
$y$ (cm)	30	10	0	30

(7) 答えと理由を言ひましょう。

- ア 0分から5分で20cm減っているから1分あたり4cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので1分あたり2cm減っている、10分から25分

生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。

- 0～6分と6～10分はそれぞれ一定の減り方であるとみなすと確認する。
- 「6分後に10cmとする」ことを教師が伝える。
- 動画は見せずに、表を書かせていく。
- 何にもかけない生徒には、1分ごとの表を書かせるように促す。
- 1分間に何cmずつ水面の高さが変化するか考えさせる。
- グループで話し合ったり、タブレットで動画を見たりしてもよい。
- 「4cm減る」・・・-4cm  
「2.5cm減る」・・・-2.5cmのように「減る」言葉と±の数値を対応させ板書。そして、「もし、+2.5cmだったら「減る？増える？」を問う。
- 生徒の発言から、一定の割合の考えに触れ、減っている理由に触れる。

- ウやオの意見を取り上げて確認をする。
- 最後に表の確認をする時に、スライドで水の変化のようすとグラフと連動させて見せる。

- 確認問題として、1分間あたりの変化の量を考えさせることに、注目させる。

【評価】

A 正解


理由：1あたり量をもとに、複数の増え方や減り方を比較して、理由が述べられている。

	<p>は、1分あたり2cm増えているので、0分から5分が最も変化が大きい。【A評価】</p> <p>イ 0分から5分で20cm減っているから5分あたり20cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので5分あたり10cm、10分から25分は、5分あたり10cmなので0分から5分が最も変化が大きい。【A評価】</p> <p>ウ 10分から25分で30cm増えているから、最も変化が大きい。【C評価】</p>	<p>B 正解</p> <p>理由：1あたり量をもとにして考えず、増加量で理由が述べられている。あるいは、複数の増え方や減り方を比較せずに、理由が述べられている。</p> <p>C 見当違いなことを言っている。</p>
まとめ	<p>○本時の授業のまとめをします。</p> <p>1分あたりの変化に注目すると、変化についてわかりやすくなる。</p>	<p>・出てきた意見を確認し、次時以降につなげる。</p>

(5) 第3時 改訂学習指導案

①本時のねらい  $y=ax+b$  の  $a$  を0より大きい値で、変化のようすを表やグラフから、変化の割合の視点で調べることができる。

②本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
日常の場面を考える	<p>— [日常の場面] —</p> <p>最近、ゲリラ豪雨で被害が出たというニュースを耳にします。豪雨というのは、どのようなことから判断するのだろうか。</p>  <p>(1) 雨の強さは、どのように分かるのだろうか。</p> <p>ア 見た目   イ 降水量</p> <p>ウ 1時間あたりの雨の降る量</p> <p>エ 雨粒の大きさ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・日常の場面を取り上げ、数値化できる数学の問題を見いださせる。</li> <li>・どのように危険を察知するか、日常生活に絡めながら課題場面につなげる。</li> <li>・変量的な数量に着目させるように、何を取り上げるか明確にする。</li> <li>・ウが出ない場合は、降水量の意味を聞き、1(時間・分・日)あたりに着目させる。</li> </ul>
課題場면을把握する	<p>— [課題場面] —</p> <p>右の写真は「転倒ます型雨量計」という雨量を計測する計測器です。この雨量計の中には円柱状の容器があり、そこに雨が溜まっていくことで降水量を調べています。円柱状の容器に雨が溜まっていくようすを観察してみましよう。(動画)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>・転倒ます型雨量計の写真や動画を見せ、課題場面に興味・関心をもたせる。</li> <li>・動画は生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。</li> <li>・容器(雨量計)がかかれた図と自由意見が書けるプリントを配布する。</li> <li>・0 cmと40 cmの目盛りが入った容器に雨が溜まっていくようすの動画を観察させる。</li> <li>・生徒の感覚的な表現を取り上げ、速さや高さに注目させるようにやり取りをする。</li> <li>・アについて、より具体的に考える。</li> <li>・動画は時計が入ったもので、目盛りが10 cm刻みの</li> </ul>
変化のようすを考え、速さと高さに注目させる	<p>(2) この動画を観て、気付いたことを言いましよう。</p> <p>ア 途中で変わっている。</p> <p>    どのよう変わりましたか。</p> <p>ア<sub>1</sub> 10から15 cmの間で、水が溜まる速さが速くなった。</p> <p>ア<sub>2</sub> 12か13 cmくらいで、水が溜まる速さが速くなった。</p> <p>ア<sub>3</sub> 15 cmのところで、水が溜まる速さが速くなった。</p> <p>イ 途中で水の増え方が速くなっている。</p> <p>ウ マスや数値がないから、変化が分からない。</p> <p>エ 一定に増えている。</p>	



視点を定め、変化のようすをとらえる

(3) 時間に注目しながら、もう一度じっくり観察していきましょう。雨の溜まる増え方の様子で気付いたことを言いましょう。

- ア 10分前後で変わっている。
- イ 8分のところで溜まり方が速くなった
- ウ 8分の前よりも、後の方が速い

水槽を何度か見せ、生徒から要望があれば、目盛りが5 cm刻みのものを見せる。

- ・問題提示のときに配ったプリントと同じもの(新しいもの)を配布し、気づいたことを書かせる。

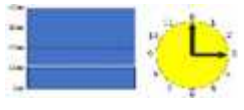
めあてを示す

めあて「水の高さの変化のようすを(詳しく)調べよう」

変化のようすを整理する

〔課題〕

深さ 40 cmの「円柱状の容器」に、水を入れていきます。水面の高さの変化のようすを詳しく調べよう。



(4) 水面の高さはどのように変わりますか。これまでのことを整理してみましょう。

- ア 8分間で12 cm水がたまる。
- イ 15分間で40 cm水がたまる。
- ウ 8分を過ぎたら、水の高さの増え方が変わる。
- エ 8～15分の方が、増え方が大きい。
- オ 0～8分の方が、増え方が小さい。
- カ だんだん深くなっていく。
- キ 8～15分の7分間で28 cm増えた。
- ク 一定の増え方になっている。

- ・水の入っていない状態を、0分で0 cmと確認する。

- ・時間とともに水面の高さが変わるようすの動画を見せる。マス目は、だんだん細かくしていく。生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。

- ・0～8分と8～15分はそれぞれ一定の増え方であるとみなすと確認する。

- ・「8分で12 cmとする」ことを教師が伝える。

- ・動画は見せずに、表を書かせるように促す。

- ・何にもかけない生徒には、1分ごとの表を書かせるように促す。

- ・1分間に何cmずつ水面の高さが増えるか考えさせる。

- ・水の増え方が、急に12 cmの高さまで増えるわけではないことを示唆する。

- ・グループで話し合ったり、タブレットで動画を見たりしてもよい。

表をかいて、変化のようすを調べる

(5) 水を入れ始めてから  $x$  分後の水面の高さを  $y$  cm とします。 $x$  と  $y$  の関係を、表を書いて調べましょう。

ア

$x$	0	1	2	3	...	8	9	...	15
$y$	0	1.5	3	4.5	...	12	16	...	40

$+1.5 +1.5 +1.5 +1.5$        $+4 +4 +4$

0分から8分までは、1分間に1.5 cmずつ増えている  
8分から15分までは、1分間に4 cmずつ増えている

イ

$x$ (分)	0	8	15
$y$ (cm)	0	12	40

$+12 +28$

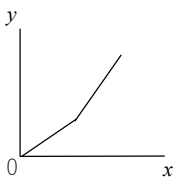
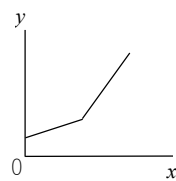
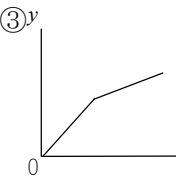

0分から8分までは  $12 \div 8 = 1.5$  なので、1分間に1.5 cmずつ増えている  
8分から15分までは  $28 \div 7 = 4$  で、1分間に4 cmずつ増えている

ウ

$x$ (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$y$ (cm)	0	3	6	9	12	20	28	36								

$+3 +3 +3 +3 +8 +8 +8$

0分から8分までは  $3 \div 2 = 1.5$  なので、1分間に1.5 cmずつ増えている。  
8分から15分までは  $8 \div 2 = 4$  で、1分間に4 cmずつ増えている。

<p>グラフを選び確認する</p>	<p>(6) グラフを選びましょう。また、その理由も言ひましょう。</p> <p>① </p> <p>② </p> <p>③ </p> <p>ア グラフ① 途中のところで水の増え方が速くなる。          イ グラフ② <math>x</math>が0のとき、<math>y</math>は0でない。          ウ グラフ③ 途中で水の増え方が遅くなる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフの確認をするときに、表やグラフを一度に表せる動画をみせる。</li> <li>・1あたり量に着目させ、傾き具合を確認する。</li> </ul>								
<p>確認問題を解く</p>	<p>【問題】</p> <p>ある場所でこういう降り方になりました。始めの5分間と後の10分間ではどちらが雨の降り方が激しいですか。</p> <table border="1" data-bbox="359 593 662 672"> <tr> <td><math>x</math>(分)</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td><math>y</math>(cm)</td> <td>0</td> <td>20</td> <td>40</td> </tr> </table> 	$x$ (分)	0	5	15	$y$ (cm)	0	20	40	<ul style="list-style-type: none"> <li>・確認問題として、1分間あたりの降水量を考えさせることに、注目させる。</li> <li>・動画を見せられるようにする。また、最初に見せた転倒ます型雨量計の写真を見せる。</li> </ul>
$x$ (分)	0	5	15							
$y$ (cm)	0	20	40							
<p>まとめ</p>	<p>(7) 答えと理由を言ひましょう。</p> <p>ア 始めの5分間は20 cm増えているから1分間に4 cmずつ増えている。次は10分間で20 cm増えているから1分間に2 cmずつ増えている。したがって、始めの5分間の方が、降り方が激しい。(A 評価)</p> <p>イ 始めの5分間は20 cm増えている、次は10分間で20 cm増えている。短い時間で同じ水が増えたので、始めの5分間の方が、降り方が激しい。(B 評価)</p> <p>ウ 20 cmずつ増えているから、降り方は同じ。(C 評価)</p> <p>○本時の授業のまとめをします。          ・変化の様子は、1分あたりの増える量に着目する。</p>	<p>【評価】</p> <p>A 正解 理由：1あたり量をもとに、2種類の増え方があることから理由を述べている。</p> <p>B 正解 理由：1あたり量に着目していない。</p> <p>C 見当違い。 ・出てきた意見を確認し、次時以降の変化の割合につなげていく。</p>								

### 3 今後の課題

今後は次の①～③を課題として、研究を進めていく。

①作成した指導案を授業実践し、妥当性を検証する。

②関数指導にICTを取り入れつつ、数学的に解決できる能力を養えるような指導計画の改善や指導案の作成を行い、実証的に研究を進める。

③関数指導における小・中・高の系統的な指導の在り方について、研究を行っていく。

[引用・参考文献]

1) 都中数研究部 関数委員会(2012)「中学校数学科 関数指導を極める」, 明治図書

令和4年度 関数委員会 委員名簿 (◎は代表者)	
板垣 陽介 (中野区立北中野中学校)	高山 琢磨 (大田区立志茂田中学校)
小高 洋平 (北区立滝野川紅葉中学校)	塚本 桂子 (新宿区立西早稲田中学校)
桑原 宏一 (港区立高陵中学校)	堀 孝浩 (中野区立緑野中学校)
齋藤 圭祐 (東京都教育委員会)	待山 貴彦 (武蔵村山市立第五中学校)
酒井 翔 (北区立堀船中学校)	山本 恵悟 (足立区立千寿青葉中学校)
◎菅田 圭一 (江戸川区立清新第一中学校)	吉田 直樹 (練馬区立大泉第二中学校)
関 富美雄 (渋谷区立上原中学校)	吉田 裕行 (世田谷区立三宿中学校)
高村 真彦 (板橋区立高島第二中学校)	
〈共同研究者〉風間喜美江 (元香川大学)	