

中学校「関数」指導展開案

都中教研 研究部 関数委員会

石野君雄 新宿区立四谷二中	居駒永信 新宿区立戸塚一中
井出 昭 武蔵野市立武蔵野一中	岩木敬郎 文京区立文京六中
川崎 勉 板橋区立赤塚二中	小沢慶亮 多摩市立多摩中
風間 勝也 港区立第二大島中	国宋 進 品川区立伊藤中
五島秀夫 文立三河台中	須藤哲夫 品川区立東海中
藤田誠二 板橋区立赤塚二中	山田幸穂 新宿区立淀橋二中

1. 研究の経過

中学校学習指導要領が昭和 52 年 7 月に改訂されたが告示に先きがけて、都中教研 関数委員会では、多くの現場教師の意見をとり入れながら「関数」の指導計画を立案した。

告示後、改訂の趣旨を十分に生かし、昭和 52 年度から順次、学年を追い具体的な「関数」指導計画及び指導展開例の試案を作成し、授業研究を通して検討を加えてきた。

研究内容については、その都度 都中教研研究発表大会、日数教開ブロ大会（東京・千葉）について発表してから、今回、3 年までの内容の検討を終えたので本大会でその成果を発表する。

これまで一貫して基礎的・基本的な知識の習得や技能の習熟を図るとともに、関数的な見方・考え方の育成に配慮し、生徒の発達段階に応じて関数教材の開拓につとめてきた。

今後、さらには授業を実施しながら研究をすすめ、より効果的な指導が可能になるような指導展開案に改良していく。

2. 研究のねらい

周知のとおり、新しい学習指導要領は表現が簡潔

記述が少なく、指導に際しては、現場の教師に任せられ部分が少なくていい。

どんな教材でどのように指導するのか、その責任の重大さを痛感する。

関数委員会では改訂の趣旨にそって各学年における関数指導の実際を検討し、次の内容について研究のスポットをあて実践的な指導計画及び指導案を作成し授業研究を通して検討を加える。

- 第1学年では大幅な変動のあった導入部分
- 第2学年では一次関数の導入部分、さらに関数の指導がひと通り終ったところで、具体的な事象から関数関係を見出して問題解決を図る部分
- 第3学年では従来と扱いが变了「2乗に比例する関数」「いろいろな事象と関数」「集合と関数」の部分

3. 作成にあたっての留意点

時間数削減に伴ない指導内容を基礎的・基本事項に精選するとともに他領域と関連して指導時数を配慮した。

第1学年では比例、反比例を中心にして事象に即しながら「～への関数である」という表現や見方などができるように心かけた。

第2学年では1年との関連をはかりながら、身近な親しみやすい具体例で、しかも関数的な見方、考え方の育成を図るようにし、第3学年への発展を考慮して教材で、しかし誰にでも扱え特殊な材料や難解なものは扱わないように心がけた。

第3学年では1、2年の趣旨を貫き、同一教材を多角的に与えるよう努めた。

全体を通して、どの教科書でもない、わかりやす且具体的な教材の開発につとめた。取り扱いによっては、さらに高度な内容を含ませながら指導できるので、生徒の実態に即して工夫していく所だ。

4. 研究の内容

第1学年

指導計画

第1学年「関数」の指導計画を次のように考えた。

項目	指導内容	用語	時数
関 数	<ul style="list-style-type: none"> ○ ともなって変わるもの ○ 変数を文字で表すこと ○ 関係を表や式で表すこと ○ 变数・定数の意味 ○ 関数の意味 ○ 変数のとる値の範囲 	変数 定数	4
座標とグラフ	<ul style="list-style-type: none"> ○ 直線上の点の座標 ○ 平面上の点の座標 ○ 関数のグラフの意味 ○ いろいろな関数のグラフ 	xy軸 座標軸 原点 x座標 y座標	4
比例と反比例	<ul style="list-style-type: none"> ○ 比例の意味 ○ 比例の関係と式表現 ○ $y = ax$ のグラフとその特徴 ○ 反比例の意味 ○ 反比例の関係と式表現 ○ $y = \frac{a}{x}$ のグラフとその特徴 	比例定数	5
練習問題			2

指導展開例

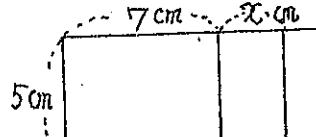
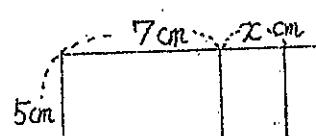
第1時

学習活動	留意点
<p>① 関数を考えることの必要性・有用性を認識する (例) 自動車でA地からB地まで行く。 所要時間を知るには何がわかれればよい?</p>	<ul style="list-style-type: none"> 日常生活の中で無意識に関数的な処理をして、合理的に対処しているような例をあげ、関数を考えることの良さに気づかせるようにする。 ガソリンの消費量などにふれてもよい。
<p>② ともなって変わることの意味を知る</p> <ul style="list-style-type: none"> 深さ20cmの円柱形の水槽に4cmの深さまで水がたまており これに水を注ぎ入れる。 毎秒2cmの割合で深くなっていく とするとき <ul style="list-style-type: none"> 2. 3. 4. 7秒後には深さはどれだけになるか いっぱいになるとまでに何秒かかるか 水を入れればじめてからの時間が変わると水の深さも 変わり 時間がかかると深さもさまる この場合の水の深さは時間とともに変わる量である 	<ul style="list-style-type: none"> この例でなくともいいが、できるだけ、ともなって変わること(一方が大きれば他方も1つ大きくなること)が明らかなる例がよい。また変量としてどうえやすい例にする。 小学校でもある程度学んできているので、「ともなって変わること」ということの意味を明確にすることを中心とした内容には深入りしない。
<p>③ ともなって変わる量の例をあげる (例)</p> <ul style="list-style-type: none"> みかんとかき合わせて20個あるときのみかんの数とかきの数 品物の個数とねだん 正方形の1辺の長さと周の長さ または面積 普通電報の字数と料金 	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の方から例があがらないときは「自転車に乗るときのペダルやタイヤの回転数、運んだ距離、時間」などの例を示して考えさせる。
<p>④ 上であげた例がともなって変わるものであるかどうかを確認する</p> <ul style="list-style-type: none"> 一方が増えると他方はどうなるか 一方がさると他方もそれにともなってさるか 	<ul style="list-style-type: none"> 具体的な数値で考えさせるようにする。
⑤ 本時のまとめ	

第2時

学習活動	留意点
① 前時の復習	
② 1つの事象からいろいろな変量をみい出す ○ 100㍑はいる水そうがあって、 A管からは毎分6㍑ずつ水が はいり、B管から毎分4㍑ずつ 水が出ていくものとする。 ○ この状態で変わら量と、変わ らない量をあげてみる。 <u>変わる量</u> <u>変わらない量</u> <ul style="list-style-type: none"> ・時間 ・水の量 ・水の深さ ・水の重さ ・A管から出る毎分の水の量 ・B管から出る毎分の水の量 ・1分間にたまる水の量 ・水面の面積 	○ 水そうの形状は単純な 柱体とする。 
③ ②であげた変量のうち、ともなって変わるものを見出す。 ○ 時間をきめると何がきむるか ○ ともなって変わるものを見出す。	<ul style="list-style-type: none"> ○ 水が0の状態からはじ めいっぱいになら やめることにして、変域 についても多少意識させ たい。
④ B管から出る水の量を変化させるとにより、 それにともなって変わるものを見出す。 <ul style="list-style-type: none"> ・水そうに水がいっぱいになるまでの時間 ・1分間にたまる水の量 	<ul style="list-style-type: none"> ○ B管を一定にし、A管 の方を変化させてもよい
⑤ 身近な事象でいくつかの変量をもつ例を考え てみる。 <ul style="list-style-type: none"> ・歩く時の歩幅、スピード：距離、時間 	
⑥ ⑤の例で何を一定にすれば、どれどどが、 ともなって変わるものになるかを考える	
⑦ 本時のまとめ	

第3時

学習活動	留意点
① 前時の復習	
② 関係を表や式で表す <ul style="list-style-type: none"> 横の長さを x cm 増加するときの周の長さを y cm として表を作る $\begin{array}{ c ccccccc } \hline x & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ \hline y & & 24 & 26 & 28 & 30 & 32 & \dots \\ \hline \end{array}$ 	<ul style="list-style-type: none"> 式を作るとき $x=0$ のとき $y=24$ $x=1$ のとき $y=24+2\times 1$ $x=2$ のとき $y=24+2\times 2$ <p>のように計算できることから式を導びくことができる</p>
③ 変数・定数の意味を知る	
④ 表と式を作る <ul style="list-style-type: none"> 横の長さが x cm 増加するときの面積を y cm² とする $\begin{array}{ c ccccccc } \hline x & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \dots \\ \hline y & & 35 & 40 & 45 & 50 & 55 & \dots \\ \hline \end{array}$  $y = 35 + 5x$	<ul style="list-style-type: none"> 変数・定数に注目せよ ともなって変わるものとの関係がいつ式で表せるとは限らないことを注意せよ
⑤ いろいろな例について y を x の式で表し、表を作る。 <ul style="list-style-type: none"> 直角をはさむ辺が x cm の直角二等辺三角形の面積 y cm² 40人のクラスで出席者の数 x 人と欠席者の数 y 人 正三角形の1辺 x cm と周の長さ y cm たて 5 cm、横 x cm の長方形の面積 y cm² 	<ul style="list-style-type: none"> 変量間の法則を把握せることに重点をおく 変域については軽く触れる程度とし、用語は出さない
⑥ 本時のまとめ	

第4時

学習活動	留意点														
① 前時の復習															
② 関数の意味を知る <ul style="list-style-type: none"> ○ A地から 50 Km はなれた B 地へ自転車で毎時 10 Km の速さでいくとき、次時間後の強引の距離を y Km として式を作る $y = 50 - 10x$ ○ 表を作る <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr> <td>y</td><td>50</td><td>40</td><td>30</td><td>20</td><td>10</td><td>0</td></tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> ○ x や y のとる値の範囲 $0 \leq x \leq 5 \quad 0 \leq y \leq 50$ ○ 変数 x に変数 y が付随するというとの意味を知り、x と y は関数関係にある、または、y は x の関数といふことを知る ○ 式の利用 	x	0	1	2	3	4	5	y	50	40	30	20	10	0	<ul style="list-style-type: none"> ○ 変数 y が自身が関数であるようにうけとめられぬように配慮する
x	0	1	2	3	4	5									
y	50	40	30	20	10	0									
③ いくつかの事例から関数関係の意味を理解し、用語が使えるようにする	<ul style="list-style-type: none"> ○ ともなって変わる意味にもふれる 														
○ 次のような例で <ul style="list-style-type: none"> ○ y は x の関数といえるか ○ y を x の式で表す ○ x, y の値の範囲などを確かめる ○ 上の例で x 時間に進んだ距離を y Km とする ○ 1 本 20 円の鉛筆 x 本のねだん y 円 ○ 面積 36 cm^2 の長方形のたて x cm, 横 y cm ○ x 円の金額で出せる小包の重さ y g 	<ul style="list-style-type: none"> ○ なるべく比例・反比例につながるような例をあげる ○ y が元の関数とならないものも入れる ○ 関係の用語は用いない 														
④ 本時のまとめ															

授業記録（指導の実際）

- (1) 日時 昭和 53 年 2 月 20 日 (月) 第 6 後時 (2:05 ~ 2:50)
- (2) 対象 板橋区立桜川中学校 1 年 E 組 在籍 43 名
- (3) 授業者 板橋区立桜川中学校 教諭 根本 益
- (4) 指導展開第 3 時の実際

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
0cmのとき 1cmのとき 2cmのとき 3cmのとき 6cmのとき	24 $24 + 1 \times 2$ $24 + 2 \times 2$ $24 + 3 \times 2$ $24 + 6 \times 2$	$P_1 = 24 \text{ cm}$ $P_2 = 26 \text{ cm}$ $P_3 = 28 \text{ cm}$ $P_4 = 30 \text{ cm}$ $P_5 = 36 \text{ cm}$
T. 1, 2, ..., 6をまとめて表すと T. 長方形の周の長さを 算出し、□をズして 式に表さすと。 T. 上の式で横の長さが 変わらず(変数)、変わ らなければ(定数)はどう れでしようか。		$P_6 = 24 + 4 \times 2$ $y = 24 + 2x$ $P = 24 + 2x$
T. ズとyとの関係を表 にしてみよう。 ノートに書ふせ、発表 させる。		$x 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \dots$ $y 24 \ 26 \ 28 \ 30 \ 32 \ 34 \dots$
T. ズが1.5cmのとき、 りは何cmですか T. 横の長さは何かcm まで変わることがで きますか。 T. そりでね、そのと り範囲は0から 7までです。 T. $y = 24 + 2x$ の式にズ の範囲を書いておき ましょ。 T. 積の長さ a が1cm増 加すると、それにと もなって、周の長さ はどう変化しますか T. あくへ、ズとyは、 比例しているのです か。 T. そういうあー (かくしばらくして) T. 比例は一方が2倍	P. 27cm. P. 7cmまでです。 $y = 24 + 2x$ (0 ≤ x ≤ 7) P_1 2cmずつ増えて いる。 P_2 比例している P_2 はい ざわつく 比例だといふ事が 多い。	• 式が等式される ように式を整理 しながら板書す る。 • 変わる量を色々 で囲む。 • 2, 3人の生徒が 機械的に横の長 さを5, 6, 7, 8, 9 10と書いている • 变数 定数の用語を意 識的に使ってい く。 • 増えれば、増え ると理解してい たようだ

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考														
<p>Y倍に変化すると、それによると、他方余分はり2倍、3倍になるのでしょ う。学校で少し習ったであります。などとはそんな関係になつてりますか。</p> <p>T. どとの関係は比例ではありませんね。</p>	<p>P. なっていなか P. の金額に合る。</p>	<p>指示するお倍りから表を元にまとめて簡単なとくする。 書かれていた簡単なとくを複数倍して3倍なり明確する。</p>														
<p>T. それでは、次に横の長さを以て、この全体の長方形の面積を求める。cm²とするとき、その関係を表すことをつくしてみよ。数値</p>	<table border="1"> <tr> <td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>---</td> </tr> <tr> <td>y</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td><td>55</td><td>---</td> </tr> </table> <p>ノートに書き、発表する</p>	X	0	1	2	3	4	---	y	35	40	45	50	55	---	<p>するべきとまるまるおとせばこと</p>
X	0	1	2	3	4	---										
y	35	40	45	50	55	---										
<p>T. 横を3cmとすれば、それ長方形の面積はどのうなるかと面積を増やしていくと、それが1cm²ずつ増えてます。</p>	<p>P. 50cm²です。</p>															
<p>T. 面積を増やしていくと、それはどうなりますか。</p>	<p>P. 5cm²ずつ増えます。</p>															
<p>T. これはどのどんなん式で表わされますか。</p>	<p>P. $y = 35 + 5x$</p>															
<p>T. このる範囲はどうなりますか</p>	<p>P. 0 ≤ x ≤ 7</p>															
<p>T. はじめに板書した6名が、2つの量の間で、2つが何にありますか</p>	<p>P. 橫の長さと引き出された面積。</p>															

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考														
T. 横をx、面積をyと して式を作りなさい いろいろな例についておな じの式で表し表を作る	P $y = 5x$ (0まで7)															
T. 若たちの身のまわりにはど もなうで変わるとい関係の 二つの量はいろいろあるで しょう。さがしてみましょう	P やくしばらくして 正方形の一辺の 長さとその面積															
T. よの式をいなべつ この式から表を作り なさい。	P $y = x^2$ <table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>...</td> </tr> </table>	X	0	1	2	3	4	...	y	0	1	4	9	16	...	
X	0	1	2	3	4	...										
y	0	1	4	9	16	...										
T. 一方が一つにさまる 他のものがさまりま すね。	P はい。															
T. 次の時間までにプリ ントの問題を考えて きてください。 (宿題)																
<p>次の問題を読んで、yをその式で表し、 表を作りなさい。</p> <ol style="list-style-type: none"> 直角をはさむ辺がx cmの直角二等 辺三角形の面積y cm² 40人のクラスで出席者の数x人と 欠席者の数y人 正三角形の1辺x cmと周の長さy cm たて5 cm、横x cmの長方形の面積 y cm² 																

6 授業の反省

(1) 授業者の自評

イ 「横の長さxが1 cm増加するとそれにどうなって周の長
さがどう変化しますか」というところで、表を使って遊

伏せたかったが、発問の主旨が適切ではなかつた。

イ 委託会の作成した指導展開例を利用してもらつたが、内容を自分なりに消化して授業をすすめたつもりである。特に「具体的で簡単な例」「動き（変化）を視覚的にとらえやすい」もので考えさせることを主眼においた。

ウ 金徳の方も身近な例であったのでよく参加し、理解し易かつたように思つた。

エ 反応が多くつたし、活潑な授業展開ができた、ハッキリとした指導がされたらという感じも持つた。

オ ズと身の関係を表にすることはできても、表から式にすることは金徳にとって大変だった。

カ 授業の終り、身近な具体例を考えてせる場面で、さつと時間ととりたかった。

(2) 研究協議参加者の評

ア 作業を通しながら式を導いたのは大変rippだった。

イ 漢用の中に目盛りを入れておいたこと、変わる部分と変わらない部分を色わけしておいたことはよかっただ。

ウ わかり易く、具体的な材料で授業をすすめていて、大変立派な授業であった。

エ 大筋において、よかっただと思うが、これがまるどすが一つにまとまるところを、この授業の流れのなかで、何回か

くり返し強調する必要があると思う。関数の導入でそれが一層大切ではないか。

才 準に表を作る。 x と y の関係式を求めるという形式に流れるところは巻き戻すなくてはならない。

その意味で、今日の授業は形式を急がず、よかつたのではないか。ただ、いま一步表を使って遊んで欲しつた。深入りすると二年生の一次関数の扱いになりかねないので、「きめるときまる」というこのあたりのことをもうすこし扱ってよつと思う。

力 確かにとまなって変わることをずっと強調している。二つの量をとりだすときも、どちらが主になるか、「これをきめるとこれがきまる」ということをおさえることが大切と思う。

キ 比例ができるてしまったが、授業者としてはもっと教いたいところでしょうが、その気持ちをよくおさえ、簡単に扱ったことはよかったです。

ク ここのおもいは、変量間の法則をつかませることが重点なので、適切な判断だと思う。

第二学年

指導計画

第二学年「関数」の指導計画を次のように考えた。

18 時間

項目	指導内容	用語	時数
一次関数の意味	<ul style="list-style-type: none"> ○ 対応する変量をみいだす ○ 変量間の法則の把握 ○ 一次関数の意味 	一次関数	(2)
一次関数とグラフ	<ul style="list-style-type: none"> ○ 一次関数と比例との関係 ○ 一次関数のグラフと比例のグラフとの関係 ○ $y = ax + b$ の a の意味とグラフの切片 	切片 (a が斜率 行移動) (変域)	2
一次関数の性質	<ul style="list-style-type: none"> ○ 変化の割合とグラフでの傾き ○ 傾きと切片を知ってグラフに表す ○ 一次関数のグラフの性質 	変化の割合 傾き 直線の式	3
一次関数を求める	<ul style="list-style-type: none"> ○ 与えられた条件から一次関数を求める <ol style="list-style-type: none"> (1) 変化の割合と対応する1組の(x, y)の値から (2) 2組の(x, y)から (3) 測定などの具体的な資料から 		2
一次関数の利用	<ul style="list-style-type: none"> ○ 法則や規則性をみいだす ○ 一次関数を利用して問題を解決する 		(2)
問題練習			1
二元一次方程式のグラフ	<ul style="list-style-type: none"> ○ 二元一次方程式 $ax + by = c$ のグラフと一次関数 $y = ax + b$ との関係 ○ 二元一次方程式のグラフ 	方程式 のグラフ	2
連立二元一次方程式をグラフを用いての解法	<ul style="list-style-type: none"> ○ 連立二元一次方程式の解とグラフでの交点の意味 ○ 連立二元一次方程式をグラフを用いて解く 		2
問題練習			2

指導展開例

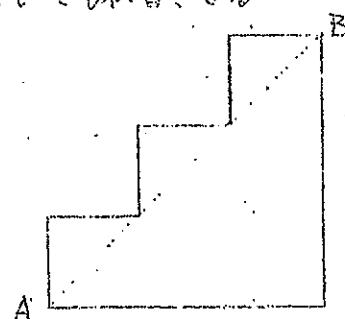
第1時

本時のねらい

具体的な事象の中から、ともなって変わらざつつの量をみつけ表、グラフ、式などを利用しながら変化のようすや対応のしかたを調べる。

学習活動	留意点
<p>(1) 懇意の意味を考える</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 1年生のとき、階数をどのように定義したか思いださせる。 ○ 階数の定義を確認する ○ 階数の具体的な例をあげさせてる 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 1年で学んだとともにあって変わらざつつの量について考えさせる ○ 一方がさるとそれに対してもって他方がつづく関係であることをおさえる
<p>(2) ともなって変わる? への量をみつける</p> <p>一課題</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 1辺の長さが1cmの正方形の紙を、図のように、階段の形に何段か積んでいく。このとき、階段の数が増えていくと、それにともなって何が変わらるか。 	

- いろいろな変数をみつけさせる
- 理ごとに相談せながらまとめる
- 理ごとに、みつけた変量を発表させる
- にぶっていても根書させる



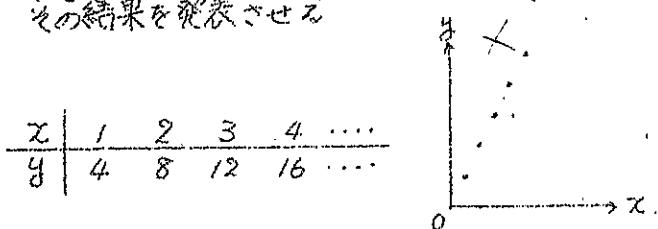
- OHPで図示し課題を理解させる。
 - 十分な時間をとり、机間巡回をして指導助言する。
 - ノートにメモさせる
- | | |
|----|-----------|
| 1 | 正方形の数 |
| 2 | 階段の数 |
| 3 | 内角の和 |
| 4 | 刀の数 |
| 5 | 階段の周囲の長さ |
| 6 | 階段の高さ |
| 7 | 階段の底辺の長さ |
| 8 | 頂点の数 |
| 9 | 直角の数 |
| 10 | AからBまでの長さ |

II AからBまでの距離

③ 変化のようすや対応のしかたを、表やグラフや式で表す

- 何をさめると、それにともなって何が大きくなるか

- 階段の数を2段とし、そのときの階段の周囲の長さを 8 cm として、その変化する様子や対応を調べ、その結果を発表させる



④ 式の意味を考える

- $y = 4x$ の定数4の意味を考えさせる

- 周囲の長さは、正方形の周囲の長さに等しい。

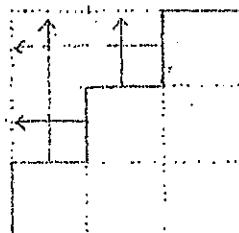
- x の値が1増すごとに、 y の値が4増すこと

を図や表で考える

- 班ごとに助け合い学習をさせる

- グラフを書くときは、変域にも軽くふれる

- 正比例にもふれる



⑤ 本時のまとめ

- x と y の対応が関数関係であること

- y が x の一次式で表されたこと

- 班ごとに考えだしした数量のなかで、8と9について調べてくる(家庭学習)

- 一次関数という用語は第2時で用いる

第2時

本時のねらい

とりなって渡れる2量の関係が、一次式で表され、それによってなる対応のよさりが関数であることを知らせ、一次関数を定義する。

学習活動	留意点
① 前時の家庭学習を発表させる	<ul style="list-style-type: none"> ○ 事前に模造紙に書かせておく。
○ 階段の数を2段、頂点の数を4個として変化するようすや対応関係を調べ、 y を x の式で表す	<ul style="list-style-type: none"> ○ 式をつくる過程をくわしく説明させる

1段



2段



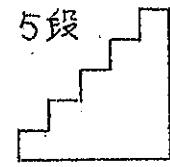
3段



4段



5段



○表

x	1	2	3	4	5
y	4	6	8	10	12

○グラフ

○式 $y = 2x + 2$

- 階段の数を x 段、直角の数を y 個として変化するようすや対応関係を調べ、 y を x の式で表す。

○頂点や直角の位置を確認する

○対応表

x	1	2	3	4	5
y	4	5	6	7	8

○グラフ

○式 $y = x + 3$

- ② y が x の一次式で表され、隠微になることを理解させる。

- 階段の数が10段のとき、頂点の数はいくつあるか。
- 階段の数が20段のとき、直角の数はいくつあるか。
- 階段の数をきめると、頂点の数が常に一通りにきまる。

$$\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 4 \\ 2 \longrightarrow 6 \\ 3 \longrightarrow 8 \\ 4 \longrightarrow 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 4 \\ 2 \longrightarrow 5 \\ 3 \longrightarrow 6 \\ 4 \longrightarrow 7 \end{array}$$

- y は x の一次式で表される

$$x \longrightarrow 2x + 2 \quad x \longrightarrow x + 3$$

○ $x = 20$ を $y = x + 3$ に代入して求められるなどを知らせら

- ③ 一次関数を定義する

- $y = ax + b$ (a, b は定数, $a \neq 0$) のように、 y が x の一次式で表されるとき、 y は x の一次関数という。

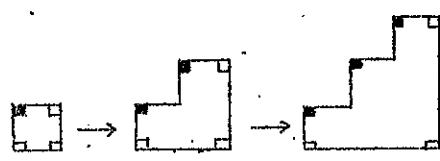
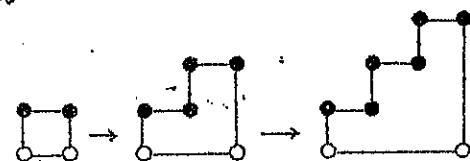
- 一次関数は、変数に比例する部分と一定部分

○ $y = 2x + 2$,
 $y = x + 3$ などに
よって、きめる式、 x は関数である。

○前時で学習した
 $y = 4x$ も、 $b = 0$ のと
きの式であり、一次関数である

○OHPの活用

(定数項)との和の形で表されることを図で理解する



④ 式の形から一次関数を理解させる

- 次の各式で、 y が x の一次関数であるものはどれか

$$(1) y = \frac{x}{2} + 5 \quad (2) y = \frac{2}{x}$$

$$(3) y = -x^2 + 1 \quad (4) y = \frac{x}{3}$$

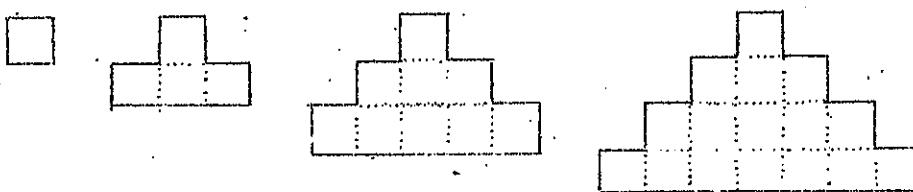
⑤ 本時のまとめ

- 一次関数の定義

$$(5) y = -2x - 3 \quad (6) y = x$$

時間が余ったときの課題(または宿題にする)

下図のように、一边が 1 cm の正方形を 1 段目に一つ、2 段目に二つ、3 段目に三つ、4 段目に四つ、……と x 段目まで、順に 1 段ずつ並べ加えて、太い線で囲はれた图形をつくる



2 段目の图形の外周(太い線の長さ)を y cmとしたとき、 y は x の一次関数であることを確かめよ。

第 10 時

本時のねらい 関数の考え方を用い、法則や規則性をみいだし 問題を解決する。

学習活動	留意点
① 第2時の時間が余ったときの課題を復習しながら、一次関数の意味を確認させる。 ○ 式で表し、どう考えたか発表させる。	<ul style="list-style-type: none"> ○ OHP を活用 ○ 課題をプリントして各生徒に配布する

○ 表や式の形から、一次関数であることを確認する。	○ 変化の割合が一定であることに気づかせる
$\begin{array}{ c cccccc } \hline x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \cdots \\ \hline y & 4 & 10 & 16 & 22 & 28 & \cdots \\ \hline \end{array}$	$y = 6x - 2$

- ② 依存関係を表などからみいだし、関数関係としてとらえる。

課題

第2時の課題の正方形に、下図のように自然数 1, 2, 3, 4, ……をつぎつぎと書き入れていきました。

①

1
2 3 4

1
2 3 4

1
2 3 4

1
2 3 4
5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23 24 25
26

C

B

A

- 5段目に書き入れた数の個数は何個あるか調べる
- 10段目の数の個数は何個あるか
- 求め方を話し合う
- 級と個数との依存関係を整理確認する

段	1	2	3	4	5	…	10
個数	1	3	5	7	9	…	

- ③帰納的な考え方で得られた事実を、演織的に検証させる。

- 20段、30段と並べても、能率よく求められる方法を考える
- n段目に对应して、個数はどんな式で表されるか

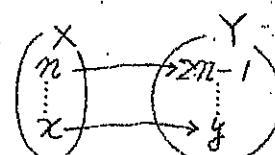
段	1	2	3	4	5	…	10	…	n
個数	1	3	5	7	9	…	19	…	$2n-1$

- x段目の数の個数をy個としたとき、yはxのどんな式になるか
- 4段目の個数を $y = 2x - 1$ に代入して 関係式の正しいことを確認する
- 5段目の右端にくる数字は、どんな数がくらか調べる。

- 自由に考えさせ、各自の解法を発表させていく。

- こんな式が考えられるという仮説を各自の解決でたてさせ、式を一般化させる

- 集合の考えを背景に指導をすすめる



$$y = 2x - 1$$

- 10段目の右端にくる数字 \boxed{a} は、どんな数がくるか
- 求め方を話し合う

段数	1	2	3	4	5	10
	1	4	9	16	25	

- 2段目に対応する右端の数を y としたとき、 y は x のどんな式になるか

- $y = x^2$ に $x=4$ を代入して関係式の正しいことを確認する

④ 本日のまとめ

- $y = 6x - 2$, $y = 2x - 1$, $y = x^2$ のように、 関数関係を表す式はいろいろあり、 関数の考え方がないせつであることをまとめます

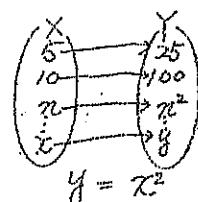
⑤ 発展的に考えさせる

- 10段目の左端の数 \boxed{C} は、 どんな数がくるか

- 10段目の中央の数 \boxed{D} には、 どんな数がくるか

- 11段目に対応する \boxed{C} と \boxed{D} は、 n のどんな式で表されるか

- 10段目の次に11段目を扱う



- 検証の重要性について

- 関数の考え方
 - ・ 総合
 - ・ 分析
 - ・ 变数
 - ・ 变域
 - ・ 順序
 - ・ 対応

- すぐれた生徒に考え方を教える

- 丸段まで扱わなくてもよい

$$C = n^2 - 2(n-1)$$

$$D = n^2 - (n-1)$$

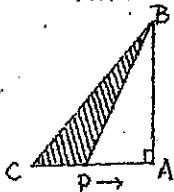
第 11 時

本時のねらい

復習を兼ねながら、事業問題から、一次関数を表す式を求めたり、それを利用して問題を解いたりすることができます。

学習活動	留意点
<p>① 題意を把握し、関数関係をとりだす</p> <p>課題</p> <p>図のように $\triangle BCA$ ($\angle A = \angle R$) がありて、点PはCを発し、毎秒 1 cm の速さで Aを通ってBまで動くといふ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ OHPを利用する
<p>○ 関数関係がありたつと思う2つの量をとりださる</p> <p>② 一次関数を表す式を求めたり、それを利用して問題を解決する</p>	

- 1秒後、2秒後、3秒後の△BCPの面積を求める



時間	1	2	3	...
面積	4	8	12	...

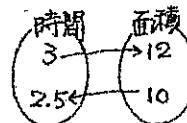
- 点PがCA上にあるとき、Cを出発してX秒後の△BCPの面積をy cm²として、x, yのとりうる範囲を考えさせる

$$0 \leq x \leq 6 \quad 0 \leq y \leq 24$$

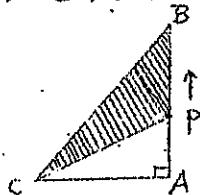
- 点PがCA上にあるときのxとyの関係を式で表示し、式を利用すると時間がからも、面積からも正確に求められることを知る

$$y = 4x$$

$$x = \frac{1}{4}y$$



- 点PがAを通ってAB上にあるとき、Cを出発してX秒後の△BCPの面積をy cm²として、xとyのとりうる範囲(変域)を考えさせる



$$6 \leq x \leq 14$$

$$24 \geq y \geq 0$$

- 点PがAB上にあるときのxとyの関係を式で表示し、式を利用すると時間がから面積が、面積から時間が正確に求められるなどを知る

・ BPの長さを求める

・ △BCPの面積

$$\begin{aligned} y &= (14-x) \times 6 \times \frac{1}{2} \\ &= 3(14-x) \\ &= 42 - 3x \end{aligned}$$

- $y = -3x + 42$ はどのような関数か表。グラフを用いて確認する

- ③ 変域によって違った関数になることを考える

○ $0 \leq x \leq 6 \quad y = 4x$

○ $6 \leq x \leq 14 \quad y = -3x + 42$

- 暗算でもよい

- 連続量であることにふれる

- 変域の用語を用いる

- $y = 4x$ と書いたときは、xが主で、yが従であること。面積をさめて、時間を知るには、 $x = \frac{1}{4}y$ であることをふりながら深入りをしない。

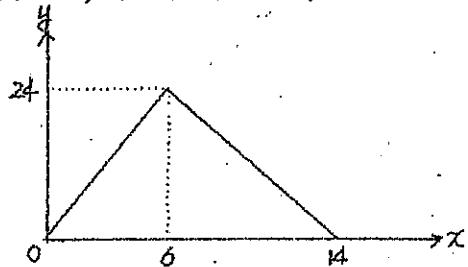
- 点PがAの上にあるときが面積最大で、しだいに面積が減少することにふれる

- BPの長さは、わかりにくないので、ていねいに考えさせる

$$\begin{aligned} PA &= x - 6 \text{ である} \\ BP &= 8 - (x - 6) \\ &= 14 - x \text{ となる} \end{aligned}$$

- 発展的に考えさせる

- 時間をはじめから連續して考えていくと、どんな関数のグラフになるか考える



- グラフは生徒への発問と共に完成していくようにする

④ 本講のまとめ

- 式、グラフを利用すると問題解^次が容易であることをまとめる

⑤ 時間が余つたときの課題（または宿題）

- 点PがBよりCまで動くとき、PよりCA, BAに垂線PE, PFをおろす。

PE + PFをまとすると、それはBPの関数であることを確かめよ。

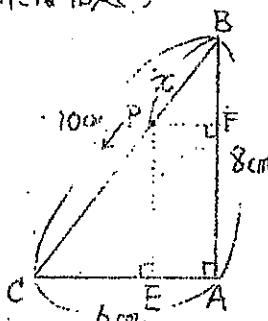
- BP = x として、 y を x の式で表せ。

• 比例式でPF, PEを x の式で表す。

$$PF = \frac{3}{5}x, \quad PE = 8 - \frac{4}{5}x$$

$$\bullet \quad y = PE + PF = 8 - \frac{1}{5}x$$

$$\therefore y = -\frac{1}{5}x + 8 \quad (0 \leq x \leq 10)$$



- 一般には扱わない
- $\triangle PEB \sim \triangle CEP$
- $\triangle CEP \sim \triangle CAB$
に着目させる

$$\circ \quad x : PF = 10 : 6$$

$$\therefore PF = \frac{3}{5}x$$

$$\circ \quad (10-x) : PE = 10 : 8$$

$$\therefore PE = \frac{8(10-x)}{10}$$

$$= 8 - \frac{4}{5}x$$

授業記録

1次関数(第1時)

授業者

新宿区立西戸山中学校 小鳴 節雄

T きょうから、1次関数にはなります。1年生のときに、ともなって変わる2つの量の関係について勉強しましたがおぼえていますか。どんなものがいったがな?

P₁ 正比例とか反比例があきました。

P₂ 水をうに水を入れてやったのをおぼえています。

P₃ せんせんおぼえてります。(ざめつく)

T もう忘れてしまってりる人もいるようだが、どのような関係を関数(とりつたがな)。(少し沈黙) Pくん、どうがな。

P₁ 1方が大きまると他方が大きまるような関係です。

P₂ 1方が大きまると、それにともなって他方が大きまるような関係ですか。他方がいくつ大きってもりののか。

P どうか。1方が大きまると、それにともなって他方が1つだけ大きまる関係です。

T そうですね。これが関数の定義です。(OHPで示す)

P₁ 先生、1意対応を関数(とりつてもいいんでしょう?)
P₂ いりぞります。

T さて、関数の具体的な例をいえる人

P₁ 1個80円のオレンジを買うときの個数と代金の関係

T いりぞりますね。個数を3個とすると、代金が240円と、ただ1つにきまりますから、関数ですね。このとき、代金は個数の関数である、とか、個数と代金は関数関係にあるとかいいましたね。

T さて、これをみてください。(OHPで課題を示す)

P₁ 1段の長さが10cmの正方形を、このように階段の形に何段か積んであります。このとき、階段の数が増えていくと、それにともなって何が変わるのが、考えてみてください。あとで、班長さんに黒板に書りこもらりますから、よく班ごとに話し合ってください。

(よく意味がわかつてない確かめある)

T 1段のとき、正方形は1個ですね。2段になつたら、正方形は何個になったがな。(3個ですの声があり) そうですね。このように、階段の数がふえていくと、それにともなって変わるものがあるはすだよ。

(班ごとの話し合い)

T 1班と3班と6班の班長さん、黒板に書りてください。
(板書)

T 他の班長さん、追加するものはありませんか。

P₁ AからBまでの長さ、AからBまでの距離があります。

P₂ 階段の高さ

P₃ 直角の数

T 今、この中で、階段の数を1段とし、そのときの階段の周囲の長さを4cmとして、その変化する様子や対応を、表やグラフや式で表しなさい。

(班ごとの学習)

P 4班のPくん、発表してください。

T 対応表はこれで、グラフはこのようになります。
P そして、式は $y = 4x$ になります。

T 各班のグラフをみせてください。

P 1班と5班がううグラフで、他の班は同じですね。

T x は自然数で、2.5段なんてありえませんから、このグラフはおかしいと思ります。

P そうですね。グラフを書くときは、 x , y の変域をしつかりおさえて書くことが大切ですね。

T Pくん、 y は x の関数にはってりますか。
P x をきめるときに y がただ一つきまりますから関数です。

T 式 $y = 4x$ のたてかたを説明してください。

P それは、表をみたらわかるように、 x を4倍したら y になってしまひますからです。

T $y = 4x$ のように表わされる関係をなんと口いましたか。

P 正比例

T そうですね。この式の係数4は、何を表してますのでしょうか？
この図や表(OHPで示す)を利用して、説明できる人はいませんか。

P 階段が1段増えるごとに、この部分(4cm)だけふえてりますからです。

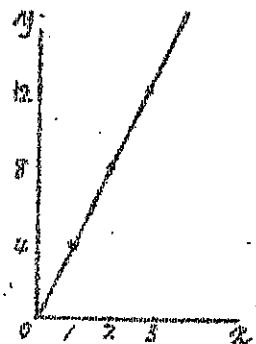


P 表から、 x が1増えると、 y が4増えてますことがわかります。

T いりですね。表からでも図からでも説明できますね。ほかにありますか。

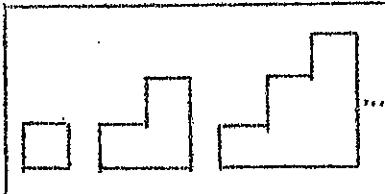
P たとえば、この図で、この图形の周囲の長さ(y)は、このように辺を移動すると、正方形(1辺が4cm)の周長に等しくなってます。だから、 y は x の4倍になります。

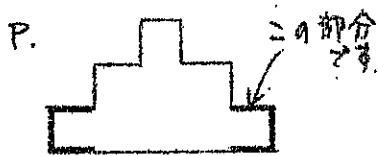
T なるほど、うまにとこうに目をつけたね。さあ、Pくんたってやがる式やがる対応表もつけておこう。どうしたが、さあ、 $y = 4x$ という式の関係だ。
P うん。2つの量(階段の数と階段の周囲の長さ)を表し対応や変化のようすを表してみよう。この式は、この次の時間にはねつてきましたが、さあ、 $y = 4x$ としましておこう。この式は関数であることを確認してしまおう。この式の数を2段とし、そのときの頂点の数(あるのは直角の数)を2個として、変化や対応のようすを調べてみまじょう。



授業記録

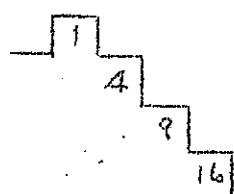
- (1) 日時 昭和54年 1月22日(月) 第6校時 (2:05~2:50)
- (2) 対象 品川区立 伊藤中学校 第2学年1組 42名
- (3) 教業者 品川区立 伊藤中学校 教諭 国島進
- (4) 指導課題別成績 第10時の実際

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考												
<p>I 第一時の課題の復習</p> <p>T. 一次関数の学習に入りて第一時向日に、右の図のよろうな問題を考えました。</p> <p>階段の段数がX段のとき、関連の長さ、頂点の数、逆向の頂点の数などをYとして、XとYとの関係を調べました。</p>	 <p>(生徒、思いだし次様子) (以下2分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> O.H.Pを利用 (1) 関連の長さ y $y = 4x$ (2) 頂点の数 y $y = 2x + 2$ (3) 逆向の頂点 y $y = x + 3$ 												
<p>II 本時の課題の提示</p> <p>T. 今日はこども同じよろうな問題について考えてみましょう。 (プリントを配布)</p> <p>問題は、両方いろいろある階段についてです。</p> <p>T. 今日は、何をXとし、何をYとするかは、科の方で指定します。</p> <p>X段のときの图形の外周を $8cm$ とするととき、YをXの式で表しなさい。</p> <p>(机頭巡視)</p> <p>T. 表をつくるであります。</p>	<p><プリント></p>  <p>上図のよろうに1辺が1cmの正方形を、1段目には一つ、2段目に二つ、3段目には三つ、...とX段目まで順に1段ずつ並べ加えて、太い線で囲まれた四形をつくる。</p> <p>(生徒各自 考え始める。 緊張せみて、今から動かない。)</p> <p>(プリントに書き込む者、書きっこする者など、様々)</p> <table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>16</td> <td>22</td> <td>...</td> </tr> </table>	X	1	2	3	4	...	Y	4	10	16	22	...	<ul style="list-style-type: none"> O.H.Pを利用
X	1	2	3	4	...									
Y	4	10	16	22	...									

目標と 教師の活動	生徒の活動と 反応	備 考
T. 立式できましたか。	(16名の生徒、举手) P. $y = 6x - 2$ です。 (生徒) なぜく	
T. どのようにして立式しましたか? 説明して下さい。	(10名の生徒、举手) P. x 加えずつ増すと、 y は 6 ずつ増すから傾きが 6 で、 $x=1$ のときの y の値 4 から 6だけ大きい値は -2 です。 だから、 $y = 6x - 2$ です。	傾きを変化の割合 と区別して下さい。 様子
T. P.君と同じ方法の人には手を 挙げて下さい。	(6名の生徒、举手)	
T. 他の方法で立式した人はど うですか。	P. x 加えずつ増すと y も 6 ずつ増すから $y = 6x + b$ と かけます。 $x=1, y=4$ を 代入して $b = -2$ 。 だから、 $y = 6x - 2$ です。	
T. 代入して -2 を読みたのですね。		
T. $y = 6x - 2$ が正しいかどうか、 確かめてみましょう。	(各自、確かめる。)	
$x=1$ を代入すると $\rightarrow y=4$ $x=2$ の $\rightarrow y=10$		
(表を覗くべき) あ、いいですね。		
T. ニニズ、変化の割合から 図の上での意味を説明して 下さい。	P. 	変化の割合の意味 を確認しておく。
T. 表や式から読みか字によく x と y とは一次関数の関係に ありますですね。	(生徒、うなづく) (以上17分)	
③ 新たな課題提起		
T. 次に、この回の数字を書き 入れてみましょう。	(各自、704-トドに記入する) · Q.H. P.に書き込む	

目標と教師の活動	生徒の活動と反省	備考
T. 5段目にある数字の個数はいくつですか。 ここと、2段目にある数字とは、2, 3, 4のこと、3段目にある数字とは、5, 6, 7, 8, 9のことですよ。	<p>(ほとんどの生徒が、数字をかき込んで数えている。)</p>	
T. 10段目にある数字の個数はいくつですか。 (机に向って)	P. 9个です。 (各自、自由に考えろ) (22名の生徒、半分)	
T. 他の人も19个ありますね。10段目に19この数字が並ぶことを、どのようにして求めたか、説明して下さい。	P. 表をつけて求めました。 $\begin{array}{ c ccccccccc } \hline & +1 & +1 \\ X & & 1 & 2 & 3 \\ \hline Y & & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & \rightarrow 17 & 19 \text{ ①} \\ & & +2 & +2 & & & & & \\ \end{array}$	
T. 1段目もと両側に2つ数字が並ぶことを、どうか。 $1 + 2(10 - 1) = 19$ です。	P. 1段目もと両側に2つ数字が並ぶことをわかります。 $1 + 2(10 - 1) = 19$ です。	
T. 5段目には9この数字が並ぶことはわかるであります。 だから、 $9 + 2(10 - 5) = 19$ として求めました。	P. P. さんと同じです。 $2 \times 10 - 1 = 19$ として求めました。	
T. それでは、X段目にある数字の個数をYとすると、YをXの式で表してこうんなさい。	P. P. さんと同じです。 P. P. さんと同じです。 (すぐに解答する者、なかなか考え方があまりない者、半分)	P. 6は、1-1は $10^2 - 9^2 = 19$ のXをかかった。

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
T. どうなりますか。 T. どのようにして式にして 説明して下さい。	(18名の生徒、掌手) P. $y = 2x - 1$ です。	
T. そりダメですね。他の方法を立 式してください。	P ₁ . 1段目: 3と数字は2個ありますから。 $y = 2x + 1$ とかけます。 $x = 1$ のとき, $y = 1$ を代入 $1 \times 2 - 1 = 1$ とかけます。 $y = 2x - 1$ です。	
T. そりダメですね。他の方法を立 式してください。	(6名の生徒、掌手) P ₂ . 表から、変化割合は2と あります。また、表で、 $y = 1$ のう2倍+小さい数は -1だから、 $y = 2x - 1$ です。 $x \leftarrow \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$ $y \leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{matrix} \dots$ $+2 +2$	
T. 他の考え方方はありますか?	P ₃ . 1段目: 3と数字は2個あります。また、1段目: x 段 または $(x-1)$ 段あります。だから、 $y = 1 + 2(x-1)$ 計算 した。 $y = 2x - 1$ です。	
T. 他の考え方方はありますか?	P ₄ . x 段目の左半分の数字を それぞれ 1 段目, 2 段目, ... の左端におきかえます。	
	<p>下 x段のとき ↓ 1, 2, 3 4, 5, 6, 7, 8 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 x-1 x-1 17 18 19</p>	
	X段目の左半分にある数字の 個数は、段数Xで算じています。	

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
T. なるほど、山かつたかな。 T. P ₄ 君、もう一度説明して下さい。	右半分でも同じことを考えます。 このとき、X段目の中央の数字だけ1段目にダブつてしまいかねているのです。 $y = x + x - 1$ 計算して、 $y = 2x - 1$ です。 (生徒一同、納得できない様子) (山かつたない、という表情)	
T. 横に並んでいる数字も、段数と対応してあえたのですね。 いろいろ立式の方法が研 りますね。ここでも XとY とは一次関数の関係にあります。	(P ₄ 君、飛び説明) (生徒、うなずく) (以上39分)	
T. 次に5段目の右端にある数 字は何ですか。	(アリニトに書き込んだ数字 を覗いてる。) P. 25です。 (生徒うなずく)	
T. それでは、X段目の右端に くる数字をYとするとき、Y をXの式で表してください。	(なかなか関係が見つからない。) (5名の生徒、挙手) $\begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \\ \text{4} \\ \text{5} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 1+1 \\ 2+3 \\ 3+5 \\ 4+7 \\ 5+9 \end{array} \dots$	
T. 表を書いて考え方をどうぞ いれ。	$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 1+4 \\ 2+9 \\ 3+16 \\ 4+25 \\ 5+36 \end{array}$ $+3 \quad +5 \quad +7 \quad +9$	
T. 変化の割合が一定ではない ので、一次関数にはならずい ゆけです。 式できましたか。	(7名の生徒、挙手) P. $y = x^2$ です。	

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
<p>A. 本当にそれが、表で書かれてありますよ。</p> <p>B. ともなって変わるものにはあるものは、</p> <p>$y = 2x - 1$ や $y = x^2$など、いろいろな式の形で表されます。</p> <p>その変わり方を調べるには表を並べて、変化の割合を調べることが有効な手段となります。</p>	<p>(生徒はさう、という空気)</p>	
	<p>(生徒、うなずく)</p> <p>(以上 45分)</p>	

(5) 授業の反省

①授業者自評

A. X段のときの扇形の外周を $8cm$ とするとき、 x と y の関係式を式で表すのに、 $x=1, x=2, \dots$ のときの y の値を調べさせてから、 x, y の関係式をつくらせるべきだった。

一次関数の決定の学習は終えているので、生徒達は容易に式で表せるのでは? いかと思っていたが…

イ. 「下段目にある数字」とは図中のどの部分の数字を示すのか、生徒に混乱が起きないように留意した。

ウ. 二番目の課題で、考えていく階段に自然数 $1, 2, 3, 4, \dots$ を書き込んでいくが、この数字を書き込むことの功程を考えたい。

X段目にあら数字の個数が y のとき、 x, y の関係を調べるには、数字は必要ないから。

エ. 生徒は最初緊張せみだつ反応、中盤あたりから普段の姿に近づいてきました。拳年については、普段の半分程度だった。

②研究協議会参加者の評

ア. X段のときの外周 y について、 x と y の関係式をつくるとき、生徒達は必ずしも表をつくらない。変化の割合が 6 であることが中か、以後でも、定数を求めるのに、表から求めたり、代入計算したりしている。

イ. 想引性を見出するために、有効な手段を表をつくること以上に、表をつくることの良さを感じさせたい。

ウ、思ひよに表がつく本ないのではないか。つまり、表をつくることの意味が本当に理解されていないのではないだろうか。

変化の特徴をつかむには表をつくるのだ、という態度を身につけてせめていいものだ。今日の授業では、変化の割合が一定だ、だから $y = ax + b$ とかけるのだ。という考え方の進め方が大切であろう。

エ、私は、今まで、一次関数のまとめとしては連続量を扱って来た。今日の題材は不連續量であるため、題材がおもしろく、生徒の興味を引くのに十分である。

オ、この階段の題材は大変おもしろい。そのおもしろさに指導策がせきずらかったようだ。数字を書き込んでみさせられたのである。

カ、この題材は、图形と数列とが同居している。実際に授業を見ると、教材として面倒な是をする。

キ、第1時で教った階段の例との関係を考えたり、関係式の意味を階段と結びつけておきたい。

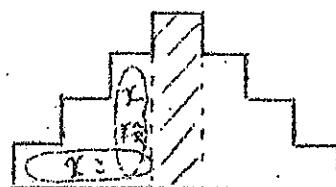
ク、 $y = 6x - 2$ で、全教の意味は授業中に持っていた。授業後に、教人の生徒が、全教 - 2 の意味について議論をしていたようだ。

ケ、一つの教材で流すことの楽しさを感じた。あの階段から、 $y = ax + b$ も、 $y = x^2$ も導くことができる。

コ、横に並ぶ数字を、段数によみがえて直式した生徒 P₄ がいた。まさに開創的な考え方だと言えるだろう。

も、と時間もかければ、さらに、いろいろな立式の仕方も考えうただろう。

例えば、右の図のようにして…



サ、このような、ひとりひとりの生徒の発想を大切にできるような教材の開拓や、授業の工夫をしたいものだ。

シ、今日の題材がおもしろいものだけに、もとと面白をいはせて、できれば2時間かけてじっくりと指導したい。

ス、先生の話を聞く態度、自分で考えようという姿勢がうかがえた。

第3学年

指導計画

第3学年「関数」の指導計画を次のように考えた。

15時間

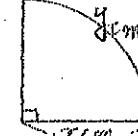
項目	指導内容	用語	回数
2乗に比例する関数	<ul style="list-style-type: none"> 直角二等辺三角形の面積などから $y = ax^2$ の式を導き、「2乗に比例」の定義をする。 「2乗に比例」する関係を式で表す。 比例定数を求める。 	2乗に比例	(2)
$y = x^2$ のグラフ	<ul style="list-style-type: none"> $y = x^2$ のグラフをかく。 関数 $y = x^2$ の性質を調べる。 $y = x^2$ のグラフを利用して $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$などのグラフをかく。 $y = ax^2$ のグラフが放物線という曲線であること、及びその頂点を知らせる。 	放物線 頂点	2
変化の割合	<ul style="list-style-type: none"> いくつかの関数について変化の割合を求める。 関数 $y = ax^2$ と一次関数 $y = ax + b$ の特徴を比較する。 		2
いろいろな事実と関数	2 乗に反比例する関数及び $y = \frac{a}{x^2}$ の 2 乗に反比例式を導く。		(3)
問題練習			1
定義域と値域	<ul style="list-style-type: none"> 定義域、値域の定義をする。 定義域を知って、値域を求める。 	定義域 値域	(2)
関数による対応	関数について「定義域のおのおのの要素に、関数の値が一つだけ対応している」ことを理解させる。		(1)
問題練習			1
練習問題			1

指導展開例

題目 2乗に比例する関数(2時間)

第1回の指導

本時の目標 具体的な素材をとおして、2乗に比例する意味とその式の形について理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点																								
・1年の比例に関する復習	<p>①半径$x\text{cm}$, 中心角90°のおうぎ形の弧の長さを$y\text{cm}$とするとき, yをxの式で表す。</p> $y = 2\pi x \times \frac{90}{360} = \frac{\pi}{2}x$  <p>②①で作った式から, yはxに比例する関数で、比例定数が$\frac{\pi}{2}$であることを確認する。</p> <p>③一般に、2つの変数xとyの間に</p> $y = ax \quad (a \neq 0 \text{ の定数})$ <p>の関係があれば、yはxに比例する関数であること、xがn倍になればyもn倍になること、グラフが原点を通る直線であることを思い出す。</p> <p>④半径$x\text{cm}$, 中心角90°のおうぎ形の面積を$y\text{cm}^2$として、xとyの関係を次の手順で調べる。</p> <p>(1) yをxの式で表す。</p> $y = \pi x^2 \times \frac{90}{360} = \frac{\pi}{4}x^2$ <p>(2) xの値を変化させて、それに対応するx^2, yの値を求めて表を作る。</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>2</th> <th>4</th> <th>6</th> <th>8</th> <th>10</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>x^2</th> <td>0</td> <td>4</td> <td>16</td> <td>36</td> <td>64</td> <td>100</td> <td>...</td> </tr> <tr> <th>y</th> <td>0</td> <td>π</td> <td>4π</td> <td>9π</td> <td>16π</td> <td>25π</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>(3) yはxにともなって変わること、xがn倍になると、x^2はn^2倍となり、yもn^2倍となることを理解する。</p> <p>(4) yはxには比例しないが、x^2に比例していることを理解する。</p>	x	0	2	4	6	8	10	...	x^2	0	4	16	36	64	100	...	y	0	π	4π	9π	16π	25π	...	<ul style="list-style-type: none"> 比例することの意味、式の形、変数関数などの用語、グラフなどについて復習する。特に式の形をきちんとおさえる。
x	0	2	4	6	8	10	...																			
x^2	0	4	16	36	64	100	...																			
y	0	π	4π	9π	16π	25π	...																			
・上と同じ素材を用いて2乗に比例する関係を見いだす	<p>④半径$x\text{cm}$, 中心角90°のおうぎ形の面積を$y\text{cm}^2$として、xとyの関係を次の手順で調べる。</p> <p>(1) yをxの式で表す。</p> $y = \pi x^2 \times \frac{90}{360} = \frac{\pi}{4}x^2$ <p>(2) xの値を変化させて、それに対応するx^2, yの値を求めて表を作る。</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>2</th> <th>4</th> <th>6</th> <th>8</th> <th>10</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>x^2</th> <td>0</td> <td>4</td> <td>16</td> <td>36</td> <td>64</td> <td>100</td> <td>...</td> </tr> <tr> <th>y</th> <td>0</td> <td>π</td> <td>4π</td> <td>9π</td> <td>16π</td> <td>25π</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>(3) yはxの関数であることに注意する。</p> <p>(4) 表中の数値の関係からだけでなく、$x^2 = X$とおきX</p>	x	0	2	4	6	8	10	...	x^2	0	4	16	36	64	100	...	y	0	π	4π	9π	16π	25π	...	<ul style="list-style-type: none"> 内面を求める計算と面積を求める計算とが混在している場合があるので注意する。
x	0	2	4	6	8	10	...																			
x^2	0	4	16	36	64	100	...																			
y	0	π	4π	9π	16π	25π	...																			

・正四角柱を例として、2乗に比例する関係を見いだす	⑤ 底面の1辺が $x\text{cm}$ 、高さ 4cm の正四角柱の体積を $y\text{cm}^3$ として、 x と y の関係式 ⑥ にならって調べる。	で、 $y = \pi x^2$ の式に変形して理解させるようにする。
・2乗に比例するとの意味とそれを表す式	⑥ 一般に、2つの変数 x と y の間に $y = ax^2$ (a は0でない定数) の関係があるとき、 y は x の2乗に比例する関数であることを知る。	時間に余裕があれば、2乗に比例する具体的な例を考えさせてみる。
・2乗に比例する関数の判定	⑦ 次の式で表された関係の中から、 y が、 x に比例するもの、 x の2乗に比例するものを見つける。 $y = 2x$, $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{x}{3}$, $y = 10x^2$ $y - x = 3$, $y = 2x - 1$, $y = -x^2$	
・本時のまとめ	⑧ 本時の学習事項のまとめと整理をする。	

第2時の指導

本時の目標 具体的な事象から2乗に比例する関数を見いだし、それを利用できるようにする。

指導内容	学習活動	板書上の留意点
・前時の復習	<p>① 2つの変数 x と y の間に $y = ax^2$ (a は0でない定数) の関係があるとき、y は x の2乗に比例する関数であることを思い出す。</p> <p>② 次のア～エの中から、y が x に比例する関係、y が x の2乗に比例する関係を見いだし、式で表す。</p> <p>ア. 1ダイス600円の鉛筆で本のねだんが y 円である。</p> <p>イ. 8kmはされた町まで毎時 x kmの速さで行ったなら y 時間かかる。</p> <p>ウ. 250ページの本を2ページ読んだら、y ページ残った。</p> <p>エ. 直角をはさむ辺が $x\text{cm}$ の直角二等辺三角形の面積が $y\text{cm}^2$ である。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 関係式を作らせて式の形から判断させる。 変域については特にされないのでおく。

• 2乗に比例する関数を表す式の利用

④ 直角をはさむ辺が $x\text{cm}$ の直角二等辺三角形の面積を $y\text{cm}^2$ として、次のことを調べる。

ア. y を x の式で表す。

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

イ. $x=2$, $x=5$ に対応する y の値を求める。

$$y = \frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 = \frac{25}{2}$$

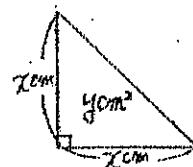
ウ. $y=18$ となるような x の値を求める。

$$18 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$x > 0$ であるから

$$x = 6$$



• x の実数が実数全体の場合には、答が2つあることによく。

• 与えられた条件から作った関係式の利用

⑤ y が x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=3$ となることがわかっているとき、 y を x の式で表し、 $x=5$ に対応する y の値を求める。

ア. 比較をひいて、 y を x の式で表す。

$$y = ax^2$$

イ. $x=2$, $y=3$ を代入して a を求める。

$$3 = a \times 2^2$$

$$a = \frac{3}{4}$$

ウ. y を x の式で表す。

$$y = \frac{3}{4}x^2$$

エ. ウの式に $x=5$ を代入して y を求める。

$$y = \frac{3}{4} \times 5^2 = \frac{75}{4}$$

• x の2つの値は簡単な整数比とならないようにする。
(式を作らなくて済んでしまうので)

• 問題練習により定義をはおる

⑥ 次のア, イの問題で ④ の練習をする。

ア. y が x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき、 $y=-18$ である。 $x=-4$ のとき、 y はいくらになるか。

イ. 斜面でボールが転がるとき、転がる距離 ($y\text{m}$) は、転がりはじめてからの時間 ($x\text{秒}$) の2乗に比例する。いま、ある斜面で、転がりはじめてから4秒後までに、12.8m 転がったものとして、次の間に答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

• アのような問題を時間があれば1, 2題追加する。

• イは、変化の割合の意味を考えるのにつづくのよい素材であるので、ていねいに扱っておく。

・本時のまとめ

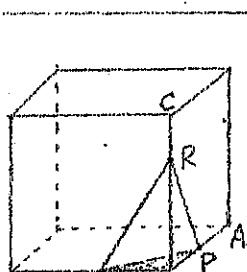
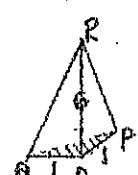
- (2) 転がりはじめてから7秒後までにどの位移がるか。
(3) 20m転がるまでに何秒かかるか。

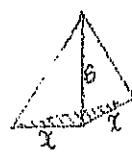
⑥本時の学習内容のまとめをする。

題目 いろいろな 寸法と関数 (3時間)

第7回の摘要

本時の目標 寸法問題から、いろいろな関数を表す式を求めたり、それを利用して面積を解いたりすることができるようにさせる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
・直感を活用する	<p>問題</p> <p>右の図のように1辺10cmの立方体の辺OA, OB, OC上をそれぞれ点P, Q, Rが動くものとする。</p> <p>P, Qの速さは共に毎秒1cmとし、三面すいO-PQRの体積をVで表す。</p> 	・P, Qは等速度運動であることをしっかりおさえる。
・2乗に比例する関数を見いだす	<p>(I) RはOR=6cmの位置で停止している。</p> <p>P, Qは同時にOを出発する。</p> <p>① 1秒後, 2秒後, 3秒後の体積Vを求める。</p>  <p>$V = \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$</p> <p>時間(秒) 1 2 3 ...</p> <p>体積(cm³) 1 4 9 ...</p> <p>② P, QはOを出発してX秒後の体積VをY cm³とすると、X, Yの間のとりうる範囲を答える。</p> $0 \leq X \leq 10, \quad 0 \leq Y \leq 100$ <p>③ XとYとの関係式を式で表す。</p>	・三面すいの体積の求め方を確認する。 ・時間、体積はいずれも連続量であることをもみれる。 ・座標をおさえる。



$$y = \frac{x^2}{2} \times 6 \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = x^2$$

表や式から、 y は x の2乗に比例する実数であることを確認する。

- 導いた式を用いて問題を解決する

- 3乗に比例する実数を導いてみる

- 3乗に比例することを表す式

- 本講のまとめ

$y = 1, 2, 3$ を代入して①の表と比較し、式が正しいことを確認する。

- ④ A, B物質の体積Vを求める。

$$y = 8^2 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}$$

1. 体積が 50 cm^3 になるのは何秒後か。

$$50 = x^2 \quad x = 5\sqrt{2} \text{ (秒)}$$

- (II) RもP, Qと同様、毎秒 1 cm の速さで動き、P, Q, R 3点が同時にOを出発する。

- ⑤ 1秒後, 2秒後, 3秒後の体積Vを求める。



$$1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3}$$

時間(秒)	1	2	3	...
体積(cm ³)	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{2}$...

- ⑥ P, Q, RがOを出発してA物質の体積Vを $y \text{ cm}^3$ とするとき、 x, y の間のとりうる範囲を考える。

$$0 \leq x \leq 10, \quad 0 \leq y \leq \frac{500}{3}$$

- ⑦ xとyとの関係式を表す。



$$y = \frac{x^2}{2} \times y \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{6}x^3$$

- ⑧ 一般に、2つの実数 x と y の間に、

$$y = ax^3 \quad (a \neq 0 \text{ の定数})$$

の関係があるとき、 y は x の3乗に比例する実数であることを知る。

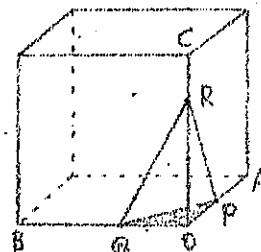
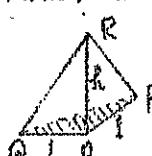
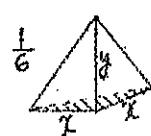
- ⑨ 本講の学習内容のまとめをする。

①での考え方を参考にする。

$y = ax^3$ については、深入りしない。

第8時の指導

本時の目標 工業に反比例する意味とその式の形について理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点										
前回の復習	<p>① 前回の問題を思い出す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・P, Qの辺は、共に 長さ1cm. ・三頂点O-PQRの 体積をV. 											
工業に反比例する関数を見いだす	<p>(III) 体積Vが $\frac{1}{6} \text{ cm}^3$ になる場合を考える。</p> <p>② 1秒後, 2秒後, 3秒後のときのORの長さを求める。</p>  <table border="1"> <tr> <td>時間(秒)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>OR(cm)</td> <td>1</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>...</td> </tr> </table> $1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times h \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	時間(秒)	1	2	3	...	OR(cm)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$...	体積一定
時間(秒)	1	2	3	...								
OR(cm)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$...								
	<p>③ P, QがOを出発してX秒後のORの長さをy cmとすると、X, yとの適のとりうる範囲を考える。</p>  $\frac{x^2}{2} \times y \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $x^2 = \frac{1}{y} ; y = \frac{1}{x^2}$ $\frac{\sqrt{10}}{10} \leq x \leq 10 , \quad \frac{1}{100} \leq y \leq 10$	$y=10$ のとき xは最小 $x=10$ のとき yは最大										
導いた式を利用	<p>④ Xとyとの関係式で表す。</p>  $\frac{x^2}{2} \times y \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $x^2 y = 1$ $\therefore y = \frac{1}{x^2}$	対応については、 教師の指導で重点 とおくことがある。										
方程式	<p>⑤ 5秒後のときのORの長さを求める。</p> $y = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{25} (\text{cm})$											

- $y = \frac{1}{x^2}$ の変化のようすについて考える。

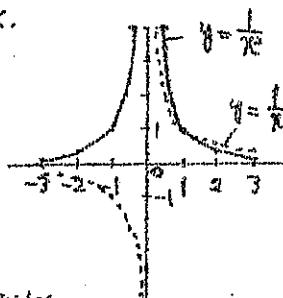
- ⑥ x の変域を実数全体として、 $y = \frac{1}{x^2}$ の変化のようすを調べる。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	/	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	…

・ x の2倍、3倍…、 n 倍のとき、

y は $\frac{1}{2^2}$ 倍、 $\frac{1}{3^2}$ 倍、…、 $\frac{1}{n^2}$ 倍となる。

- ⑦ $y = \frac{1}{x^2}$ のグラフをかく。



- $y = \frac{1}{x^2}$ についてまとめる。

- ⑧ $y = \frac{1}{x^2}$ では、

・グラフは y 軸に関して対称

x	-	0	+
y	/	/	/

・ x の値にかかわらず、 $y > 0$

- ⑨ 一般に、2つの変数 x と y の間で

$$y = \frac{a}{x^2} \quad (a \neq 0 \text{ の定数})$$

の関係があるとき、 y は x の2乗に反比例する関数であることを知る。

- ⑩ 本時の学習内容のまとめをする。

- ・変域を実数全体に括げたことを確認する。

- ・ $y = \frac{1}{x^2}$ だから、 $x = 0$ は定義できないことを注意する。

- ・ $y = \frac{1}{x^2}$ のグラフと比較しておく。

- ・漸近線については挿入してください。

- ・ここまで $a = 1$ の場合を考えてきてことをおさえる。

- ・ $x^2 y = a$ に注意

第9時 の 指導

本時の目標 $y = ax^2$, $y = ax^3$, $y = \frac{a}{x^2}$ のよ)に式で表された関数がたくさんあること、また、式に表せない関数があることやその特徴について理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
•いろいろな比例について、関数式をまとめる。	<ul style="list-style-type: none"> ① 2乗に比例、3乗に比例、2乗に反比例する関係について、関係式をまとめる。 ・第8時、第9時の具体例から、一般式 $y = ax^2$, $y = ax^3$, $y = \frac{a}{x^2}$ を考え、また、これら x^2 に比例すること、x^3 に比例すること、x^2 に反比例することとの意味を考こう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・日常の現象の中には、式で表せる関数がたくさんあること、また一般式により全体の関係がまとめらるが便利なことを知らせる。

・直線関係について
を考える。

- ② ある私鉄の運賃は、 $6 \text{ km} \leq x \leq 12 \text{ km}$ の間で、その値 4
 km 違ちごとに 20 円増すという。(ただし、この私鉄
の運賃表と終着駅との通のりは 86 km である。) 走行距離と料金との関係を調べる。

ア. 走行距離 $x \text{ km}$ のときの料金を y 円とする。

$$x \text{ の範囲は } 0 < x \leq 86, \quad y \text{ は } 70, 90, 110 \cdots$$

x	0	6	10	14	18	...	86	86
y	70	90	110	130	150	...	450	470

イ. グラフに表す。

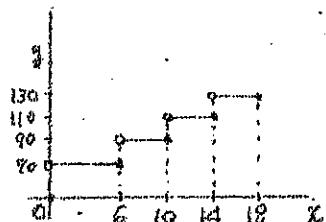
・ x のある区間で

は、 y の運賃一

歩であることを

確認。

確認。



・ x を決めるのは
決まない、この
関係は複数である。

・ $x = 86$ のとき

$$y = 70 + 20 \times \frac{86 - 6}{4} = 470$$

・ $x = 6, 10, 14, \dots$

のとき、グラフが

不連続で全くこと

に注意する。

・直線関係について
を考える。

- ③ ある私鉄経営の簡単な料金は、一律 100 円で、一箇
擲の運のりは 5 km である。走行距離と料金との関係
を調べる。

ア. 走行距離 $x \text{ km}$ のときの料金を y 円とする。

$$x \text{ の範囲は } 0 < x \leq 5, \quad y = 100$$

x	0	1	2	3	4	5	y
y	100	100	100	100	100	100	

イ. グラフに表す。

$$\text{ウ. 式に表す. } y = 100 \quad (0 < x \leq 5)$$

・ x の値が何であ

れども、 $y = 100$

・ x を決めるのは

$y = 100$ と決まるか

ら、 $y = 100$ は関

数である。

・式に表せない関
数について考え
る。

- ④ x を 1 けたの自然数とする。 x を 3 で割ったときの余
りを y とするととき、 x と y の関係を調べる。

ア. x の範囲は、 $1 \leq x \leq 9$ (x は整数), y は $0, 1, 2$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	2	0	1	2	0	1	2	0

イ. x , y の関係を簡単に表す方法を考える。

ウ. グラフに表す。



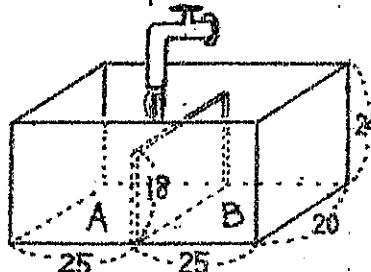
・2 变量の関係を表
すいろいろな方法
から、的確な方法
を選択するように
せよ。

- ⑤ 本日の学習内容のまとめをする。

題目 定義域と値域 (2時間)

第11時の指導

本時の目標 具体的な事象から、定義域、値域、関数の値の意味を理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点				
● 1年の変域に関する復習	<p>(1) 幅20cm、横50cm、深さ24cmの直方体の水そうの中に、右の図のような高さ18cmのしきりがある。AとBの2つの部分に分かれている。しきりの厚さを考えないものとし、水そうのAの部分に水を毎分3㍑の割合で入れてゆくときの深さの変化を調べよう。</p> <p>水そうが、カラの状態とし、今、Aに水を入れはじめ、x分後のAの部分の深さをycmとする。ただし、水そう全体が満水になつたときまでとする。</p> <p>(ア) yの値の変わり方を考える。 $0 \rightarrow \text{増加} \rightarrow 18 \rightarrow \text{一定} \rightarrow \text{増加} \rightarrow 24$</p> <p>(イ) xとyの関係を表にする。</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 (分)</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0 6 12 18 18 18 21 24 / (cm)</td> </tr> </table> <p>(ウ) グラフにしてみる。 (右図)</p> <p>(エ) yの値の変化のようすを調べる。</p> <p>$0 \leq x \leq 3$ 増加 $3 \leq x \leq 6$ 一定 $6 \leq x \leq 8$ 増加</p> <p>(オ) xとyの関係を式に表わす。</p> <p>$0 \leq x \leq 3$ $y = 6x$ $3 \leq x \leq 6$ $y = 18$ $6 \leq x \leq 8$ $y = 3x$</p> <p>(カ) xの変域に対するyの変域を考える。</p>	x	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 (分)	y	0 6 12 18 18 18 21 24 / (cm)	 <ul style="list-style-type: none"> 問題をつかませ、yの変化のし方に注意させる。 yは24cmより増えないので、$x=8$までを考えさせる。 主な点をとり、グラフを予想させる。 折れ線のグラフから、変化のし方が異なることをとらえ、次の時のxの値を読みさせる。 グラフの傾きからも式を作り、容積の計算と一致することを確認させる。 定数倍関数にかかる。
x	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 (分)					
y	0 6 12 18 18 18 21 24 / (cm)					

0 ≤ x ≤ 3	0 ≤ y ≤ 18	○ x の変域によって、y の変域がきまる
3 ≤ x ≤ 6	y = 18	ことをあさえる。
6 ≤ x ≤ 8	18 ≤ y ≤ 24	

・ 関数の値

- ② もが x の関数であるとき、x の値に対するもの値を「関数の値」ということにする。

たとえば、①(才)で、

x = 0 のときの	関数の値	y = 6 × 0 = 0
x = 1 のときの	"	y = 6 × 1 = 6
x = 2 のときの	"	y = 6 × 2 = 12
x = 7 のときの	"	y = 6 × 7 = 21

定義域 値域 の定義

- ③ 一般に、もが x の関数であるとき、x の変域を、「定義域」という。

また、x が定義域のすべての値をとったときの関数の値全体（y の変域）を、

「値域」という。

たとえば、①(才)で、

定義域	0 ≤ x ≤ 3	値域	0 ≤ y ≤ 18
.	3 ≤ x ≤ 6	.	y = 18
.	6 ≤ x ≤ 8	.	18 ≤ y ≤ 24

○ 定義域によって、値域がきまるこことをあさえる。

- ④ 定義域 0 ≤ x ≤ 3 は、0 以上 3 以下のすべての数全体を示している。つまり、x という文字のとることのできる値全体（集合）が、「定義域」である。

- ⑤ 本時の学習事項のまとめと整理をする。

定義域の意味

関数の値と値域の意味

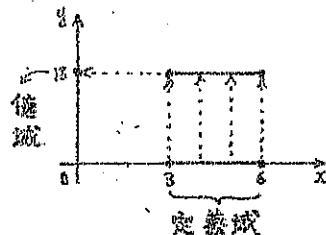
内容について、グラフで定義域、値域を理解させる。

主 番 活 動	指導上の留意点
①の①の関数をグラフ(ウ)で、定義域、値域を考える。	○ 7, 1, ウの3通りに分けて考えさせる。

(7) 0 未満のとき

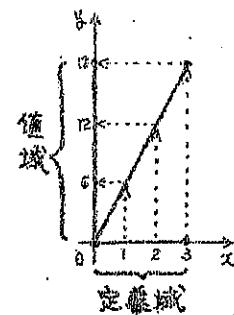
(右図)

(8) 3 未満のとき



(9) 6 未満のとき

(右図)



・数直線で
区間を表す方法
を復習し、端を含む
ときと含まないときの
表記方法に注意する。

② 次の関数のグラフを書き、値域を求める。

(1) $y = -2x + 10 \quad (1 \leq x < 4)$

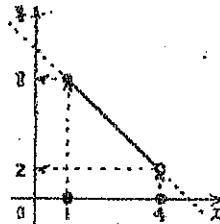
$x=1$ のときの 関数の値

$$y = -2 \times 1 + 10 = 8$$

$x=4$ のときの 関数の値

$$y = -2 \times 4 + 10 = 2$$

したがって
値域 $2 < y \leq 8$



・定義域が式とい
うに使われるとき、
定義域に()をつける。

・グラフの端が含ま
れるかどうかに注意
せよ。

・破線と実線で、グラ
フにおける制限をは
さりさせよ。

・2 未満 8 ではない
ことに注意せよ。

問題練習

$y = 2x + 4 \quad (-3 < x \leq 2)$ についても、
上と同じ手順で調べる。

(1) $y = x^2 \quad (-1 \leq x \leq 3)$

$x=-1$ のときの 関数の値

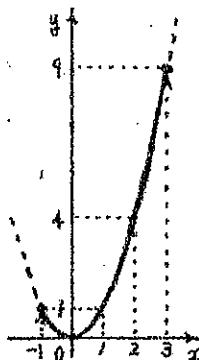
$$y = (-1)^2 = 1$$

$x=0$ のときの 関数の値

$$y = 0^2 = 0$$

$x=3$ のときの 関数の値

$$y = 3^2 = 9$$



上の計算と右のグラフか
ら、定義域の端での関数の
値が、値域の端になるとは
限らないことに気がつく。そこで、値域を
求めるとときは、グラフを書いて調べるほうが
はつきりする。

したがって、値域 $0 \leq y \leq 9$

<p>・問題練習</p> <p>$y = -2x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$)について、(1)と同じ手順で調べる。</p> <p>(2) 「りさいの事業と関数」[第13時]②を、もう一度参える。</p> <p>・本時のまとめ</p> <p>③ 本時の学習事項のまとめと整理をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・定義域、値域とグラフの関係 ・値域の求め方 <p>④ 発展的に考えさせる。</p> <p>長さ1mの棒が20本ある。この棒を全部使って長方形を作りたい。長方形のたてがx本のとき、面積を$y m^2$とするとき、たてが何本のとき、この長方形の面積が最小になります。たてが何本のとき、この長方形の面積が最大になりますか求めよ。</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;">1本から9本のとき</td> <td style="text-align: center;">yの最小値</td> <td style="text-align: center;">$9 m^2$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5本のとき</td> <td style="text-align: center;">yの最大値</td> <td style="text-align: center;">$25 m^2$</td> </tr> </table>	1本から9本のとき	y の最小値	$9 m^2$	5本のとき	y の最大値	$25 m^2$	<p>・階段開放のグラフも扱う。</p> <p>・すばんだ生徒に考え方をさせる。</p> <p>・表を書いて求めさせる。</p>
1本から9本のとき	y の最小値	$9 m^2$					
5本のとき	y の最大値	$25 m^2$					

第13時の指導

本時の目標

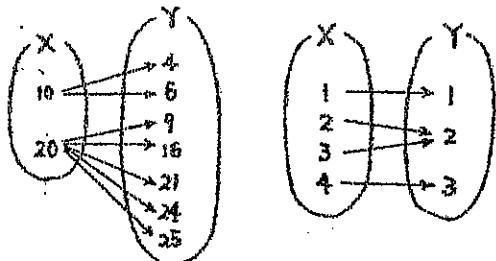
関数の意味について今までとは違った見方ができることを理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
<p>・対応する値の表し方</p> <p>例 $y = -2x + 10$</p>	<p>① yがxの関数であるとき、x, yの対応する値の表し方について理解する。</p> <p>$x = 1$ のとき $y = -2 \times 1 + 10 = 8$ $x = 2$ のとき $y = -2 \times 2 + 10 = 6$ $x = 3$ のとき $y = -2 \times 3 + 10 = 4$</p> <p>このとき、x, yの値が対応するようすを次の(a)や(b)のように表すことができる。</p> <p>(a) $1 \rightarrow 8$ (b)</p> <p>$2 \rightarrow 6$</p> <p>$3 \rightarrow 4$</p> <p>Xは定義域、Yは値域</p>	<p>・XからYへの方向性に注意させる。</p>
<p>・関数における対応のしかたり特徴</p> <p>例 1. 圓の長さ$x cm$の長方形の面積$y cm^2$ 2. 自然数xの約数の個数y</p>	<p>② いくつかの例から、yがxの関数であるものをみいだす。</p> <p>例 1. 圓の長さ$x cm$の長方形の面積$y cm^2$ 2. 自然数xの約数の個数y</p>	<p>・なまべく簡単に取り扱うが、関数であるかどうかの判断の根拠をはっきりさせる。</p>

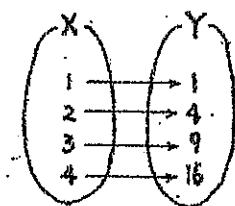
ウ. 1辺の長さ x の正方形の面積 $y = x^2$
上の例では、 y が x の関数であるものは、
イ.ウ. である。

- ③ ②の例について、それが定義域をきめて、 x の値の対応のようすを ① の (a) のよ
うを図(対応図)で表してみる。

ア. $X = \{10, 20\}$ イ. $X = \{1, 2, 3, 4\}$



ウ. $X = \{1, 2, 3, 4\}$



- ④ ③の図を見て、対応のようすを調べる。

ア…… x の 1 つの値に y の値が 2 個以上対
応している。

イ…… x の異なる 2 値 (2 と 3) に同じ y
の値 (2) が対応しているが、又 1 つ
の値に対応する y の値は 1 つだけ。

ウ…… x の異なる 2 値には、 y の異なる 2
個がそれぞれ 1 個ずつ対応している。

イ.ウ. ように、 y が x の関数である場合
には、 x の 1 つの値には y の値が 1 つだけ
対応し、関数ではないアのようない場合には、
そうならないことを理解する。

- ⑤ y が x の関数であるときには、「 x の 1
つの値に y の値が 1 つだけ対応する」とい
う特徴があり、また逆に x から y への対応
のようすがそのようになっている場合には、
その関係を関数であると判断してもよいこ
とを知る。

・わかりにくそうであ
れば、次の練習問題
に与えて、対応表
を作らせる。

・定義域は、横軸
の方で考えておく。

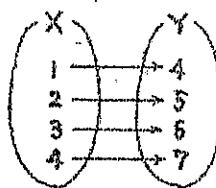
・ア. については、
又て、値の大きさを
整数値に制限して
考えさせる。

・あらためて 関数を
定義しなおすのび
なく、(c) のように考
えてもよいといふ程
度におさえる。

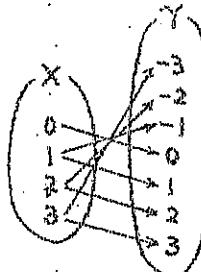
● 関数の意味に
ついてのちが
た見方

- ⑥ ⑤の見方によって、対応図や対応表で与えられたX、Yの関係のいくつかについて、それがXの関数であるかどうかの判断をしてみる。

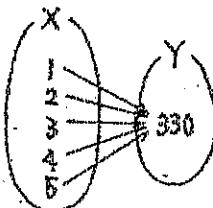
ア.



イ.



ウ.



エ.

X	1	2	3	4	5
Y	1	0	1	0	1

オ.

X	1	2	3	4	5	6
Y	0	0	1	2	2	3

・本時のまとめ

- ⑦ 本時の学習事項のまとめと整理をする。

・対応という見方からの関数の意味

・時間に余裕があれば、アヘンにFにて対応の規則をつかませてもよい。

・次のうちを具体的な事象として考えさせてもよい。

ア. 父の年令と児の年令

イ. 飲料量とともに飲

ウ. 5人乗りタクシーの
乗客数と料金

エ. 自然数と2で割
り余り

オ. ある自然数より小
さい整数の個数

5. 今後の課題

- (1) 今回の指導案を基に、さらに実践・検討をし、修正を加え、よりよい指導案を作成する。
- (2) 各学年ごとの評価問題を作成し、指導計画及び指導展開例を修正する。
- (3) さらに、1. 2. 3年の指導を通して、中学校での関数指導はどうあるべきか、考察を深めていく。

なお、次の先生もこの研究に加わってきました。

安斎省一 豊島区教育委員会、小嶋節雄 北区教育委員会