中学校「関数」

授業研究と評価問題

都中数研　研究部　関数委員会
居駒永信　新宿区立戸塚二中
岩木敬二郎　文京区立文京六中
小沢慶晃　多摩市立多摩中
国宗　進　品川区立伊藤中
坂本和良　新宿区立淀橋二中
藤田誠二　板橋区立赤塚二中
山田幸穂　新宿区立牛込一中
井出　昭　武蔵野市立武蔵野一中
遠藤国雄　板橋区立赤塚二中
風間喜美江　江東区立第二大島中
五島芳夫　港区立三河台中
須藤哲夫　品川区立東海中
中西知真紀　世田谷区立深沢中

I. 研究の経過とねらい

今年から新しい学習指導要領が完全実施され、様々な指導が展開される。
この学習指導要領の表現が簡潔で詳細な記述が少ないだけに、現場の教師にまかされた部分は少なくない。どんな教材で、どのように指導していくのか、その責任の重大さを痛感する。
都中数研 関数委員会では、昭和52年7月の中学校学習指導要領改訂の告示にさきがけ、多くの現場の教師の意見をとり入れながら「関数」の指導計画を立案した。告示後、改訂の趣旨にそって順次、学年を追い具体的な「関数」指導の実際を検討し、次の内容について研究のスポットをあて、実践的な指導計画および指導案を作成し、授業研究を通して検討を加えてきた。

- 第1学年では大幅な変動のあった導入部分「～」の関数
- 第2学年では一次関数の導入部分、さらに一次関数の指導がひと通り終ったところで、具体的な事象から関数

KAZAMA

わかりやすい具体的な教材の開発

関係にある2つの数量を見いだして問題解決をはかる部分

既習み

。 第3学年では従来と扱いが変った「2乗に比例する関数」「いろいろな事象と関数」「集合と関数」の部分

その際、一貫して基礎的・基本的な知識の習得や技能の習熟をはかるとともに、関数的な見方、考え方の育成に配慮し、生徒の発達段階に応じた関数教材の開発につとめてきた。

教科書にない

なお、これまでの研究内容については、その都度、都中数研研究発表大会、日数教関ブロ大会（東京・千葉）、第62回日数教東京大会において発表してきた。

このような経過をへて今回は

。 授業研究を通して指導計画および指導案の再検討を行うこと

。 各学年における評価問題を作成し、生徒の実態を明らかにすること

をねらいとした。

作成した指導案をより良い内容にしてゆくことと何をどこまで指導してゆくかについて、教師の経験や勘に頼るだけでなく、指導内容や生徒の実態を正しくとらえることに重点を置いて再検討する。

先に展開例をつくってから

2. 研究の内容

(1) 指導計画・指導展開例の概要

これまでに作成した指導計画・指導展開例について，概要を述べておく。

第1学年

・指導計画　　　　15時間

項目	指導内容	用語	時数
関数	○ ともなって変わる量 ○ 変数を文字で表すこと ○ 関係を表や式で表すこと ○ 変数・定数の意味 ○ 関数の意味 ○ 変数のとる値の範囲	変数 定数	4
座標とグラフ	○ 直線上の点の座標 ○ 平面上の点の座標 ○ 関数のグラフの意味 ○ いろいろな関数のグラフ	x軸 y軸 座標軸 原点 x座標 y座標 座標	4
比例と反比例	○ 比例の意味 ○ 比例の関係と式表現 ○ $y=ax$のグラフとその特徴 ○ 反比例の意味 ○ 反比例の関係と式表現 ○ $y=\frac{a}{x}$のグラフとその特徴	比例定数	5
練習問題			2

・指導展開例（第1～4時）　[略]

・第2時の授業記録・反省　[略]

・指導計画　　　　　　　　　　　　　　　　　　18時間

項目	指導内容	用語	時数
一次関数の意味	○ 対応する変量をみいだす ○ 変量間の法則の把握 ○ 一次関数の意味	一次関数	②
一次関数とグラフ	○ 一次関数と比例との関係 ○ 一次関数のグラフと比例のグラフとの関係 ○ $y=ax+b$ の b の意味とグラフの切片	切片 （bだけ平行移動） （変域）	2
一次関数の性質	○ 変化の割合とグラフでの傾き ○ 傾きと切片を知ってグラフに表す ○ 一次関数のグラフの性質	変化の割合 傾き 直線の式	3
一次関数を求める	○ 与えられた条件から一次関数を求める (1)　変化の割合と対応する1組の（x, y）の値から (2)　2組の（x, y）から (3)　測定などの具体的な資料から		2
一次関数の利用	○ 法則や規則性をみいだす ○ 一次関数を利用して問題を解決する		②
問題練習			1
二元一次方程式のグラフ	○ 二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフと一次関数 $y=ax+b$ との関係 ○ 二元一次方程式のグラフ	方程式のグラフ	2
連立二元一次方程式をグラフを用いての解法	○ 連立二元一次方程式の解とグラフでの交点の意味 ○ 連立二元一次方程式をグラフを用いて解く		2
問題練習			2

・指導展開例

第1時

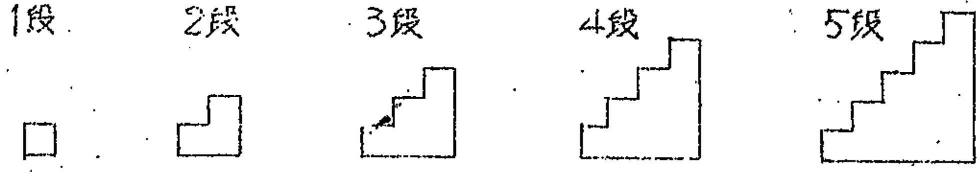
本時のねらい　具体的な事象の中から、ともなって変わる2つの量をみつけ表、グラフ、式などを利用しながら変化のようすや対応のしかたを調べる。

学習活動	留意点
① 関数の意味を考える ○ 1年生のとき、関数をどのように定義したか思いださせる。 ○ 関数の定義を確認する ○ 関数の具体的な例をあげさせる	○ 1年で学んだともなって変わる2つの量について考えさせる ○ 一方がきまるとそれにともなって他方が1つきまる関係であることをおさえる
② ともなって変わる2つの量をみつける	

課題

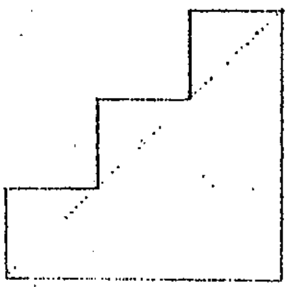
○ 1辺の長さが1cmの正方形の紙を、図のように、階段の形に何段か積んでいく。
このとき、階段の数が増えていくと、それにともなって何が変わるか。

1段　2段　3段　4段　5段



学習活動	留意点
○ いろいろな変数をみつけさせる ● 班ごとに相談させながらまとめる	○ OHPで図示し課題を理解させる。 ○ 十分な時間をとり、机間巡視をして指導助言する。
○ 班ごとに、みつけた変量を発表させる ● だぶっていても板書させる	○ ノートにメモさせる 1 正方形の数 2 階段の数 3 内角の和 4 辺の数 5 階段の周囲の長さ 6 階段の高さ 7 階段の底辺の長さ 8 頂点の数 9 角の数 10 AからBまでの長さ

B



A

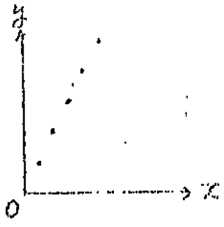
11 AからBまでの距離

③ 変化のようすや対応のしかたを、表やグラフや式で表す

○ 何をきめると、それにともなって何がしっきまるか

○ 階段の数をx段とし、そのときの階段の周囲の長さをy cmとして、その変化する様子や対応を調べ、その結果を発表させる

x	1	2	3	4	…
y	4	8	12	16	…



○ 班ごとに助けあい学習をさせる

○ グラフを書くときは、変域にも軽くふれる

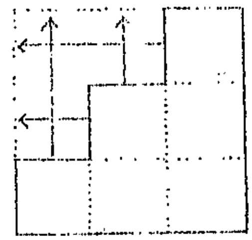
○ 正比例にもふれる

④ 式の意味を考える

○ $y=4x$ の定数4の意味を考えさせる

● 周囲の長さは、正方形の周囲の長さに等しい。

● xの値が1増すごとに、yの値が4増すことを図や表で考える



⑤ 本時のまとめ

○ xとyの対応が関数関係であること

○ yがxの一次式で表されたこと

○ 班ごとに考えだした変量のなかで、8と9について調べてくる（家庭学習）

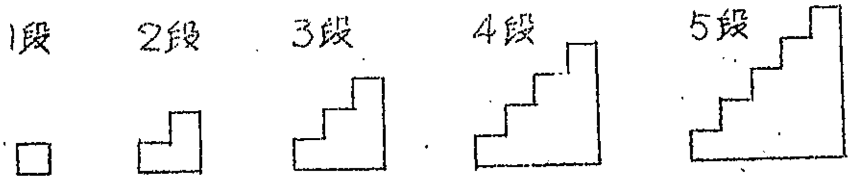
○ 一次関数という用語は第2時で用いる

第 2 時

本時のねらい　　ともなって変わる2量の関係が、一次式で表され、それによってきまる対応のきまりが関数であることを知らせ、一次関数を定義する。

学　習　活　動	留　意　点
① 前時の家庭学習を発表させる ○ 階段の数をx段，頂点の数をy個として変化するようすや対応関係を調べ，yをxの式で表す	○ 事前に模造紙に書かせておく ○ 式をつくる過程をくわしく説明させる

1段　　2段　　3段　　4段　　5段



○ 表

x	1	2	3	4	5 ……
y	4	6	8	10	12 ……

○ グラフ

○ 式　$y=2x+2$

○ 階段の数をx段、直角の数をy個として変化するようすや対応関係を調べ、yをxの式で表す。

○ 頂点や直角の位置を確認する。

○ 対応表

x	1	2	3	4	5 ……
y	4	5	6	7	8 ……

○ グラフ

○ 式　$y=x+3$

② yがxの一次式で表され、関数になることを理解させる

○ 階段の数が10段のとき、頂点の数はいくつあるか。

○ 階段の数が20段のとき、直角の数はいくつあるか。

○ $x=20$ を $y=x+3$ に代入して求められることを知らせる

○ 階段の数をきめると、頂点の数がただ一通りにきまる。

$1 \longrightarrow 4$　　$1 \longrightarrow 4$

$2 \longrightarrow 6$　　$2 \longrightarrow 5$

$3 \longrightarrow 8$　　$3 \longrightarrow 6$

$4 \longrightarrow 10$　　$4 \longrightarrow 7$

○ yはxの一次式で表される

$x \longrightarrow 2x+2$　　$x \longrightarrow x+3$

○ $y=2x+2$、$y=x+3$ などによってきまる対応は関数である

③ 一次関数を定義する

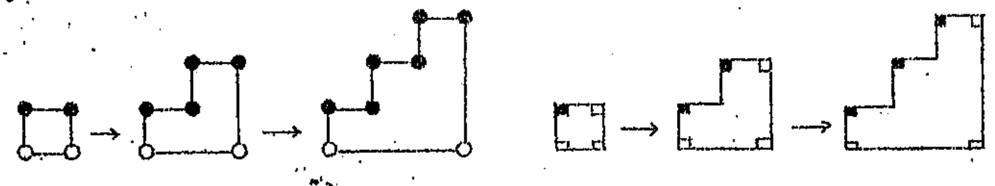
○ $y=ax+b$（a, b は定数, $a \neq 0$）のように、yがxの一次式で表されるとき、yはxの一次関数という。

○ 前時で学習した$y=4x$も、$b=0$のときの式であり、一次関数である

○ 一次関数は、変数に比例する部分と一定部分

○ OHPの活用

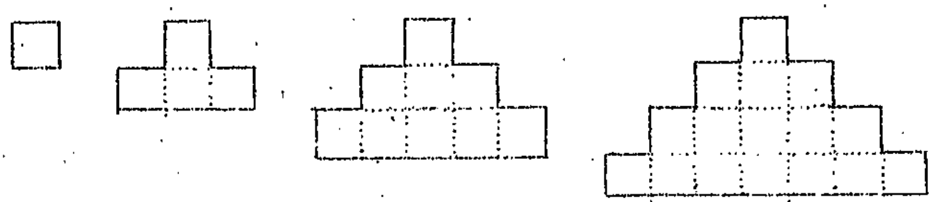
（定数項）との和の形で表されることを図で理解する。	



④ 式の形から一次関数を理解させる ○ 次の各式で，yがxの一次関数であるものはどれか ⑤ 本時のまとめ ○ 一次関数の定義	(1) $y=\frac{x}{2}+5$ (2) $y=\frac{2}{x}$ (3) $y=-x^2+1$ (4) $y=\frac{x}{3}$ (5) $y=-2x-3$ (6) $y=x$

時間が余ったときの課題（または宿題にする）

下図のように、一辺が1cmの正方形を1段目に1つ、2段目に三つ、3段目に五つ、……とx段目まで、順に1段ずつ並べ加えて、太い線で囲まれた図形をつくる。



x段目の図形の外周（太い線の長さ）をy cmとしたとき、yはxの一次関数であることを確かめよ。

第10時

本時のねらい　　関数の考え方を用い、法則や規則性をみいだし問題を解決する。

学習活動	留意点
① 第2時の時間が余ったときの課題を復習しながら、一次関数の意味を確認させる。 ○ 式で表し、どう考えたか発表させる。	○ OHPを活用 ○ 課題をプリントして各生徒に配布する

○ 表や式の形から、一次関数であることを再確認する。

x	1	2	3	4	5 ……
y	4	10	16	22	28 ……

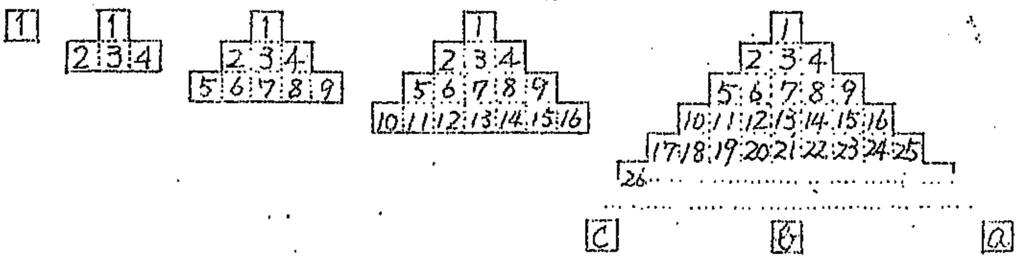
$y=6x-2$

○ 変化の割合が一定であることに気づかせる

② 依存関係を表などからみいだし、関数関係としてとらえる。

—課題—

第2時の課題の正方形に、下図のように自然数 1、2、3、4、……をつぎつぎと書き入れていきました。



○ 5段目に書き入れた数の個数は何個あるか調べる

○ 10段目の数の個数は何個あるか

・求め方を話し合う

○ 自由に考えさせ、各自の解法を発表させていく。

○ 段と個数との依存関係を整理確認する

段	1	2	3	4	5 …… 10
個数	1	3	5	7	9 ……

③ 帰納的な考えで得られた事実を、演えき的に検証させる。

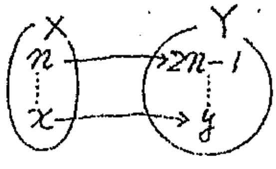
○ 20段、30段と並べても、能率よく求められる方法を考える。

○ こんな式が考えられるという仮説を各自の解法でたてさせ、式を一般化させる

○ n段目に対応して、個数はどんな式で表されるか

段	1	2	3	4	5 ……	10 ……	n
個数	1	3	5	7	9 ……	19 ……	$2n-1$

○ 集合の考えを背景に指導をすすめる



$y=2x-1$

○ x段目の数の個数をy個としたとき、yはxのどんな式になるか

○ 4段目の個数を $y=2x-1$ に代入して関係式の正しいことを確認する

○ [illegible]段目 [illegible] 調

○ 10段目の右端にくる数字 $\boxed{a}$ は、どんな数がくるか

● 求め方を話し合う

段	1	2	3	4	5 ……… 10
数	1	4	9	16	25 ………

○ x段目に対応する右端の数を y としたとき、y は xのどんな式になるか

○ $y=x^2$ に $x=4$ を代入して関係式の正しいことを確認する

④ 本時のまとめ

○ $y=6x-2$　$y=2x-1$　$y=x^2$ のように、関数関係を表す式はいろいろあり、関数の考えがたいせつであることをまとめる。

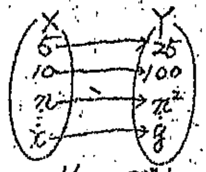
⑤ 発展的に考えさせる

○ 10段目の左端の数 $\boxed{c}$ は、どんな数がくるか

○ 10段目の中央の数 $\boxed{b}$ には、どんな数がくるか

○ n段目に対応する $\boxed{c}$ と $\boxed{b}$ は、n のどんな式で表されるか

○ 10段目の次に n段目を扱う



$y=x^2$

○ 検証の重要さにふれる

○ 関数の考え
- 集合
- 変数
- 変域
- 順序
- 対応

○ すすんだ生徒に考えさせる

○ n段まで扱わなくてもよい
$c=n^2-2(n-1)$
$b=n^2-(n-1)$

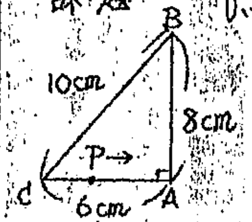
ポイント

第 11 時

本時のねらい　復習を兼ねながら、事実問題から、一次関数を表す式を求めたり、それを利用して問題を解いたりすることができるようにする。

学　習　活　動	留　意　点
① 題意を把握し、関数関係をとりだす	○ OHPを利用する

課題



図のように △BCA（∠A＝∠R）があって、点PはCを出発し、毎秒1cmの速さでAを通ってBまで動くという。

Pが何cmうごくか

Pが動くとき何が動くか

○ 関数関係がなりたつと思う2つの量をとりださせる

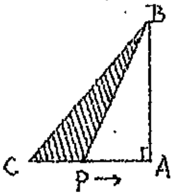
② 一次関数を表す式を求めたり、それを利用して問題を解決する

BPの考察

△BCPで考える

0から6は　0≦4ｘ<0

○ 1秒後、2秒後、3秒後のΔBCPの面積を求める



時間	1	2	3……
面積	4	8	12……

○ 暗算でもよい

○ 連続量であることにふれる

0をあいから書く。

○ 点PがCA上にあるとき、Cを出発してｘ秒後のΔBCPの面積をｙcm²として、ｘ、ｙのとりうる範囲を考えさせる

$0 \leqq x \leqq 6$　　　$0 \leqq y \leqq 24$

○ 変域の用語を用いる

ｘ	1	2	3	4	6	7	8
ｙ	4	8	12	15	10	8	12

○ 点PがCA上にあるときのｘとｙの関係を式で示し、式を利用すると時間からも、面積からも正確に求められることを知る

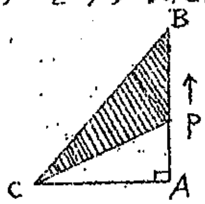
$y = 4x$

$\cancel{x = \frac{1}{4}y}$

時間		面積
3	→	12
2.5	←	10

○ ｙ＝4ｘと書いたときは、ｘが主で、ｙが従であること
面積をきめて、時間を知るには、~~ｘ＝¼ｙ~~であることにもふれるが深入りをしない。

○ 点PがAを通ってAB上にあるとき、Cを出発してｘ秒後のΔBCPの面積をｙcm²として、ｘとｙのとりうる範囲（変域）を考えさせる



$6 \leqq x \leqq 14$

$24 \geqq y \geqq 0$

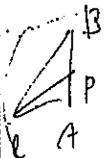
○ 点PがAの上にあるときが面積最大で、しだいに面積が減少することにふれる

○ 点PがAB上にあるときのｘとｙの関係を式で示し、式を利用すると時間から面積が、面積から時間が正確に求められることを知る

・BPの長さを求める

・ΔBCPの面積　　$y = (14 - x) \times 6 \times \frac{1}{2}$
$= 3(14 - x)$
$= 42 - 3x$

○ BPの長さは、わかりにくいので、ていねいに考えさせる
$PA = x - 6$　であるから
$BP = 8 - (x - 6)$
$= 14 - x$　となる



ΔBCA－ΔPCA

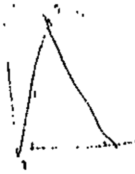
○ $y = -3x + 42$ はどのような関数か表、グラフを用いて確認する

③ 変域によって違った関数になることを考える

○ $0 \leqq x \leqq 6$　　$y = 4x$

○ $6 \leqq x \leqq 14$　　$y = -3x + 42$

○ 発展的にとらえさせる



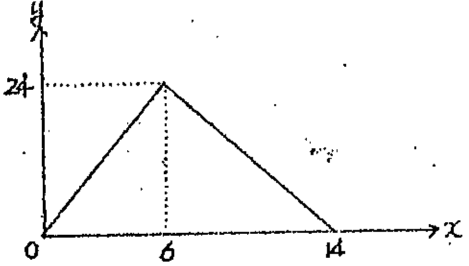
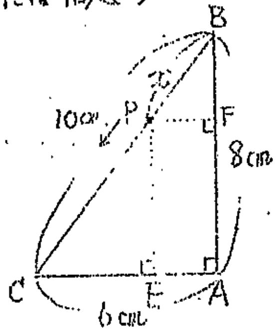
表・グラフ・式

$(14 - 0.5x) \times 6 \times \frac{1}{2}$

$y = 42 - 1.5x$

$\frac{(x-6) \times 6}{2} = 3(x-6) +$

$3(x-6)$

○ 時間をはじめから連続して考えていくと、どんな関数のグラフになるか考える  	○ グラフは生徒への発問と共に完成していくようにする 面積が□のときは何秒ですか。
④ 本時のまとめ ○ 式、グラフを利用すると問題解決が容易であることをまとめる	
⑤ 時間が余ったときの課題（または宿題） ○ 点PがBよりCまで動くとき、PよりCA，BAに垂線PE，PFをおろす。 PE＋PFをyとすると、yはBPの関数であることを確かめよ。  	○ 一般には扱わない ○ $\triangle PFB \backsim \triangle CEP$ $\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ に着目させる
○ BP＝xとして、yをxの式で表せ。 ● 比例式でPF、PEをxの式で表す $PF = \frac{3}{5}x$，　$PE = 8 - \frac{4}{5}x$ ● $y = PE + PF = 8 - \frac{1}{5}x$ $\therefore\ y = -\frac{1}{5}x + 8 \quad (0 \leqq x \leqq 10)$	○ $x : PF = 10 : 6$ $\therefore\ PF = \frac{3}{5}x$ ○ $(10-x) : PE = 10 : 8$ $\therefore\ PE = \frac{8(10-x)}{10}$ $= 8 - \frac{4}{5}x$

・第1時，第10時の授業記録・反省　［略］

第3学年

・指導計画

15時間

項目		指導内容	用語	時数
いろいろな関数	2乗に比例する関数	○直角二等辺三角形の面積などから $y=ax^2$ の式を導き、「2乗に比例」の定義をする。 ○「2乗に比例」する関係を式で表す。 ○比例定数を求める。	2乗に比例	②
	$y=x^2$ のグラフ	○$y=x^2$ のグラフをかく。 ○関数 $y=x^2$ の性質を調べる。 ○$y=x^2$ のグラフを利用して $y=2x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$ などのグラフをかく。 ○$y=ax^2$ のグラフが放物線という曲線であること、及びその頂点を知らせる。	放物線 頂点	2
	変化の割合	○いくつかの関数について変化の割合を求める。 ○関数 $y=ax^2$ と一次関数 $y=ax+b$ の特徴を比較する。		2
	いろいろな事象と関数	○2乗に反比例する関数及び $y=\frac{a}{x^2}$ の式を導く。	2乗に反比例	③
	問題練習			1
集合と関数	定義域と値域	○定義域，値域の定義をする。 ○定義域を知って、値域を求める。	定義域 値域	②
	関数による対応	○関数について「定義域のおのおのの要素に、関数の値が1つだけ対応している」ことを理解させる。		①
	問題練習			1
練習問題				1

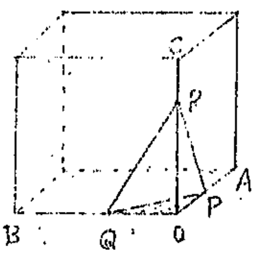
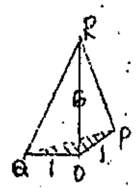
指導展開例

第1、2時の指導 [略]

題目 いろいろな事象と関数（3時間）

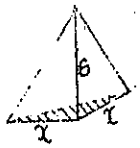
第7時の指導

本時の目標：具体的問題から、いろいろな関数を表す式を求めたり、それを利用して問題を解いたりすることができるようにさせる。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>・課題を把握する</td><td>課題
右の図のように1辺10 cmの立方体の辺OA、OB、OC上をそれぞれ点P、Q、Rが動くものとする。
P、Qの速さは共に毎秒1 cmとし、三角すいO－PQRの体積をVで表す。
</td><td>・P、Qは等速運動であることをしっかりおさえる。</td></tr>
<tr><td>・2乗に比例する関数を見いだす</td><td>(I) RはOR＝6 cmの位置に停止している。
P、Qは同時にOを出発する。
① 1秒後、2秒後、3秒後の体積Vを求める。
$\underbrace{1\times1\times\frac{1}{2}}_{\text{底面積}}\times\underset{\text{高さ}}{6}\times\frac{1}{3}$

| 時間（秒） | 1 | 2 | 3 | … |
| 体積（cm³） | 1 | 4 | 9 | … |

② P、QがOを出発してx秒後の体積Vをy cm³とするとき、x、yの値のとりうる範囲を考える。
$0\leqq x\leqq 10$ ，$0\leqq y\leqq 100$
③ xとyとの関係を式で表す。</td><td>・三角すいの体積の求め方を確認する。
・時間、体積はいずれも連続量であることにもふれる。
・変域をおさえる。</td></tr>
</table>



$$y=\frac{x^2}{2}\times 6\times\frac{1}{3}$$

$$\therefore y=x^2$$

・表や式から、yはxの2乗に比例する関数であることを確認する。

・$x=1, 2, 3$ を代入して①の表と比較し、立式が正しいことを確認する。

・導いた式を用いて問題を解決する

④ ア. 8秒後の体積Vを求める。

$y=8^2=64$ (cm^3)

イ. 体積が50 cm^{3}になるのは何秒後か。

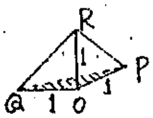
$50=x^2$　　$x=5\sqrt{2}$ (秒)

・3乗に比例する関数を見いだす

(Ⅱ) RもP, Qと同様、毎秒1 cmの速さで動き、P, Q, R 3点が同時にOを出発する。

⑤ 1秒後、2秒後、3秒後の体積Vを求める。

・①での考え方を参考にする。



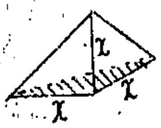
$$1\times 1\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{3}$$

時間(秒)	1	2	3	…
体積(cm^3)	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{2}$	…

⑥ P, Q, Rが Oを出発してx秒後の体積Vをy cm^{3}とするとき、x, yの値のとりうる範囲を考える。

$0\leqq x\leqq 10$,　$0\leqq y\leqq \frac{500}{3}$

⑦ xとyとの関係を式で表す。



$$y=\frac{x^2}{2}\times x\times\frac{1}{3}$$

$$\therefore y=\frac{1}{6}x^3$$

・3乗に比例することを表す式

⑧ 一般に、2つの変数xとyの間に、

$y=ax^3$ (aは0でない定数)

の関係があるとき、yはxの3乗に比例する関数であることを知る。

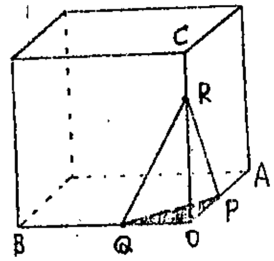
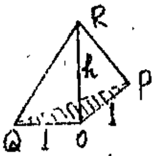
・$y=ax^3$については、深入りしない。

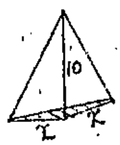
・本時のまとめ

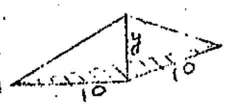
⑨ 本時の学習内容のまとめをする。

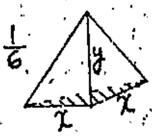
第8時の指導

本時の目標　2乗に反比例する意味とその式の形について理解させる。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>・前時の復習</td><td>① 前時の課題を思い出す。
・P，Qの速さは，共に毎秒1cm。
・三角すいO−PQRの体積をV。

</td><td></td></tr>
<tr><td>・2乗に反比例する関数を見いだす</td><td>(Ⅲ) 体積Vが $\frac{1}{6}$ cm³ になる場合を考える。
② 1秒後，2秒後，3秒後のときのORの長さを求める。


$1\times1\times\frac{1}{2}\times h\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
<table><tr><td>時間(秒)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr><tr><td>OR(cm)</td><td>1</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>…</td></tr></table>
③ P，QがOを出発してx秒後のORの長さをy cmとするとき，x，yの値のとりうる範囲を考える。


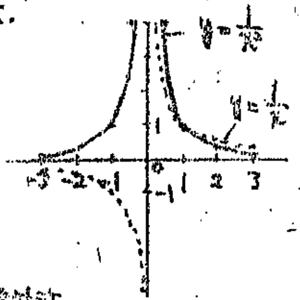


$\frac{x^2}{2}\times10\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
$x^2=\frac{1}{10}$，$x=\frac{\sqrt{10}}{10}$
$\frac{\sqrt{10}}{10}\leqq x\leqq10$
$\frac{10^2}{2}\times y\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
$y=\frac{1}{6}\times\frac{3}{50}=\frac{1}{100}$
$\frac{1}{100}\leqq y\leqq10$
④ xとyとの関係を式で表す。
$\frac{1}{6}$


$\frac{x^2}{2}\times y\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
$x^2y=1$
$\therefore\ y=\frac{1}{x^2}$</td><td>・体積一定

・y=10のとき
xは最小
・x=10のとき
yは最小

・変域については，教師の指導に重点をおくこともある。</td></tr>
<tr><td>・導いた式を利用する</td><td>⑤ 5秒後のときのORの長さを求める。
$y=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$ (cm)</td><td></td></tr>
</table>

・関数 $y=\frac{1}{x^2}$ の変化のようすについて考える。	・xの変域を実数全体として，$y=\frac{1}{x^2}$ の変化のようすを調べる。 $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & \cdots & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots \\ \hline y & \cdots & \frac{1}{9} & \frac{1}{4} & 1 & / & 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \cdots \end{array}$ ・xが2倍，3倍…，n倍のとき， yは$\frac{1}{2^2}$倍，$\frac{1}{3^2}$倍，…，$\frac{1}{n^2}$倍になる。	・変域を実数全体に拡げることを確認する。 ・$y=\frac{1}{x^2}$ だから，$x=0$は定義できないことを注意する。
	⑦ $y=\frac{1}{x^2}$ のグラフをかく。  	・$y=\frac{1}{x}$ のグラフと比較しておく。
・$y=\frac{1}{x^2}$ についてまとめる。	⑧ $y=\frac{1}{x^2}$ では， ・グラフはy軸に関して線対称 $\begin{array}{c\|ccc} x & - & 0 & + \\ \hline y & \nearrow & / & \searrow \end{array}$ ・xの値にかかわらず，$y>0$	・漸近線については深入りしない。
	⑨ 一般に，2つの変数xとyの間に $y=\frac{a}{x^2}$ （aは0でない定数） の関係があるとき，yはxの2乗に反比例する関数であることを知る。	・ここまでに$a=1$の場合を考えてきたことをおさえる。 ・$x^2y=a$ に注意
・本時のまとめ	⑩ 本時の学習内容のまとめをする。	

第9時，第11～13時の指導　〔略〕

(2) 授業研究 …… 3学年第1時

・題　目　2乗に比例する関数

・本時の目標　・具体的な事象から関数関係にある量を見つける。

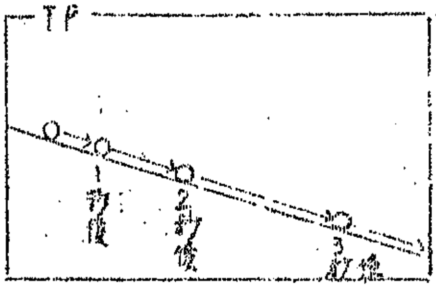
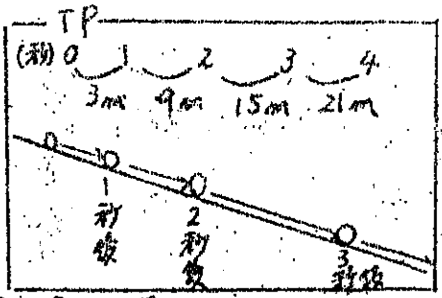
・具体的な事象から2乗に比例する関係を見いだし，その特徴を考察させる。

(1) 日　時　昭和55年11月25日（火）第6校時（2:15～3:00）

(2) 対　象　江東区立第二大島中学校　第3学年D組　45名

(3) 授業者　江東区立第二大島中学校　教諭　風間　喜美江

導入問題 さらに高度な内容を含ませながら指導したもの

1.（パチンコ玉を取り出し、転がして見せる。）		
・パチンコ玉を速く転がすにはどうしたらよいですか。	P 斜面を急にすればよいです。	
・転がし始めの速さと、その後の速さでは、どちらが速いですか。	P 後の方が速いです。	
・そうですね。ジェットコースターに乗ったときや自転車で坂道を降りたときの経験を考えればわかりますね。	（P ほとんどの生徒がうなずく。）	（以上3分）
2.（パチンコ玉が動くときの様子をTPで示す。）		
・この図は、理想的な状態で実験したもので、摩擦や空気抵抗がない真空状態での実験です。		・規則性を強調する。
・パチンコ玉が転がりはじめてから1秒後、2秒後…はどの位置にきていますか。	（P パチンコ玉の位置を確認する。）	
（TPに各時間に進んだ距離の資料を示す。）		・生徒は、この資料の数値に注目し、時間は示さない。
・0〜1秒の間に3m、1〜2秒の間に9m、……進みました。パチンコ玉は、動きはじめてから2秒後には、何m動いたことになりますか。	P₁ 12mです。	
・どうしてですか。	P_1 3m＋9m＝12mだからです。	
・3秒後、4秒後には、何m動いたことになりますか。	P_2 3秒後は27m、4秒後は48mです。	
・理由は。	P_2 順に、3m、9m、15mと進んでいるので、全部で27m進んだことになります。48mも同じ理由です。	
・そうですね。では、この資料を黒板に書きましょう。	（P ノートに写す。）	

①のそれぞれの時間（秒）	0　1　2　3　4
② 各区間で動いた距離（m）	3　9　15　21
③ パチンコ玉が動き始めてから進んだ距離（m）	

・③のそれぞれの距離をもう１度言って下さい。（黒板の表に数を書き込む。）	P　0秒のときは0m，1秒のときは3m，2秒は12m，3秒は27m 4秒は48mです。	（以上11分）
3　・そうですね。問題を出します。5秒後には，パチンコ玉は動きはじめてから何m進むことになるか求めてごらんなさい。（机間巡視）	（P　少し考える。） P_3　① 4 ⌣ 5秒 ② 27m ③ 48m ｝だから 27m＋48mで75mです。	・自由に考えさせ，多くの意見を取り上げる。
・この27mはどのように求めたのですか。	P_3　① 0　1　2　3　4 ② 3　9　15　21（3×1，3×3，3×5，3×7）｝だから ① 4　5（3×9）② ｝と考えて，②は，27mとなりました。	
・P_3君と同じ方法で求めた人はいませんか。	（P　2～3人手を上げる。）	
・違う求め方をした人は……。	P_4　① 0　1　2　3 ③ 0　3　12　21（$\sqrt{3}$ 2乗，$2\sqrt{3}$ 2乗，$3\sqrt{3}$ 2乗）｝ですから，5秒後は$5\sqrt{3}$の2乗と考え，75mを出しました。 （P　ざわつく。）	・この意見にほとんどの生徒は驚く。
・そうですか。	P_4　僕のは簡単な方法です。	
・他の方法で求めた人はいませんか。	① 0　1　2　3　4　5 ② 3　9　15　21　27 ③	

	∴ ここ、27m＋48m＝75mです。	
・随分、いろいろな考えが出てきましたね。他には……。	（P　だれも手を上げない。）	（以上19分）
4．・では、10秒後の③の距離を求めて下さい。	（P　反応は遅い）	15〜17人の生徒が手を上げるまで待つ。
・何mですか。	P_5　300mです。	
・どのように考えたのかな。	P_5　5秒後が$5\sqrt{3}$の2乗だから、10秒後は$10\sqrt{3}$の2乗を出しました。$10\sqrt{3}\times10\sqrt{3}=300(m)$です。	
・さっき、P_4君が$5\sqrt{3}$の2乗を求めたときの$5\sqrt{3}$の5は、5秒の5ですね。それで、10秒後は$10\sqrt{3}$と考え、その数を2乗したのですね。	（P　ほとんどの生徒は、この説明にうなずく。）	
・他には……。	P　P_5君と同じです。 P　P_5君と同じです。	
・他の方法はありませんか。	P_6　① 5　6　7　8　9　10 ② 33　39　45　51　57 ③ 75 だから 75m＋(33m＋39m＋45m＋51m＋57m)＝300m です。	
・そうですね。P_6さんのように6ずつ増えていると考え、答を出した人はいませんか。	（P　3人手を上げる。）	
・P_3君は初めの考えで求めたのですか。	P_3　はい。②の57mは、3×19で出しましたが、他のは、時間がなくて求められませんでした。	
・そうですか。		（以上26分）
5．では、①のパチンコ玉が動き始めてからの時間をx秒、③の距離をymとします。yとxはどんな式で表わすことができますか。	（P　2〜3人はすぐに手をあげる。他はしばらく考えている。） P_7　$y=3x^2$です。	

[illegible]られたのですか。	[illegible] ① 0　1　2 ② 3×1　3×3　｝と必ず 3が あるので　3に関係がありそうだと思って　$y=3x^2$ とおきました。 代入してみるとあっていました。
・他には…。	P　P₇さんと同じです。
・そうですか。P₇さんの3が目についたので式を立ててから確めるなんて、なかなか良い感をしていますね。	
・他の考えも発表して下さい。	P₈　③の各数を3でわると、 ①　1　2　3… ③　1^2　2^2　3^2…　｝となります。 ①がxのときは、③はx^2となり、3で割ったのだから3倍して $y=3\times x^2$ で $y=3x^2$ です。
・そうですね。 ①と③の関係を考えてみると ①　1 $\xrightarrow{2倍}$ 2　3　4 ③　3　12　27　48 (3×1^2)　(3×2^2)　(3×3^2)　(3×4^2) だから 横に見てゆきのが何倍かになったとき、③が何倍になるかという見方もできますね。	
・① 1 $\xrightarrow{2倍}$ 2　になると③は何倍になりますか。	P　4倍です。
・① 1 $\xrightarrow{3倍}$ 3　になると③は…。	P₉　9倍です。
・違う言い方をすると…。	P₉　3の2乗倍です。
・①が の倍になると、③は何倍といえますか。	P　nの2乗倍です。
・そうですね。①がx秒のときはx倍と考えて　③はx^2倍になりますから、3のx^2倍となって[illegible]	（P　うなずく）

かとすることもできますね。 ・他にはどんな考えがありますか。 ・他の考えはありませんか。	P　P₇君と同じです。	(以上35分)
6. $y=3x^2$ は、x秒後の進んだ距離をymとした式ですね。 ・では20秒から22秒の間にはパチンコ玉は、②では何m進んだことになりますか。計算をして下さい。 ・相談をしても良いですから答を出して下さい。	 (P　しばらく考えている。意味がつかめない生徒もいる。) (P　2〜3人で話し合う所が出てきた。)	・xとyの関係を理解。
・②はいままで1秒ごとに考えていたのですが、今度は、2秒だったらということです。	P₁₀　87mです。 6mずつ増えてゆき、0〜10秒では、10秒の所が57mだから、10秒間で30m増えています。 57m＋30m＝87mです。	
・他の人はどう思いますか。	P　10〜20秒と10秒増えていますが、初めの10秒では、30m増えてはいません。	
・2秒から4秒までという意味を考えて下さい。2〜4秒は15mと21mだから②は36m進んだということになります。	P₁₁　12mです。 P₁₂　252mです。	
・いろいろな距離が出ましたね。では、87mと出た人は…。12mと出た人は…。252mと出た人は…。	(P　12m、252mに手を上げた生徒は、それぞれ8〜9人ずつ。)	
・何故12mになりますか。	P₁₃　②のそれぞれは、 ① 0　1　2　3　5 ② 3　9　15　27 (6×1−3)(6×2−3)(6×3−3)(6×5−3)　と各 区間の距離は、その時間を6倍してから3をひけば良いから ① 19　20　21　22 ② 6×20−3 ＝117　6×22−3 ＝129　だから	

[illegible]にした理由は。	[illegible]に代入しました。 $x=20$のとき $y=3\times20^2=1200$ $x=22$のとき $y=3\times22^2=1452$ $1452m-1200m=252m$で 252mを出しました。	[illegible] $(20\sqrt{3})^2=1200$ $(22\sqrt{3})^2=1452$ $1452-1200=252$ と考えていた。
・さあ どれが正しいのですか。	(P 2～3人のグループが数ケ所で、まだ話し合っている。)	
・P_{13}さんの12mは進んだ距離としては短かすぎませんか。	(P 数人の生徒がうなずく)	
・次の時間までに考えてみましょう。		(以上45分)

○研究討議

○授業の概要

今年の夏の日数教大会での発表内容の3年の部分を実践してみた。教科書等では、ボールが動き始めてからの時間と距離から導入するものが多いが、ストロボ写真などに写し出されたものを見た場合、生徒達は各区間に目がゆくのが自然ではないかと考えた。部分的なものから全体をとらえさせ、2乗に比例することについて理解させたかった。

Q. 一般から具体へというのが具体から一般という形になってきているのはどうか。

A. 実際のものから表、グラフ化し、一般化した方が生徒達はとらえやすい。yはxの2乗に比例する内容は、"科前から直角二等辺三角形の断を引き出して、その面積について考えてゆく"ことでも指導できる。パチンコ玉の場合もストロボ写真で具体的にはなっていると思いますが…。

今日の授業は生徒同志のディスカッションがあれば、もっと良いのですが…。以前から具体物によるという方法は変っていないのではありませんか。伴って変る二数の量を自分達で発見させてゆきたい。

Q. 各学年の場合おもしろく指導しても関心が低く、子供の中にわからないという傾向が多く見られる。

A. [illegible]の関数研究会では、[illegible]問題に取り組んでいる。[illegible]点で評価問題も発表する予定です。

Q. ドリルさせる場面が少ないのでは…。

A. 関数もドリルによって解けると思うが、それが理解することとは本来異なっている。

Q. 高校では問題が少ない。時間が足りないのがほとんどである。もっと時間や問題を与えて欲しい。

Q. 他のクラスでは、どんな考えが出ましたか。

A. 10秒後の値は差をとる生徒が多かった。3で割ると2乗になっている、差をとって6ずつ加える、の3種類であった。

Q. 5の部分で式の有効性を強調しておけば良かったのでは…。

Q. この単元のねらい（2乗に比例する）についてはどうだったか。

。二数の依存関係をはっきりさせていなかったのでは…。

。導入段階の玉を速く転がすにはどうすれば良いかという内容を簡単に取り上げてしまったのでは…。

A. 伴って変わる量の関係は、生徒それぞれが自分の方法でとらえていたと思う。それらの考えを式を用いるなどして整理してあげることは必要だったと思う。導入部分は、ストロボ写真などで生徒にはイメージがすぐにつかめたと思うが…。

Q. 関数の苦手な子は、手段を与えてやることが必要であると思う。次の授業で1時間加えてあげれば、もっとおもしろい授業になると思う。

Q. ②の表にこだわり過ぎたのではないか。

Q. 立式のときに、いくつかの方法が出てきても良いと思う。それは子供なのだから、その力を伸ばしてやるのが良いので、教師の期待通りの答ばかりではない。

Q. xとyとの関係をはっきりさせるのに、$y=(x\sqrt{3})^2$しか方法がないのではないか…。だから、いろいろな方法が出てきてもその方向に結びつけて[illegible]良いのでは…。

Q. 時間内に関数をゆっくり指導することができない。
Q. 到達度は、どの程度まで到っているのか。
A. いつもは20人位手をあげるまで待つ。
Q. 後半は、友達同志の相談があったが、前半はなぜやらなかったのか。
いつもは相談させているのか。
A. 日常は、あまりやっていない。混乱しやすく、あまり慣れていない。
Q. 今日の教材について、理科との関係はどうか。
A 理科では、距離よりも速度が中心。総合的に扱う内容だと考えられる。
Q. 指導案の内容は、いつでもそうだが、多過ぎるのではないか。
Q. 落体の様子は、カーテンレールなどを用いて実際に示してみれば、より具体的になると思う。
時間がたつにつれパチンコ玉が~~進む距離~~がとても長くなることをもっと強調した方が良かった。20～22秒の間にパチンコ玉が進んだ距離は、そのことで12mでないという方向にもってゆけると思う。

○まとめ

余裕ある授業で、多くの子供が参加できる授業の形をおさえてゆくことだと思う。1つ1つ確実におさえてゆくことだと思う。表、式、グラフを関連させてゆくことが大切で、子供達が本当に考え、思考を伸ばしてゆくことだと思う。それには、欲ばらずに重点化し、個別化することが必要である。グループでこのような点を高めてゆくことも必要だ。

※ 先に展開例があって

(3) 評価問題

これまで述べたように、指導計画、指導案を作成し、授業研究を重ねてくるうちに、その指導を行っての評価をいかに行うか、生徒の理解の程度はどうなのかが問題となった。そこで、評価の観点をもうけ、それに対応する評価問題を作成し調査する必要が出てきた。以下に、その内容を述べる。

第1学年

A 評価の観点

<1> ともなって変わる2つの量の関係

① グラフからつかめるか
② 表からつかめるか
③ 式からつかめるか

<2> 具体的な事象でのともなって変わる2つの量の関係

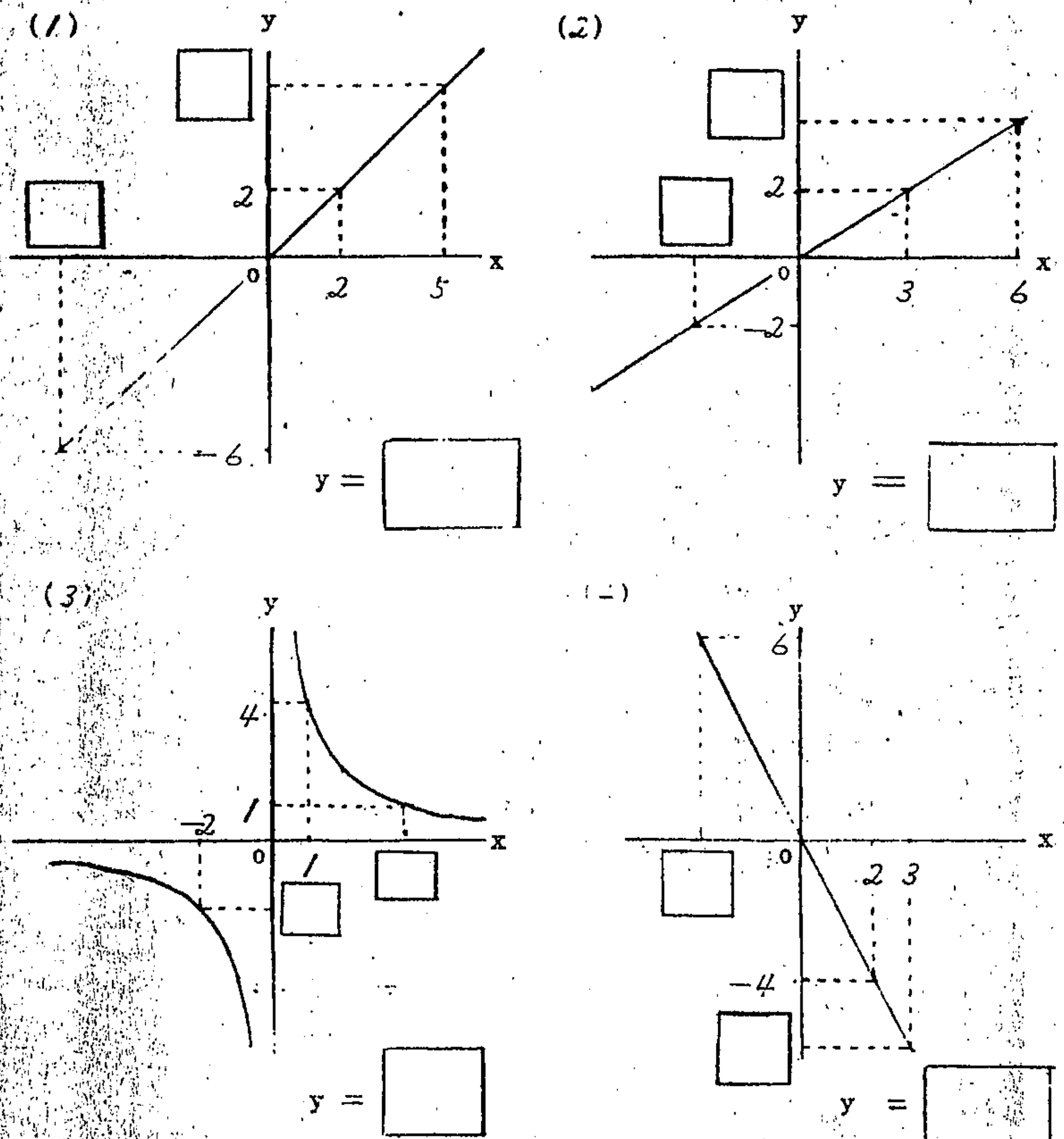
① 具体的に事象の関係をつかめるか
② 表が作れるか
③ グラフが書けるか
④ 式で表せるか
⑤ ことばで x と y の関係をいえるか
⑥ 変域がわかるか

対応している

18〜39

B 評価問題

1. 次のグラフは、ともなって変わる2つの量 x ，yの関係を表したものです。□ にあてはまる数を入れ、 y をxの式で表しなさい。 [<1>① <2>④]



2．次の表は、あるきまりに従って変化するx，y を表したものです。□ にあてはまる数を入れなさい。 [<1>②]

(5)

X	2	3	4	5	6	……	10
Y	30	20	15	12	10	……	□

(6)

X	5	6	7	8	9	10
Y	7	6	5	4	3	□

(7)

X	3	4	5	6	7	……	10
Y	9	12	15	18	21	……	□

(8)

X	5	6	7	8	9	10
Y	3	4	5	6	7	□

3．次の式は変数X・Y の関係を表した式です。□ にあてはまる数を入れなさい [<1>③]

(9) $y = \frac{x}{4}$　y＝3のとき　x＝□

(10) $y = \frac{5}{x}$　x＝7のとき　y＝□

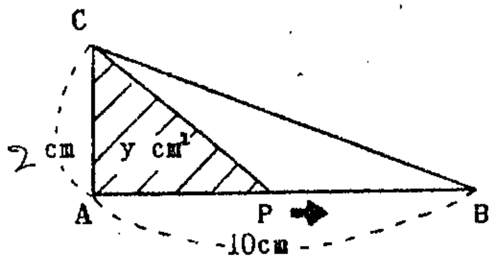
(11) $x + y = 3$　x＝7のとき　y＝□

(12) $x - y = 2$　y＝3のとき　x＝□

4．1～3の（1）～（12）を次の種類に分け、それぞれの印を □ に書きなさい。(13) y はx に比例するものに○印、(14) y はx に反比例するものに△印、(15) 比例でも反比例でもないものに×印。[<1>]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

5．ＡＢ＝10cm，ＡＣ＝２cm
∠A＝90°の直角三角形ＡＢＣがある。点Ｐが点Ａから➡印の方向に点Ｂまで動くものとする。点Ｐが点ＡからＸcm進んだときの三角形ＣＡＰの面積をｙcm²として、次の各問に答えなさい。



[<2>]

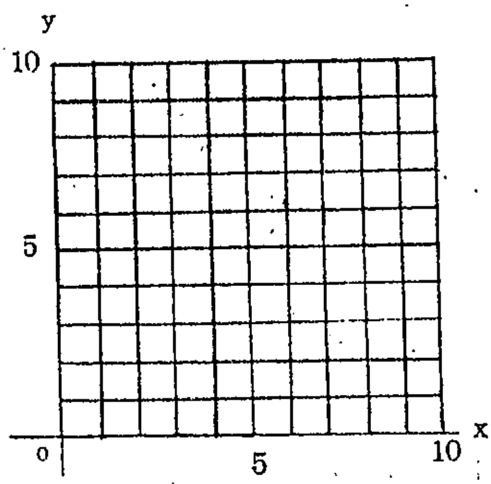
(16) x＝4のときの三角形ＣＡＰの面積を求めなさい．

$\boxed{}$ cm²

(17) 次の表を完成しなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	……
y								

(18) xとyの関係をグラフに表しなさい。



(19) yをxの式で表しなさい。

y＝ $\boxed{}$

(20) 正しいものを、すべて選びなさい。

(ア) yはxの関数である。

(イ) yはxに比例する。

(ウ) yはxに反比例する。

$\boxed{}$

(比例) + b (一定部)

どのような働きが

C 結果の分析

第２学年

A. 評価の観点

<1> １次関数の意味

① 式から１次関数であることが判別できるか。

<2> １次関数の性質とグラフ

① 傾き a，切片 b が式からわかるか。

② 変化の割合が一定であることの意味がわかるか。

③ グラフが書けるか。

④ グラフでの傾き・切片と式の関係がわかるか。

⑤ グラフから１次関数であることが判別できるか。

<3> １次関数の決定

① a, b が与えられたとき

② b と１組の x, y の値が与えられたとき

③ a と１組の x, y の値が与えられたとき

④ ２組の x, y の値が与えられたとき　など

<4> １次関数の利用

① 具体的な事象から，変量をとらえることができるか。

② 伴なって変わる２つの量の関数関係を式に表せるか。

③ 変域がわかるか。

<5> １次関数と２元１次方程式

① $ax+by+c=0$ と $y=ax+b$ の関係がわかるか。

② 連立２元１次方程式の解とグラフの交点の関係がわかるか。

B．評価問題

［評価の観点］

1．次の問いについて，あてはまるものを，下の㋐から㋔の中から選べ。

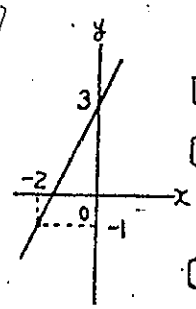
㋐ $y=-2x+3$　　㋑ $x=3y$　　㋒ $y=2$

㋓ $y=\dfrac{3}{x}$　　㋔ $y=2x$

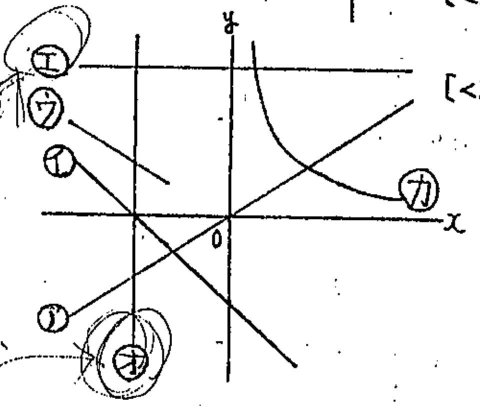
(1) yがxの1次関数となるものはどれか。　［<1>①］

(2) グラフが右上がりの直線となるものはどれか。　［<2>④］

(3) グラフが右のグラフと平行になるものはどれか。　［<2>④］



2．右のアからカのグラフのうちyがxの1次関数であるものはどれか。すべて選び，記号で答えよ。ただし，エはx軸に，オはy軸に平行とする。　［<2>⑤］



4 ~~3~~．次の表で，yがxの1次関数であるとき，□にあてはまる数を求めよ。　［<2>②］

x	1	2	5	□
y	5	8	□	26

3 ~~4~~．1次関数 $y=-3x+2$ について，次の問いに答えよ。

(1) $x=-2$ のときのyの値を求めよ。　［<2>］

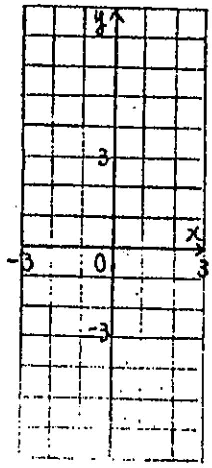
(2) $y=12$ となるようなxの値を求めよ。　［<2>］

(3) このグラフの傾きを求めよ。　［<2>①］

(4) このグラフの切片を求めよ。　［<2>①］

(5) このグラフを，座標平面に書け。　［<2>③］

(6) xの値が3増加したとき，yの値はどれだけ変化するか求めよ。　［<2>②］

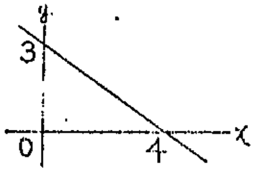


5. 次の問いに答えよ。

(1) 点(0,5)を通り、傾き3の直線の式を求めよ。 [<3> ①]

(2) 切片が−2で、点(5,2)を通る直線の式を求めよ。 [<3> ②]

(3) 右の図の直線の式を求めよ。 [<3>]



(4) 変化の割合が−2で、$x=4$のとき$y=10$である1次関数の式を求めよ。 [<3> ③]

(5) 2点(1,3)、(3,7)を通る直線の式を求めよ。 [<3> ④]

グラフからの予想　関数の問題

6. 2元1次方程式 $2x+y=1$ について　次の問いに答えよ。

(1) この方程式をyについて解くと、$y=\boxed{}$となる。$\boxed{}$にあてはまる式を求めよ。 [<5> ①]

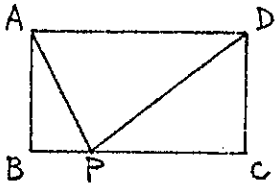
(2) 次の点のうち、この方程式のグラフ上にあるものをすべて選び、記号で答えよ。 [<5> ①]

㋐ $(1,-1)$　㋑ $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$　㋒ $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

(3) この方程式のグラフと、方程式 $x-y=2$ のグラフとの交点の座標を求めよ。 [<5> ②]

7. 右の図のように、AB=4cm、BC=7cmの長方形ABCDの辺BC上に1点Pをとり、AとP、DとPを結ぶ。

今、点Pが辺BC上を頂点BからCまで毎秒1cmの割合で移動しているとき、次の問いに答えよ。



(1) 点Pが動くことによって「変わるもの(変数)」は次の中のどれか。すべて選び記号で答えよ。 [<4> ①]

㋐ △ABPの面積　㋑ △APDの面積　㋒ △PCDの面積
㋓ 長方形ABCDの面積　㋔ 台形ABPDの面積

(2) 点Pが頂点Bを出発して2秒後の△ABPの面積を求めよ。 [<4>]

(3) 点Pが頂点Bを出発してx秒後の△ABPの面積をy cm²としたとき、yをxの式で示すと $y=\boxed{}$。また、xの変域は、$\boxed{}\leqq x\leqq\boxed{}$となる。$\boxed{}$にあてはまる式または数を求めよ。 [<4> ②③]

C、結果の分析

① 正答率

調査時期　1981年6月
調査対象　東京都公立中学校3年生195名（3校、5クラス）

問題番号	正答	正答率 %	無答率 %	主な誤答例　（）内誤答率 %
1 (1)	ア, イ, オ	17	5	アオ (12)　ア (11)　アイエオ (8)　アイウオ (8)　オ (7)　イ (6)　アウオ (4)　イエオ (3)　アエオ (3)
(2)	イ, オ	22	5	ア (18)　オ (14)　アオ (6)　イエオ (6)　イウオ (4)　エオ (3)　エ (3)
(3)	オ	44	6	ア (22)　ウ (9)　エ (9)　イ (7)
2.	ア, イ, ウ	6	9	アイエオ (34)　アイ (23)　アイカ (3)
3. (1)	8	81	3	
(2)	$-\frac{10}{3}$	50	15	$\frac{10}{3}$ (5)　$-\frac{3}{10}$ (4)　-4 (3)
(3)	-3	62	14	2 (8)　$-3x$ (6)
(4)	2	72	15	-3 (5)　$-3x$ (3)
(5)	略	43	16	
(6)	9 減少 -9 増加	21	18	3, 3増, -3減 (12)　-3, 3減 (8)　-6, 6減 (8)　9, 9増 (6)　-7, -7増, 7減 (5)　6, 6増 (5)　2 (3)
4. x	8	47	15	13 (6)　9 (6)　7 (5)　10 (3)
y	17	48	15	15 (9)　20 (6)　13 (5)　14 (3)
5. (1)	$y=3x+5$	50	17	$y=5x+3$ (10)　$y=3x+2$ (4)
(2)	$y=\frac{4}{5}x-2$	29	25	$y=\frac{2}{5}x-2$ (7)　$y=\frac{5}{2}x-2$ (3)　$y=\frac{2}{5}x-2$ (3)　$y=5x-2$ (3)
(3)	$y=-\frac{3}{4}x+3$	28	17	$y=4x+3$ (17)　$y=\frac{3}{4}x+3$ (10)　$y=\frac{4}{3}x+3$ (3)
(4)	$y=-2x+18$	33	30	$y=3x-2$ (5)　$y=-2x+2$ (3)
(5)	$y=2x+1$	33	43	
6. (1)	$-2x+1$	68	10	$2x+1$ (5)　$2x-1$ (3)
(2)	ア, イ	25	10	ア (23)　アウ (12)　イウ (9)　イ, ウ (6)
(3)	$(1, -1)$	31	[illegible]	
7 (1)	ア, ウ, オ	71	4	アイウオ (7)　アウ (6)
(2)	4	68	11	8 (7)　14 (4)
(3) $y=$	$2x$	46	19	$\frac{4x}{2}$ (12)　$8x$ (5)　$4x+7$ (3)
[illegible]	0, 7	33	26	1, 7 (19)　4, 7 (3)

② 問題別考察

問題1について

(1) ㋒ $y=2$, ㋓ $y=\frac{2}{x}$ を1次関数として選んだ生徒が20%程度いる。

(1)→(2)→(3)と正解が前問の解答の一部であると考えない生徒がいる。

(3)で、y切片3、x切片−2と見て、$y=-2x+3$と考え、㋐を選んだ生徒が22%もいる。

	(1)	(2)
アを選んだ者	71%	[illegible]
イ 〃	44	30
ウ 〃	18	8
エ 〃	19	2
オ 〃	68	52
無答	5	5

問題2について

㋒のみ、変域が実数全体でなく整数であるため、選ばない生徒が多い。半数の生徒は、「直線＝1次関数」と理解しているようで、軸に平行な直線㋓㋔を選ぶ生徒がいる。(右表参照)

	2.
アを選んだ者	89%
イ 〃	85
ウ 〃	12
エ 〃	48
オ 〃	47
カ 〃	14
無答	9

問題3について

(2)では、正答が分数になることもあり、正答率が50%と低い。

(3)(4)では「傾き，切片」を指摘できない生徒が30～40%もいて、用語が定着していないことがわかる。

(6)では、「yの値はどれだけ変化するか」という問いかけに対して、−9や9と答えた生徒がいた。「どれだけ増加するか」というような問いかけの方がよかった。

問題4について

「yがxの1次関数であるとき」という文を与えておいたが、表からx，yの変化のしかたをつかめない生徒が多かった。問題を右のように変えて調査してみるのも一つの方法だろう。

x	1	2	3	…	5	…	□
y	5	8	11	…	□	…	26

問題5について

(1)は、正答率50%で、立式の力の弱い生徒が多すぎる。

(3)は、傾きが正の誤答例が多い。「右下りの直線だから傾きは負である」ことを意識する生徒が少ない。

(5)は、2点が与えられたときの式の決定が弱いためか、無答率が40%以上と高い。6.(3)も同様である。

問題6について

(2)で、①をぬかす生徒が多い。分数計算の力が弱いためであろう。

問題7について

具体的に考えられる問題であるためか、(1)の正答率は71%と高い。しかし、(2)(3)は、計算がもう一歩の感じである。(3)のxの変域については、x=0を含むかどうか徹底しない面があり、また、x=1,2,3,……というように、x=0をのぞいて考える習慣がついてしまっているようだ。

③ 全体をながめて

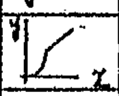
- 式を見て、1次関数かどうかを判断するのは、むずかしい。
- 傾き、切片という用語が定着していないので、いかにして用語を定着させるかを考えたい。
- 変化の様子をさぐるためには、表を作ってみるとか、グラフの概形をかいてみるなどのような基本へもどることが、生徒に身についていない。
- 変化の割合に対する実感がないので、その利用価値がわかるような指導を行いたい。
- 式の決定はむずかしいようだ。ドリル面が強いので、指導の程度にもよるが、もっと理解させておきたい。ただこの際、「式が決定できた＝関数がわかった」ということではないので、必要以上に複雑な問題を与える必要はないだろう。
- 変域については、生徒に理解されにくい。具体例の中で、常に変域を意識させる指導が望まれる。

なお今回は調査時期が3年生になっての6月で、2年時の関数指導が終わって、3か月以上たっていたためか、かなり忘れた生徒が多かったが、定着度を見るにはよかった。また、展開また、展開例にそった指導のあとで、調査問題を実施して、考察してみたい。

C 結果の分析

① 正答率

調査時期　昭和56年 1月～3月
調査対象　東京都公立学校 3年生 214名
（3校　5クラス）

（観点）	問題番号	正答	正答率 %	無答率 %	おもな誤答例（誤答率）	備考
$y=ax^2$とそのグラフ 式とグラフの関係がわかるか。	1 (1)	イ	86	3	ア (6)　ウ (4)	
	(2)	オ	80	4	エ (8)　ア (7)	
	(3)	エ	84	4	オ (6)　ウ (3)　ア (3)	
	(4)	ア	79	5	オ (7)　イ (4)　ウ (3)	
$y=ax^2$のaの意味がわかるか。	2 (1)	エ	76	4	ウ (14)　ア (5)　ア(3%) のみ / アーウ (10%) / アーエ (0%)　ウ・ア 7%	
	(2)	イ	83	3	ア (10)	
与えられた条件から式の決定ができるか。	3 (1)	$y=\frac{1}{3}x^2$	58	10	$\boxed{y=x^2}$ (9)　$\boxed{y=2x}$ (7)	他 $y=ax^2+b$ の形もアリ
	(2)	3	50	10	6 (13)　9 (9)	
変化の割合が求められるか	4	14	61	16	$\frac{1}{14}$ (2)　7, 4, 2	
$y=ax^2$の変化の割合が一定でないこと	5 (1)	ア、イ	63	7	ア (9)　イ (4)　ウ (3)　ア、ウ (3)	
③	(2)	イ、エ、オ	59	7	エ、オ (13)　エ (7)	マイナスの増加も考えるのかという質 but アイエオ
～なのに %は逆！	(3)	オ	$\boxed{81}$	7	エ (3)	
	6 (1)	9	52	24	27 (6)　18 (6)	
定義域 値域	(2)①	$y=x^2$	40	37	$y=2x^2$ (6)　$y=3x^2$ (4)	
	②	$y=10x$	29	46	$y=20x$ (4)	
	(3)		22	54		
	(4)①	160	40	35	320 (4)　480 (4)　256 (4)	
	②	$5\sqrt{2}$	38	43	5 (9)　近似値で答え (2%)	

＊ 変化の割合の符号による特徴づけ 正 ↔ 増加、負 ↔ 減少 がわかるか。

[illegible]

② 問題別考察

問題1について

(2)をエ、(3)をオとした誤答は、15%と多い。$y=ax^2$と$y=\frac{a}{x^2}$のグラフは、aがマイナスの場合、x軸の下側になると判断できる。しかし、$y=\frac{a}{x^2}$のグラフを見慣れていないためか、$y=ax^2$のグラフの特徴まで混乱してくると考えられる。

問題2について

(1)$y=-x^2$,(2)$y=\frac{1}{2}x^2$は、$y=ax^2$のaによってグラフがx軸の上側か下側か判断できる。しかし、グラフの開き具合を数値をあてはめて決定することはできない。(1)は14%,(2)は10%いる。

問題3について

「2乗に比例する」という意味がつかめていない。2乗と2倍の混乱が見られる。例えば、(1)で$y=x^2$と答えた生徒は、(2)では、$3\times3=9$と$3\times2=6$という解答にわかれる。$y=2x$という誤答は、$x=6$のとき$y=12$だから$12\div6=2$で、xの2倍がyと考え、$y=2x$としたのではないか。

(1)で$y=x^2$と答え、(2)で6とした生徒---3%

(1)で$y=x^2$と答え、(2)で9とした生徒---5%

(1)で$y=2x$と答え、(2)で6とした生徒---6%

問題4について

いろいろな誤答が出た。yの変化だけを答えた生徒、逆数を答えた生徒の誤答の意味はわかるが、理解に苦しむ誤答がほとんどで、「変化の割合」の意味が定着していないという感想を持った。

問題5について

式の形から変化の割合やx、yの増加のしかたを判断するのは難しいようだ。(2)の正解①㊁㊂のうち、㊂を選ばないにもかかわらず、(3)で正解となる生徒が13%もいる。

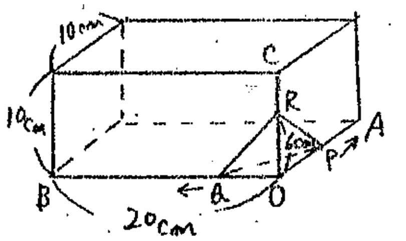
(2)(3)の両方とも正解は57%で、(2)の正解の59%とほぼ一致する。

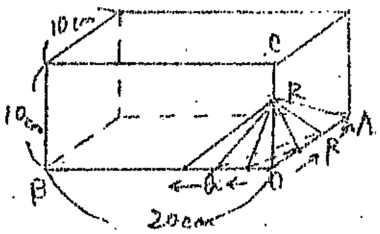
(2)が正解である生徒は、x、yの変化の様子について理解して

いると見なしてよいだろう。

問題6について

指導展開例第7時、8時の指導をうけての問題であるが、無答率が非常に高い。問題の文章が長いからであろうか。下図のような図を与えたりして問題をとらえやすくする必要があるだろう。

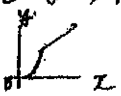
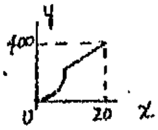




(1)の誤答で、三角すいの体積、三角形の面積を求めるときに、$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$をかけ忘れたり、$\frac{1}{3}$を$\frac{1}{2}$と間違えるなどの誤りは14%もあった。

(2)①…(1)と同じような誤答は10%

②…(1)と同じような誤答は7%

(3)のグラフは  の形になっているが、 とした誤答が多い。誤答の多くは、変化の様子が途中から変ってゆくことはつかんでいるようだ。

(4)①…(1)と同じような誤答は8%

$y=x^2$に$x=16$を代入して256とした生徒は4%

②…(2)①で$y=2x^2$と答えた生徒で5秒後とした生徒は6%で、式を意識して解答する姿勢はあると考えられる。5秒後と解答を出した残り3%は、$x=10$のとき$y=100$だから$y=50$のとき$x=10$の$\frac{1}{2}$と考えて5としたのではないだろうか。

③ 全体をながめて

。「2乗に比例する」ということと、$y=ax^2$の式の形が同一視できていない。

。$y=ax^2$のグラフは、aがマイナスの場合x軸の下側と

わかっているが、細部の特徴まで問われる問題になると、式だけで処理することが難しくなる。
- 式とグラフのイメージが一致していないために起こる混乱が多い。
- 「変化の割合」とは何か、その言葉と内容が理解されていない。変化の割合とx，yの増加量、式の形，グラフは、相互にかかわりを持っているという統合された見方ができていないためと考えられる。

3. 今後の課題

この研究の流れの中で、今回の調査結果をもとに研究・討議してゆくことは多々ある。
関数評価問題の検討、学習の到達度をどこに置くか，また生徒が指導の結果どのように変容してゆくかなど指導上の問題点と評価のかかわりあいを追求することを考えていかなければならない。

そこで、次の3点について今後も取り組んでいこうと考えている。

(1) 評価問題に検討を加え、より適切な評価問題を作成する。
(2) 指導展開案にそって実践し、生徒の理解度を評価問題を通して把握する。そして，これらをもとに指導計画および指導案の再検討を行う。
(3) さらに、1、2、3年の指導を通して，中学校での関数指導はどうあるべきか、考察を深めてゆく。

関数はと

トリルは