第65回 日数教全国大会(埼玉)研究発表資料

関数領域における授業研究と評価問題

東京都中数研 関数委員会

1 研究の経過とねらい ―――――――――――― 2

2 研究の内容 ―――――――――――――――― 2

Ⅰ 授業研究と評価問題 ―――――――――― 3

1. 指導計画の再検討------3

2. 授業の実際と指導案の改訂----------------3

・第1時指導案----------3

・第1時の授業記録--------6

・研究討議------------10

・第1時改訂指導案--------11

3. 評価問題と生徒の実態----13

(1)評価の観点------------13

(2)評価問題-------------14

(3)結果の分析

①正答率-------------16

②問題別考察-----------17

Ⅱ 一次関数の式の決定の指導について ――― 19

1. 研究の動機・考察の方法--19

2. 指導計画------------20

3. 指導の実際

・第7時の授業記録-------21

・第7時改訂指導案--------26

・第8時練習問題---------28

4. 一次関数の式の決定の指導の有効性について

・プレテスト------------30

・ポストテスト----------31

・プレ・ポストテスト正答率---32

・プレテストとポストテストとの比較--------------33

・プレテストとポストテストの結果の考察-----------33

5. 評価問題--------------36

①正答率--------------38

②問題別考察------------39

③全体をながめて--------41

3 今後の課題 ―――――――――――――― 42

1983.8.5

1. 研究の経過とねらい

関数指導のねらいとして、次のことがあげられよう。

(1) 身近な具体的事象から、関数関係にある2つの量を見いだすことができるようにさせる。

(2) 関数関係にある2つの数量の特徴を調べたり、基本的な関数についての特徴を、表、グラフ、式などから考察し、理解させる。

(3) 関数的な見方、考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる。

都中数研関数委員会では、上のねらいをふまえ、昭和52年7月の学習指導要領改訂の告示にさきがけ、多くの現場教師の意見を取り入れながら関数の指導計画を立案した。

告示後、52〜54年度は学年を追って具体的、実践的な指導計画、指導案を作成、授業研究を通して検討を続けてきた。その際、一貫して基礎的・基本的な知識の習得や技能の習熟をはかるとともに、関数的な見方・考え方の育成を配慮し、生徒の発達段階に応じた関数教材の開発に努めてきた。

55年度以降は、作成した指導計画、指導案にしたがった実践をさらに深めながら、指導を終えての評価をいかに行うかという立場から、各学年における評価の観点と、それに対応した評価問題を作成、実施、検討した。今年度はその4年目にあたる。

なお、これまでの研究内容は、そのつど、日数教全国大会（東京、山形、岡山）、日数教関ブロ大会（東京，千葉，神奈川）において報告してきた。以上の経過をふまえ、本年度は、

(1) 第1学年の評価問題の実施・検討
　　及び指導計画・指導案の検討・改訂

(2) 第2学年一次関数の式の決定の理解を深める指導の考察

をねらいとした。以下、(1)については、そのⅠで、(2)については、そのⅡで述べる。

2. 研究の内容

Ⅰ. 授業研究と評価問題

1. 指導計画の再検討

昭和52年度に作成した第1学年の指導計画及び導入部分についての指導案を実践・検討することにより、次のように、指導計画を再構成した。

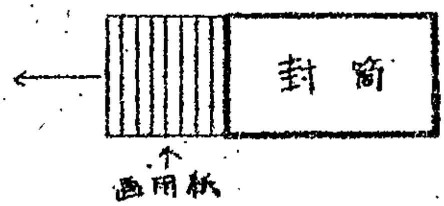
項目	指導内容	用語	時数
変化と関数	・具体的な事象から、変化する量をみいだすこと。 ・2つのともなって変わる量の関係を表や式で表すこと。 ・変数を文字で表すこと。 ・関数の意味 ・変域※	変数 ～は～の関数 yはxの関数 変域	2
比例	・比例の意味 ・比例の関係と式表現	yはxに比例 定数, 比例定数	2
座標とグラフ	・平面上の点の座標 ・関数のグラフの意味・かき方 ・$y=ax$ のグラフの特徴	座標軸, x軸, y軸, 座標, 原点, x座標, y座標	2
問題練習			1
反比例とそのグラフ	・反比例の意味 ・反比例の関係と式表現 ・$y=\frac{a}{x}$ のグラフとその特徴	yはxに反比例	2
問題練習			2

※不等号を用いて表現するのは、第7時 問題練習で行なう。　　(合計 11時間)

2. 授業の実際と指導案の改訂

・第1時 指導案

指導内容	学習活動	指導上の留意点
・題意を把握する	課題 封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。	・画用紙は1cm間隔に線を引いておく。



・変化する量を見つける。

①変わるものを考える。

・横の長さ　　・右図Aの面積

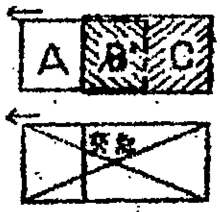
・全体の面積　　・右図Bの面積

・周の長さ　　・右図Cの面積

・対角線の長さ　　・対角線の交点の位置

・~~たてに引いた線の数~~

・封筒をもっている先生の手の間隔



・1つ1つ確かめながら板書していく。

・変化しない量を見つける。

②変わらないものを考える。

・たての長さ　　・重さ　　・封筒の対角線の長さ

・封筒の横の長さ　　・長方形という形

・封筒の面積　　・内角4つはどれも90°

―①の中から周の長さと面積について調べる―

・変化のようすをつかむ（周の長さ）

(1) 引き出した長さと周の長さについて調べる。

③画用紙を1cm，2cm，3cm……と引き出してゆくときの周の長さを求める。

・周の長さを求めるには、封筒のたてと横の長さが必要であることに気づかせる。

たて―12cm
横―20cm
とする。

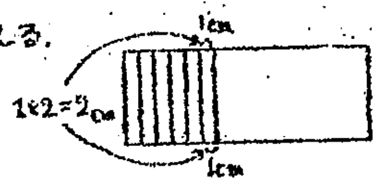
④表にまとめる

引き出した画用紙の長さ（cm）	0	1	2	3	……
周の長さ（cm）	64	66	68	70	……

+2　+2　+2

⑤周の長さがどのように増えるかを考える。

・2cmずつ増える。



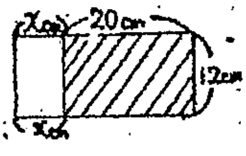
⑥上の2cmの意味を考える。

⑦引き出した画用紙の長さがxcmのときの周の長さをycmとして、yをxの式で表す。

・$y=64+2x$　　・$y=2(32+x)$

・$y=x+x+64$　　・$y=2(x+20+12)$

・$y=(20+x)\times2+12\times2$



・$y=64+x$, $y=2x$ のような式も出てくると予想される。

・生徒の発表した式に対して、それぞれ意見を求める。

・図で確かめさせる。

	⑧ x, y の取りうる値の範囲を考える。 ・$0 \leqq x \leqq 20$ ・$64 \leqq y \leqq 104$ $\begin{cases} x: 0 \sim 20 \\ y: 64 \sim 104 \end{cases}$ のような書き方でもよい	・不等号の使い方を押さえる。 ・式から考える生徒と表から考える生徒がいると思われるので押さえておく。
・変数，変域の用語を与える	⑨ ・上の x や y のように、いろいろな値をとる文字を<u>変数</u>という。 ・また、変数のとりうる値の範囲を、その変数の<u>変域</u>という。	
・変化のようすをつかむ（面積）	(II) 引き出した長さと面積について調べる。	・周の長さに関して詳しくやったので面積については簡単に扱う。

③' 画用紙を1cm, 2cm, 3cm, ・・・と引き出してゆくとき面積はどのように変わりますか。

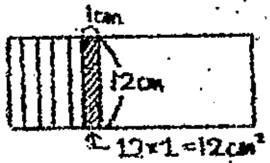
④' 表にまとめる。

引き出した画用紙の長さ(cm)	0	1	2	3	・・・・
面積(cm^2)	240	252	264	276	・・・・

+12　+12　+12

⑤' 面積がどのように増えるかを考える。

・$12cm^2$ ずつ増える。

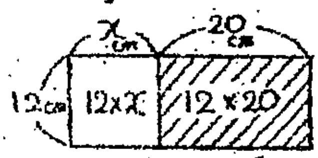


⑥' 上の $12cm^2$ の意味を考える。

⑦' 引き出した画用紙の長さが $x$cm のときの面積を $y$cm² として、y を x の式で表す。

・$y = 240 + 12x$

・$y = 12(x + 20)$



⑩' $y = 240 + 12x$ の x, y の変域を考える。

・$0 \leqq x \leqq 20$

・$240 \leqq y \leqq 480$

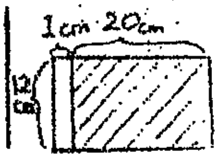
・第1時の授業記録

日時 昭和57年11月25日（木） 第6校時 （2:20〜3:10）

対象 文京区立第十中学校 1年B組 39名

授業者 文京区立第十中学校 教諭 瀬谷 三知永

目標と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
1 課題の提示。		
・今日は関数の一番最初の授業です。ここに封筒があります。中には1cm間隔に線を引いた画用紙が入っています。この画用紙を引き出すと変わるものがいろいろあります。さて、何が変わりますか。	P_1 横の長さが長くなります P_2 画用紙のたての線の数が多くなります。 P_3 全体の面積が大きくなります。 P_4 引き出した画用紙の面積が大きくなります。 P_5 周囲の長さも長くなる。	
・変わるものを考えてきたので、今度は変わらないものを考えてみましょう。	P_6 たての長さ P_7 封筒の面積 P_8 封筒の周囲の長さ P_r 画用紙に引いてある線の間の面積 P_9 封筒の横の長さ	（以上7分）
・変わるものと変わらないものを、みんながいろいろ発表してくれましたが、ここでは、変わるものの中で周囲の長さについて考えていきましょう。		
・周囲の長さを求めるために何か知りたいものはありませんか。	P_4 たてと横の長さです。	



・では、この封筒のたての長さを12cm横の長さを20cmとします。

・画用紙を1cmだけ引き出したときの周囲の長さはどうやって求めるのかな。表に書き入れていって下さい。

引き出した画用紙の長さ(cm)	0	1	2	3	……
周囲の長さ(cm)					

(以上 15分)

(机間巡視)

・P_{10}君、画用紙を引き出さないときの周囲の長さは。

P_{10} 32cmです。

・では、画用紙を1cm引き出したときの周囲の長さは

P_{11} 66cm

・2cm, 3cmのときは

P_{12} 68cm, 70cmです。

0	1	2	3
64	66	68	70

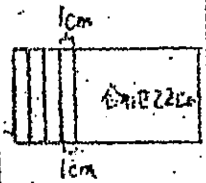
+2 +2 +2

・周囲の長さはどういうふうに変化していますか。

P_{13} 2cmずつ増えている

では、この2cmの意味を図で考えてみましょう。図のどの部分がこの2cmに相当しますか。

P_{14} (前に出て図を指さしながら)上が1cm, 下が1cm増えるので、合わせて2cm増えることになります。



・そうですね。では、表を見て下さい。引き出した画用紙の長さが1cmのとき周囲の長さは66cm, 2cmのときは68cm……。そして、$x$cmのときは$y$cmでした。yをxの式で表して下さい。(机間巡視)

・式をたくさんかくように指示する

P_{15} $y=20\times2+12\times2+2x$

P_{16} $y=20+20+12+12+x+x$

P_{17} $y=2\times(20+12)+2\times x$

P_{18} $y=(20+12)\times2+2x$

P_{19} $y=64\times x+2$

P_{20} $y=2(20+12+x)$

P_{21} $y=2x+64$

・5番目の式は、発表者自身がよくわかっていないため、$x=0$を代入して$y=2$になってしまうことから誤りであることを確認する。

・では1つずつ点検してみましょう。(発表者に順番に説明させる)

(以上 28分)

・いろいろな式が出てきたけど、( )をはずして計算すると、結局 $y=2x+64$ になることがわかりますね。 ・(再び封筒に注目させる) x は何cmから何cmまで変化するでしょうか。また、周囲の長さは、何cmから何cmまで変化するでしょうか。ノートに書いて下さい。文章で書いても、式で書いても、自分で作った記号に書いてもいいですよ。(机間巡視)	(画用紙は最初、封筒の奥までぎっしりとつまっているかとの質問があった。)	・画用紙を引き出しながら話す。
・引き出した画用紙の長さは何cmから何cmまで変わりますか	P_{22} 一番小さいのが1cmだから1cmから20cmまで変化します。	
・1cmから20cmまで？	P_{22} あっ 0cmからです。	
・では周囲の長さはどうですか	P_{13} 64cmから104cmまで	
・周囲は画用紙を引き出さないときが一番短くて64cm。一番長くなるのは横の長さが $20+20=40$ のときだから $40+40+12+12=104$ になりますね ・もう少し数学らしく書いてみましょう $0 \leqq x \leqq 20$ $64 \leqq y \leqq 104$ ・x は0, 1, 2… あるいは3.5や4.2のようないろいろな値をとりますね。このようにいろいろな値をとる文字のことを<u>変数</u>といいます。同じように y も64, 66, 68, あるいは64.2といろいろ変化します。従って y も変数です。変数はいろいろな値をとるわけですが、x のように0から20までと変化する範囲が限られているとき、この範囲を<u>変域</u>といいます。		(以上38分)

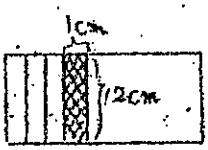
・今までは周囲の長さについて考えてきたわけですが、次に、全体の面積について同じように考えていきます。表に記入していって下さい		

引き出した画用紙の長さ(cm)	0	1	2	3	・・・・
全体の面積(cm²)					

・P_{23}さんどうなりましたか	P_{23} 左から 240, 252, 264, 276, … です	・生徒はスラスラ書き入れる。
・どういうふうに変化していますか。	P_{23} 12 cm²ずつ増えています	
・そうですね。じゃあ、12 cm²の意味を図で考えみましょう。どの部分のことなのかな。	P_{11} (前に出て該当する部分をチョークでぬりつぶしながら) この部分です。横が1cm, たてが12cmでこの部分の面積は 1×12= 12cm²になります。	

0	1	2	3
240	252	264	276

+12 +12 +12



・今の説明のように1cmずつ引き出すにつれて12cm²ずつ増えていきますね。次に、引き出した画用紙の長さがxcmのときの全体の面積をycm²とします。yをxの式で表して下さい。	P_{24} $y=(20+x)\times 12$	
・理由は	P_{24} たてが12で横が20+xだからそれをかければ面積になる。	
・他に	P_{26} $y=240+12x$ です 封筒の面積が240で引き出した画用紙の面積が12xなので、合わせて240+12xです	
・そのとうりですね。さて、変域を考えてみましょう。不等号を使って書いて……	P_{26} $0 \leqq x \leqq 20$ $240 \leqq y \leqq 480$ です。	
・きょうは封筒と画用紙を用いて、変わるものと変わらないものを考えました。変わるものの中で2つ選び、どう変わるかを、調べてきました。新しく出てきた言葉もありましたね もう一度確認しておいて下さい。		(以上, 50分)

・研究討議

（課題について）

㋐封筒から引き出す画用紙に線を引くのは、片面だけがよいのでは…。指導の初めは線を引いた方を見せ、一般化したり変域の指導のときには、線を引いてない方で指導することも考えられるだろう。

㋑~~対角線の交点の位置まで指導するのだったら、見やすくするた~~めに裏側にビニールをはって画用紙が見えるようにしたらどうか。

㋒この教材をもっと見やすくするために、プラスチックで窓をつくったり、OHPに写したりするという考え方もあるが、身近で親しみやすい教材の方が、生徒が活動するので、この授業で使った封筒でよいと思う。

（指導の順序・内容について）

㋓授業者から

生徒に聞いたら変域がよくわからなかったと言っていた。

変わるものをあげるときに、他クラスではたくさんの事柄があがったが、今日は少なかった。

周囲の長さの式は、今日の方が多く出て、生徒一人一人がいろいろな考えで式をつくることを感じた。

㋔変わらないものをあげさせるのはよいと思う。それによって変わるものが引き立てられると思う。

㋕第1時は、式をつくるまでやらず、xの値が0，1，2，…のyの値をていねいに求めさせ、表にまとめるまでで十分で、第2時に、その表をもう一度取り上げ、式を作ることをやればよいと思う。

㋖周囲の長さyをxの式で表わすとき、いろいろな考えで式をつくったとき、その観点を発表させたのはよかった。すべての式が$y=64+2x$になることを確認したこともよかった。

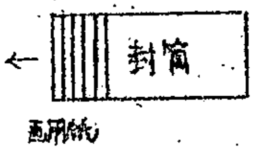
㋗変域がわからない生徒が多い。第2時に扱った方がよい。

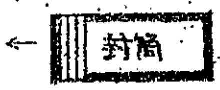
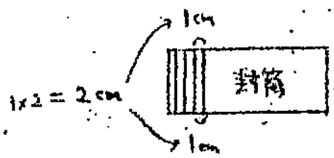
㋘変域は、$0\sim20$のように「〜」で扱う方がわかりやすいと思う。不等号に慣れたらきちんとかかせるようにしたい。

㋙変域に0を入れるかどうかは、指導者の側から与えてよいと思う。

・第1時 改訂指導案

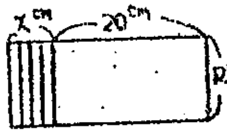
本時のねらい　具体的な事象から変量を見いだし、変化の様子を、表や式でとらえることができるようにする。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>・題意を把握する</td><td>課題
封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。
</td><td>・画用紙は1cm間隔に線を引いておく。
・画用紙を引き出すのは、教師が行ない、生徒にじっくり見せる。</td></tr>
<tr><td>・変化する量を見つける</td><td>① 変わるものをあげる
(ア. 封筒と画用紙を一体としてとらえた生徒)
・横の長さ　・全体の面積　・周の長さ　・対角線の長さ
・対角線の交点の位置　・長方形の形
・封筒をもっている先生の手の間隔
(イ. 封筒と画用紙を別個のものとしてとらえた生徒)
・右図A, B, Cの部分の面積

・線の数　・対角線の長さ</td><td>・ア・イ両方の意見を引き出すのが望ましいが、生徒の前でア・イの区別をする必要はない。
・1つ1つ確かめながら板書していく。</td></tr>
<tr><td>・変化しない量を見つける</td><td>② 変わらないものをあげる
(ア) ・たての長さ　・重さ　・長方形という形
・内角4つはどれも90°
(イ) ・封筒の横の長さ、面積、対角線の長さ</td><td>・全体の周の長さのうち、変わらない部分を赤くぬる。</td></tr>
<tr><td>・ともなって変わる2つの数量関係を調べる</td><td>(Ⅰ) 引き出した長さと周の長さの関係について調べる
③ 画用紙を0cm, 1cm, 2cm, 3cm……と引き出していくときの周の長さを求める。

④ 表にまとめる
cm<table><tr><td>引き出した画用紙の長さ</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>……</td><td>20</td></tr><tr><td>周の長さ</td><td>64</td><td>66</td><td>68</td><td>70</td><td>72</td><td>……</td><td>104</td></tr></table>
⑤ 表から気づくことをあげる
・2cmずつ増える。
⑥ 周の長さが2cmずつ増えることの意味を考える
</td><td>・封筒のたてと横の長さが整数であることに気づかせる。
たて……12cm
よこ……20cm
・64cmの意味を確認する
・表作りを通して
・連続量であること
・変域の概念
に少しふれておく</td></tr>
</table>

・2つの数量関係を式で表す

⑦ 引き出した長さをxcm、xのときの周の長さをycm として、yをxの式で表す。



- $y=2x+64$
- $y=x+x+12+12+20+20$
- $y=(x+12+20)\times 2$
- $y=x+x+64$
- $y=2(32+x)$
- $y=(20+x)\times 2+12\times 2$

・$y=2x+64$ という式の形にはあまりこだわらないが、計算することによりこの式になることを確認する。
・図で確かめさせる。
・立式の前に、ことばで数量関係を表現させることも考えられる。

・変数の用語を与える

⑧ 上のxやyのように、いろいろな値をとる文字を「変数」という。

・他の2つの数量関係を調べる。

(Ⅱ) 引き出した長さとAの部分の面積の関係について調べる

・問題練習のように扱うことも考えられる。

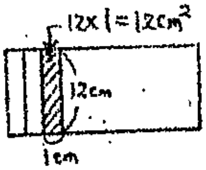
③ 画用紙を0cm、1cm、2cm、3cm …と引き出してゆくときのAの部分の面積を求める。

④ 表にまとめる。

引き出した画用紙の長さ	0	1	2	3	4	……	20 cm
Aの部分の面積	0	12	24	36	48		480 cm²

⑤ 表から気づくことをあげる。
- 12ずつ増える
- 12の倍数

⑥ 面積が12cm²ずつ増えることの意味を考える。



⑦ 引き出した長さをxcm、このときのAの部分の面積をycm²として、yをxの式で表す。
- $y=12x$

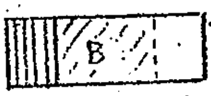
x、yが変数であることを確認する。

・本時のまとめ　⑨ 本時の学習内容のまとめをする。

・第2時　改訂指導案概略

(Ⅲ) 引き出した長さと全体の面積の関係について調べる

ここでは、「変域」の用語を与えるが、xの表現は不等号を用いずに、0～20ような～を用いる。



(Ⅳ) 引き出した長さとBの部分の面積の関係について調べる

(Ⅱ)～(Ⅳ)をもとに、「～は～の関数である」の意味をつかませる。

3. 評価問題と生徒の実態

55年度に作成した評価の観点や評価問題を再検討、修正した。さらに、これまでに述べた指導計画、指導案にそった指導を受けた生徒を対象に調査、分析を行った。

第1学年

(1) 評価の観点

〈1〉 ともなって変わる2つの数量の関係

①表がつくれるか。

②グラフがかけるか。

③関数関係を表すのに、表、グラフ、式などが用いられることがわかるか。

〈2〉 比例とそのグラフ

①xがn倍になると、yはn倍になることがわかるか。
xが1ずつ増すとき、yはaずつ増すことがわかるか。

②グラフがかけるか。

③グラフは原点を通る直線であることがわかるか。

④1組のx,yの値が与えられたとき、式$y=ax$が決定できるか。

〈3〉 反比例とそのグラフ

①xがn倍になると、yは$\frac{1}{n}$倍になることがわかるか。

②グラフがかけるか。

③グラフは双曲線であることがわかるか。

④1組のx,yの値が与えられたとき、式$y=\frac{a}{x}$が決定できるか。

〈4〉 関数の利用

①具体的な事象から変量をとらえることができるか。

②変域がわかるか。

) 評価問題

1. 次のそれぞれの表の□にあてはまる数を入れなさい。

(1) y が x に比例しているとき

x	…	-4	…	2	…	□
y	…	□	…	6	…	18

(2) y が x に反比例しているとき

x	…	-3	…	2	…	□
y	…	□	…	9	…	3

2. 次の関数について、表およびグラフをかきなさい。

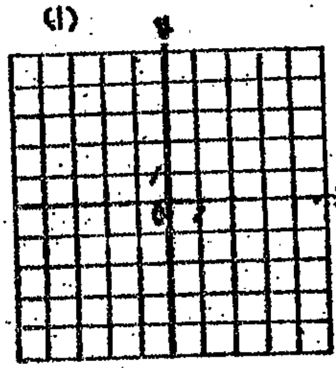
(1) $y=2x$

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y									

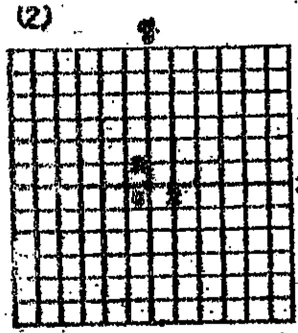
(2) $y=\frac{12}{x}$

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y									

(1)

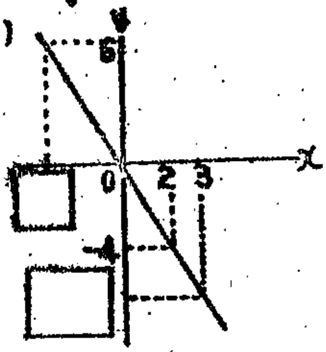


(2)



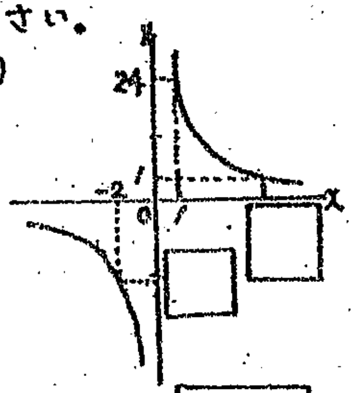
3. 次のグラフは、ともなって変わる2つの量 x, y の関係を表したものです。□にあてはまる数を入れ、y を x の式で表しなさい。

(1)



$y=$ □

(2)



$y=$ □

4. 次のそれぞれについて、y を x の式で表しなさい。

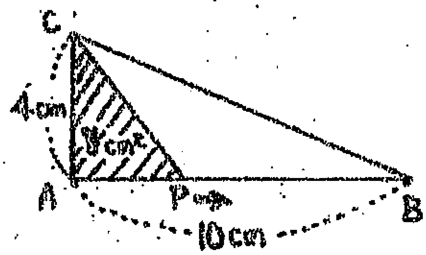
(1) y が x に比例していて、$x=2$ のとき $y=8$ である。

□

(2) y が x に反比例していて、$x=2$ のとき $y=8$ である。

□

5. AB＝10cm，AC＝4cm，∠A＝90°の直角三角形ABCがある。点Pが点Aから➡印の方向に点Bまで動くものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 点PがAからBまで動くとき，「変わるもの（変数）」は次のどれか。すべて選び記号で答えなさい。

㋐ APの長さ　㋑ ABの長さ
㋒ PBの長さ　㋓ BCの長さ　㋔ 三角形CAPの面積
㋕ 三角形CABの面積　㋖ 三角形CPBの面積

(2) AP＝4cmのときの三角形CAPの面積を求めなさい。

(3) 点Pが点Aからxcm進んだときの三角形CAPの面積をycm²とするとき，

① 右の表を完成しなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	……
y								

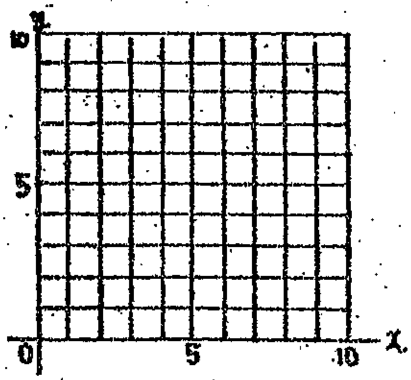
② xとyの関係をグラフに表しなさい。

③ yをxの式で表しなさい。

y＝

このとき，xの変域は　≦x≦

yの変域は　≦y≦



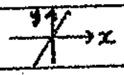
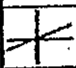
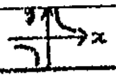
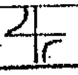
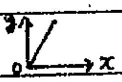
④ 正しいものをすべて選び記号で答えなさい。

(ア) yはxの関数である。
(イ) yはxに比例する。
(ウ) yはxに反比例する。

(3) 結果の分析

① 正答率

調査対象　東京都公立中学校1年生152名　1983年1月実施（30分）

問題番号	正答	正答率%	無答率%	主な誤答例　（ ）内は誤答率%			
1 (1)	−12	72	1	3 (6)	−3 (3)	−24 (2)	
	6	77	3	8 (2)	4 (2)	3 (2)	
(2)	−6	60	7	−13.5 (4)	15 (4)	12 (4)	
	6	64	10	1 (8)	7 (3)	3 (2)	
2 (1)	−4, −2, 0, 2, 4, 6, 8	83	1	−4, −2, X, 2, 4, 6, 8 (6)			
		80	5	 (5)			
(2)	−6, −12, X, 12, 6, 4, 3	45	5	−6, −12, 0, 12, 6, 4, 3 (37)	6, 12, 0, −12, −6, −4, −3 (3)	6, 12, X, −12, −6, −4, −3 (2)	−6, −3, 0, 3, 6, 9, 12 (2)
		59	8	 (4)	 (2)		
3 (1)	(x) −3	67	6	3 (13)	−12 (4)		
	(y) −6	83	5	6 (7)	−3 (2)	−12 (2)	
	(式) $y=-2x$	61	7	$y=2x$ (13)	$y=-2$ (4)	$y=3x$ (2)	
(2)	(x) 24	73	13	4 (4)	5 (2)		
	(y) −12	55	14	−2 (12)	12 (8)	2 (4)	
	(式) $y=\frac{24}{x}$	64	12	$y=24x$ (5)			
4 (1)	$y=4x$	66	8	$y=2x$ (4)	$8=2a$ (3)	$y=4$ (2)	$y=2a$ (2)
(2)	$y=\frac{16}{x}$	52	12	$y=\frac{4}{x}$ (11)	$8=\frac{a}{2}$ (3)	$8=\frac{2}{x}$ (2)	
5 (1)	ア, ウ, オ, キ	62	2	アウキ (5)	アウオ (5)		
(2)	8 cm²	82	6	8 cm (4)	16 cm² (2)		
(3) ①	0, 2, 4, 6, 8, …	71	8	0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 (8)	X, 4, 8, 12, 16, 20, 24 (2)		
②		69	12	 (17)	 (4)	 (2)	
③	$y=2x$	62	11	$y=4x$ (10)	$y=ax$ (3)	$y=8x$ (2)	$y=\frac{4x}{2}$ (2)
	$0 \leqq x \leqq 10$	53	14	$0 \leqq x \leqq 6$ (17)	$1 \leqq x \leqq 10$ (8)	$4 \leqq x \leqq 10$ (2)	$1 \leqq x \leqq 6$ (2)
	$0 \leqq y \leqq 20$	48	15	$2 \leqq y \leqq 20$ (7)	$0 \leqq y \leqq 12$ (4)	$0 \leqq y \leqq 10$ (3)	$8 \leqq y \leqq 20$ (2)
④	ア, イ	70	5	ア, ウ (5)	ア (4)	イ (4)	イ, ウ (4)

⑧問題別考察

〈問題１について〉

(1) yがxに比例しているとき、xが２倍、３倍…となればyも２倍、３倍…となることは、ほぼ理解できている。

(2) 表を見て、勝手に規則を作っている生徒がいた。たとえば、

x	…	-3	…	2	…	$\boxed{7}$	…
y	…	$\boxed{15}$	…	9	…	3	…

としてふえ方が同じ規則ととらえている生徒や

x	-3	2	$\boxed{\frac{2}{3}}$
y	$\boxed{-13.5}$	9	3

として「たすき掛け」の値が等しくなるととらえている生徒がいた。反比例は積が一定という理解が足りない。

〈問題２について〉

(2) 比例に比べて反比例の理解が不足している。表で$x=0$のとき$y=0$と答えた生徒が37%いたが、これも正答と考えると正答率は82%になる。

〈問題３について〉

(1) 式を$y=2x$と答えた生徒が13%いた。グラフが右上がり・右下がりの場合の比例定数の符号の指導が弱い。

(2) $x=-2$に対応するyの値を$y=-2$と答えた生徒が12%いた。これはxとyの関係をみきわめて答えたのではなく、グラフから直観的に答えたためである。

〈問題４について〉

・(1)〔66%〕、(2)〔52%〕の正答率で予想したほどよくなかった。誤答を見ると、比例・反比例の式の形は比較的理解していると思われるが、比例定数の意味をはっきりと理解していない。たとえば(2)の誤答で、$x=2, y=8$から比例定数を４と出し$y=\frac{4}{x}$とした生徒が11%いた。比例・反比例の比例定数の意味を式だけでなく、表やグラフでも考える指導をする必要がある。

＜問題5について＞

(1)正答率は62％であった。誤答を見ると、㋐と㋑は長さだから変化することはすぐわかるが、面積となると戸惑った生徒がいた。

・(2)でAP=4cmとしたときの△CAPの面積を求める問題の正答率は82％であるが、(3)①の表でAPが0cm, 1cm, 2cm, 3cm…と変化する場合の△CAPの面積を求める問題の正答率は71％と低くなった。

(3)②のグラフは表を使ってきちんと書いている。

・誤答の中で目立つのは、約1割の生徒が表を作る段階でPが1cm進んだときに面積は$4cm^2$ずつふえるととらえている。三角形という意識はなく、たてが4cmで横が1cmずつふえるととらえているのではないだろうか。

・変域については、問題の図を見たり表を見たりして、どこからどこまでを答えるというあいまいなのが多い。たとえば、$0 \leqq x \leqq 6$という誤答は表や図から判断したものと思われる。すなわち、表が

x	0 1 2 3 4 5 6 …
y	

となっていることから上のように答えたり、問題文で表示された図でAP=4cmと見えるためPからBまでの距離6cmをとって上のように答えたと考えられる。また誤答の中で0の扱いが理解されていない生徒がいた。AP=0cmでは三角形ができないため、変域を1からとっている生徒がいた[10%]。

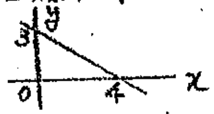
・表かグラフか式か何で判断したかわからないが、反比例だけを選んだ生徒はいなかった。

Ⅱ．一次関数の式の決定の指導について

1．研究の動機・考察の方法

我々の行った調査結果によれば、一次関数の式の決定の理解については、次のような正答率であった。

評価問題

	正答率
(1) 点(0,5)を通り、傾き3の直線の式を求めよ。	(71%)
(2) 切片が−2で、点(2,6)を通る直線の式を求めよ。	(59%)
(3) 右の図の直線の式を求めよ。 	(47%)
(4) 変化の割合が−2で $x=4$ のとき $y=10$ である一次関数の式を求めよ。	(45%)
(5) 2点(1,3)(3,7)を通る直線の式を求めよ。	(55%)

この正答率は、他の問題についての正答率より低い。

具体的な事象をとりあげ、関数指導を行ってきたが、一次関数の式を求めることは、一次関数を利用し、一次関数の理解を深める上でも重要な内容であることはいうまでもない。そこで、式の決定についての指導を工夫しなければならないという立場にたって、その指導の方法を考えることにした。

式の決定は、ドリル的要素が強い内容で、とかくドリルのみに流された指導が多いと思われる。しかし、関数指導のねらいから考えても、ドリルだけで指導することはさけたい。

そこで我々は「式の決定についての具体的事象から考察することおよびドリルとの両方から指導すべきである」と考えた。その際、形式的な指導に流されず、具体的な事象から生徒に式の求め方の観点を見い出させ、その定着をはかろうと考えた。

次の手順により、その指導の有効性を考察した。

① プレテスト（比例の式の決定）の実施　（第5時指導後）
② 具体的な事象を用いての式の決定の指導　（第7時）
③ 作成した練習問題による練習，解説　（第8時）
④ ポストテスト（一次関数の決定）の実施　（第9時指導後）

⑤ 評価問題の実施　　　　　（一次関数指導終了後）
⑥ 以上の結果による１人１人の生徒の式の決定の理解の把握

. 指導計画

13時間

項目	指導内容	用語	時数
一次関数の意味	◦対応する変量をみいだす ◦変量間の法則の把握 ◦一次関数の意味	一次関数	2
一次関数の性質	◦変化の割合の意味 ◦変化の割合が一定であることの意味	変化の割合	1
一次関数とグラフ	◦一次関数と比例の関係 ◦一次関数のグラフと比例のグラフとの関係 ◦$y = ax + b$ の b の意味とグラフの切片 ◦変化の割合とグラフでの傾き ◦傾きと切片を知ってグラフに表す ◦一次関数のグラフの性質	切片 (bだけ平行移動) 傾き	3
一次関数を求める	◦与えられた条件から一次関数を求める (1) 変化の割合と対応する１組の (x, y) の値から (2) ２組の (x, y) の値から (3) 測定などの具体的資料から		3
一次関数の利用	◦法則や規則性をみいだす ◦一次関数を利用して問題を解決する	(変域)	2
問題練習			2

3. 指導の実際

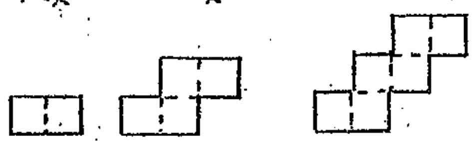
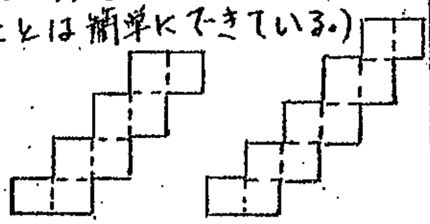
・第7時の授業記録

日　時　昭和57年10月23日(土)

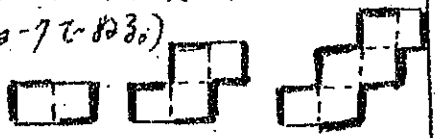
対　象　江東区立第二大島中学校　第2学年F組　40名

授業者　江東区立第二大島中学校　教諭　風間　喜美江

授業記録

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応	備　考
1 (方眼紙にかいた課題を見せながら)今日はこの図について考えましょう。まず、問題文を読んで下さい。(黒板に方眼紙をはる。)	課題 たて1cm, よこ2cmの長方形を下図のように1段, 2段, 3段…と積んでいく。4段5段の図をかきなさい。 1段　2段　3段 	
・プリントの下側に4段5段の図をかいて下さい。 ・図が正しいかどうか、隣りどうし見比べなさい。 ・はい。 ・では、私もかいてみます。(方眼紙に4段, 5段の図をかく。)	・1段, 2段, 3段の図を見ながら4段, 5段の図の作り方を考えていく。(図をかくことは簡単にできている。)  P_1 図に点線を入れるのですか。 P_2 できました。	課題と方眼のかかれたプリントを配布。 違った図をかいている生徒には、1, 2, 3段の図をもう一度見させる。
2 段数を増やしてゆくと、何が変わりますか。	P_3 面積 P_4 長方形の数 P_5 直角の数 P_6 辺の数 P_7 周囲の長さ	生徒の発表したことがらを板書する。

・たくさん出しましたね。	P8 対角線の数 P9 頂点の数 P10 段の高さ	・第1時・階段についての課題でも同じ問いかけをしているから、すぐにいくつかあがった。
3 これらのうちで、周囲の長さについて考えてもらいます。		
・周囲はどこにあたりますか。図に指で追ってみて下さい。	・(プリントの図に、指で周囲を示す。)	
・では、問題を出します。段数x段のときの周囲をycmとします。このとき、yをxの式で表して下さい。	・(ノートに問題をかく。)	・机間巡視をする。
・現在何人ぐらいできていますか。手をあげて下さい。	・(8人位の手があがる。)	
・では、もう少し考えて下さい。隣の人と相談をしてもいいです。	・(相談を始める。)	
・では発表して下さい。	P11 $y=4x+2$です。	
・P11君はどのように考えたのですか。	P11 4を基準にして2つずつ増えている。($y=ax+b$のaとbの意味を逆に考えている。)	
・他の人は？	P12 はい。式はP11君と同じですが、僕は図から考えました。4ずつ増えていて、上の段と下の段2つは変わりません。	
・P12君、皆に見えるように、図に色ぬりしてみて下さい。		

・そうですね。図でもその式の意味がつかめますね。	P12（太線を黄色，細線を赤のチョークでぬる。） 	
・他の人は？		
・P13さんは違う考えのようでしたね。	・P13（どのように発表したらよいかとまどっている。）	
・P13さんはうまくいえないのですね。では少し考えをまとめておいて下さい。		
・P14さんはどのように考えましたか。	P14 式は同じです。 2段目と3段目の周囲の長さを $y=ax+b$ にあてはめました。	
・そのあてはめた数をいって下さい。	P14 $x=2$ と $y=10$ で $10=2a+b$ $x=3$ と $y=14$ で $14=3a+b$ この2つの式で連立方程式を解いたのです。	・P14は、$x=1,2,3\cdots$ のときの y の値をノートに計算しているが、ここでは、$x=1$ の場合を用いていない。
・いろいろな方法があるのですね。では連立方程式の解き方はわかりますか。	P15 はい。$\begin{array}{r} 10=2a+b \\ -)\ 14=3a+b \\ \hline -4=-a \\ a=4 \end{array}$ です。 $a=4$ を $10=2a+b$ に代入して $b=2$ を求めます。	
	P15 先生この考えはむずかしいです。	
・P13さんは考えがまとまりましたか。	P13 $\begin{array}{c\|ccc} x & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 6 & 10 & 14 \end{array}$ xが1増えたとき yは4増えますから $y=4x+\square$ で $6=4\times1+\square$ で $\square$に2を入れればよいから $y=4x+2$。	

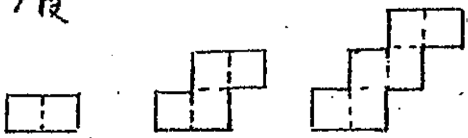
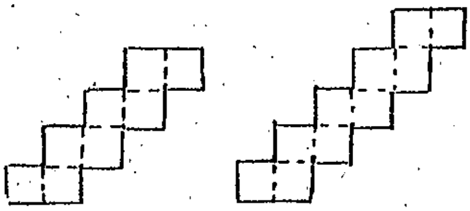
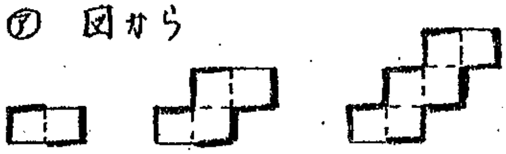
4 ・さて、いままで出た考えは、すべて $y=ax+b$ にあてはめましたね。なぜ、$y=ax+b$ にあてはめていいのですか。	P12 はい。一定になってないところと、一定のところがあるから。	
・$\begin{array}{c\|ccc} x & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 6 & 3 & 2 \end{array}$ のような式では $y=ax+b$ で表せますか。 ・これは1年で学習した反比例の式です。$y=\frac{6}{x}$ になります。 ・そうですね。$y=\frac{6}{x}$ は変化の割合が一定ではありませんから $y=ax+b$ の形にはならないのですね。	P16 今勉強している形の式だから。 (全員考えている。) P17 x が1増えると y は4ずつ増えていて、変化の割合が一定だから $y=ax+b$ の形の式になるんです。	・変化の割合が一定ならば $y=ax+b$ の形の式を強調する。
5 では表から式を求める練習をします。次の表で y を x の式で表わして下さい。 ・(1)から発表して下さい。	・(表を写す。) (1) $\begin{array}{c\|cccc} x & \cdots 0 & 1 & 2 & 3 \cdots \\ \hline y & \cdots 3 & 5 & 7 & 9 \cdots \end{array}$ (2) $\begin{array}{c\|cccc} x & \cdots 1 & 2 & 3 & 4 \cdots \\ \hline y & \cdots 9 & 14 & 19 & 24 \cdots \end{array}$ (3) $\begin{array}{c\|cccc} x & \cdots 1 & 2 & 3 & 4 \cdots \\ \hline y & \cdots -12 & -9 & -6 & -3 \cdots \end{array}$ P18 $y=2x+3$ です。x が1増えると y は2ずつ増えて $x=0$ のとき $y=3$ だか	・机間巡視をする。 (3)は、$y=\frac{-12}{x}$ のような式もいる。

	ら $y=2x+3$ になります。	
・他に？	P19 2ずつ増えるから $y=2x+b$ で、$x=1$, $y=5$ を代入して $b=3$ を求めました。	
・(2)はどうですか。	P20 5ずつ増えているから $y=5x+b$ で $x=1$ と $y=9$ をその式に代入して $b=4$ を求めたので $y=5x+4$ です。	
・(3)はどうなりますか。	P21 xが2増加するとyは-6増加するから $a=\frac{6}{2}=3$ です。だから $y=3x+b$ で $x=1$ $y=-12$ をこの式に代入して $b=-15$ で $y=3x-15$ です。 （チャイム）	
・時間になり、今日のまとめは次の時間にします。これで終ります。		

・研究討議　（略）

・第[illegible]時 授業指導案

本時のねらい　具体的な事象から、一次関数を見い出し、式に表すことができるようにする。

指導内容	学習内容	指導上の留意点
・題意を把握する。	**課題** たて1cm, よこ2cmの長方形を下図のように、1段, 2段, 3段…　と積んでいく。4段, 5段の図をかきなさい。 1段　2段　3段  ① 4段, 5段の図をかく。 	方眼がかかれたプリントを配る。 ・正しい図かどうか隣りどうしで確認させる。
・ともなって変わる2つの量を見つける。	② 段数が増えていったときに変わるものを考える。 ・1辺1cmの正方形　・直角の数 ・頂点の数　・段の高さ ・周囲の長さ　……	・十分な時間はとらず、4～5個発表させる。
・段数と周囲の長さについて考える。	(I) 段数x段のときの周囲の長さを$y$cmとするとき、yをxの式で表わす。 ③ どのように考えて立式したか、発表する。 ⑦ 図から  ・1段増えると周囲は4cmずつ増えるから $y=4x+b$。細線の部分は変化しないから $b=2$ で $y=4x+2$。	・考える時間を十分にとる。 ・机間巡視。 ・何をやってよいかわからない生徒には、表をかくように指示。 ・図は⑦とは限らずいろいろな見方がある。

	㋑ 表から x: 1 2 3 4 5（+1 ずつ） y: 6 10 14 18 22（+4 ずつ） ・xが1増加するとyは4ずつ増加するから $y=4x+b$ (i) $x=1$, $y=6$を代入して$b=2$を求める。 (ii) $x=0$のとき表から$y=6-4=2$だから$b=2$。 ㋒ グラフから ㋓ 2組のx, yを$y=ax+b$に代入し、連立方程式を利用してa, bの値を求める。	・表の見方もいろいろあるので、場合に応じて意見をまとめていく。 ・$x=0$のときのyの値とbの値が等しいことを確認させる。 この意見が出ない場合は、あまり深入りはしない。
・一次関数の変化のしかたと式の形を考える。	④ 変化の割合が一定であることがわかれば、x, yの関係は$y=ax+b$の形で表わされることを確認する。	
・表から一次関数を求める。	(II) 次の表で、yをxの式で表わす。 (1) x: … 0 1 2 3 … / y: 3 5 7 9 … (2) x: … 1 2 3 4 … / y: … 9 14 19 24 … (3) x: … 1 2 5 7 … / y: … 10 13 22 28 … ⑤ 式とその立式方法を発表する。 (1) $y=2x+3$ (2) $y=3x+4$ (3) $y=3x+7$ ⑥ (I)③の㋓の方法について取り上げる。	・机間巡視。 ・③で理解不足の生徒には、x, yの増加量に注目するなどの指示をする。 ・どのような観点で立式したかを考えさせる。 ・x: 1 2 3 / y: 5 9 10 のように変化の割合が一定でないと、$y=ax+b$の形の式がつくれないことにふれる。
・一次関数の式の求め方についてまとめる。	(III) (I) (II)をまとめる。 ・③㋒㋑と(II)の表のように変化の割合が一定であるxとyの関係は、$y=ax+b$の形の式で表される。 (i) 変化の割合aと1組のx, yから式を求めることができること。 (ii) 2組のx, yから式を求めることができること。	・$x=0$のときのyの値がbであることを確認する。

第8時　練習問題

1 次の表で、yがxの1次関数であるとき、yをxの式で表しなさい。

(1)

x	0	1	2	3
y	5	8	11	14

(2)

x	0	1	2	3
y	3	0	-3	-6

(3)

x	1	2	3	4
y	1	5	9	13

(4)

x	-4	-3	-2	-1
y	-10	-6	-2	2

(5)

x	3	4	5	6
y	-3	-5	-7	-9

2 次のそれぞれの条件で、yがxの1次関数であるとき、その式を求めなさい。

(1) 変化の割合が3で、$x=0$ のとき $y=-5$ である。

(2) 変化の割合が5で、$x=2$ のとき $y=1$ である。

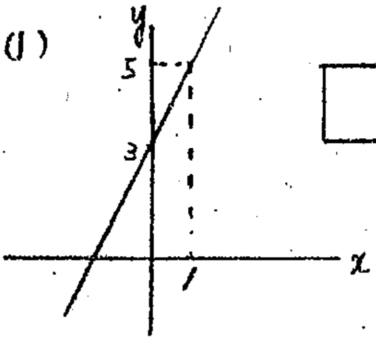
(3) 変化の割合が-2で、$x=3$ のとき $y=-1$ である。

(4) $x=2$ のとき $y=3$，$x=5$ のとき $y=9$ である。

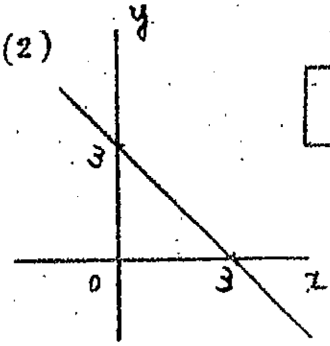
(5) $x=2$ のとき $y=2$，$x=-3$ のとき $y=-13$ である。

3 次のグラフで直線の式を求めなさい。

(1)



(2)



4 次のそれぞれの条件をみたす直線の式を求めなさい。

(1) 傾きが3，切片が－2．

(2) 傾きが－2で，点(2，－1)を通る．

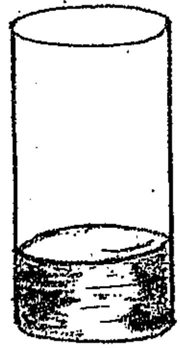
(3) 傾きが$\frac{2}{3}$で，点(－6，2)を通る。

(4) 2点(2，1)，(4，7) を通る。

(5) 2点(－4，－11)，(3，3)を通る．

5 長さ16cmの線香に火をつけたところ，8分間で燃えつきた。時間に比例した減り方で短くなっていくとすれば，燃やし始めてx分後の線香の長さをycmとして，yをxの式で表しなさい。

6 右のような深さ30cmの円筒形の容器に一定の割合で水を入れた。水を入れ始めて，3分間で15cmの深さに，8分間で満水になった。このとき，水を入れ始めてx分後の深さをycmとして，yをxの式で表しなさい。



以上，第7，8時の指導の概要である。以下，この指導の効果について考察してゆくことにする。

4. 一次関数の式の決定の指導の有効性について

今回の指導、有効性を検討するために、プレ・ポストテストを作成、実施し、生徒の変容について考察した。

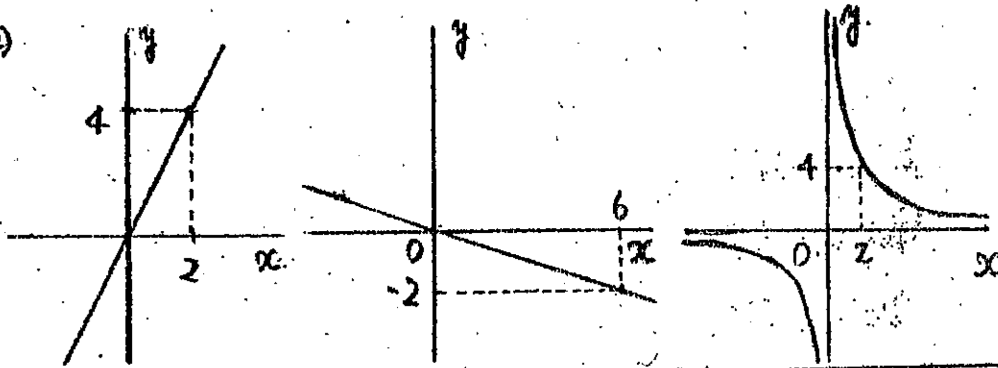
プレテスト

1 次の表とグラフは、ともなって変わる2つの量x、yの関係を表したものです。それぞれ、yをxの式で表しなさい。

(1)

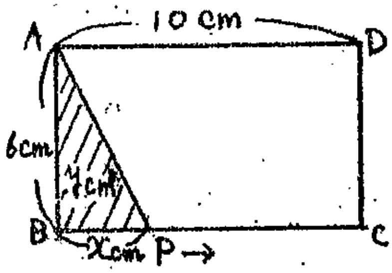
x	…	4	5	6	7	8	…
y	…	16	20	24	28	32	…

(2)



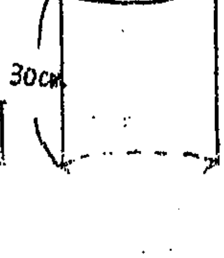
2 yがxに比例し、$x=3$のとき$y=12$であるとき、yをxの式で表しなさい。

3 右図の長方形ABCDで点Pは、辺BC上をBからCまで動く。点PがBからx cm進んだときの三角形ABPの面積をy cm²として、yをxの式で表しなさい。



—式—

4 右図のような円筒形の容器に、一定の割合で水を入れたところ、3分後に6cmの深さまで水が入った。水を入れはじめてからx分後の深さをy cmとして、yをxの式で表せ。



—式—

ポストテスト

1 次の表で、yがxの1次関数であるとき、yをxの式で表しなさい。

(1)

x	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3

(2)

x	2	3	4	5
y	1	-1	-3	-5

2 次の条件をみたす1次関数の式を求めよ。

(1) 変化の割合が-5で、$x=0$のとき$y=-4$である。

(2) 変化の割合が3で、$x=-2$のとき$y=4$である。

(3) $x=2$のとき$y=3$で、$x=5$のとき$y=9$である

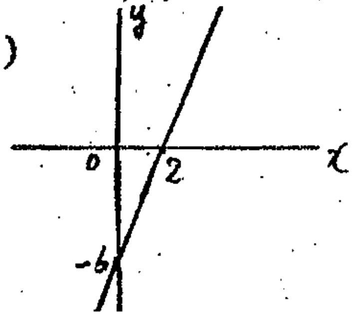
3 次の条件をみたす直線の式を求めよ。

(1) 傾きが-2で、点$(0,6)$を通る。

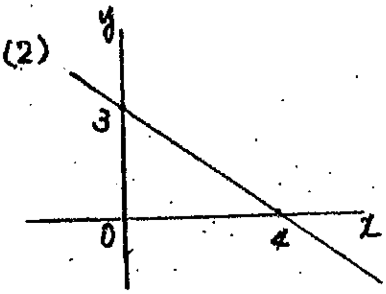
(2) 2点$(5,8)$ $(1,0)$を通る。

4 次のグラフで、直線の式を求めよ。

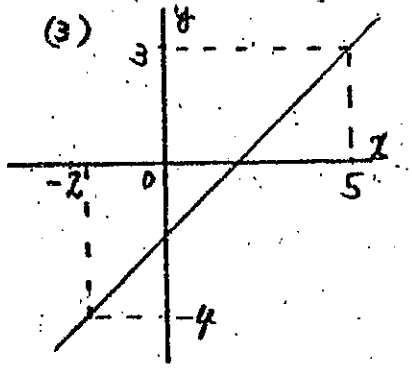
(1)



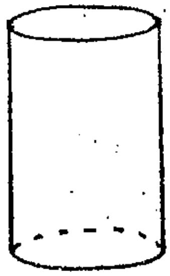
(2)



(3)



5 右の図のような深さ30cmの円筒形の容器に一定の割合で水を入れたところ、2分後の深さが8cm、5分後の深さが17cmであった。
水を入れ始めてx分後の深さ$y$cmとして、yをxの式で表しなさい。



⑥ 長さ20cmのろうそくに火をつけたところ、一定の割合で短くなり、5分後に18cmになった。
火をつけてx分後のろうそくの長さをycmとし、yをxの式で表しなさい。

プレテスト正答率　調査時期 1982年10月　調査時間20分　2年生 114名

問題番号	正答	正答率	無答率	主な誤答例　（　）内 誤答率			
①(1)	$y=4x$	85	4				
(2)	$y=2x$	68	11	$y=2x+4$ (8)			
(3)	$y=-\frac{1}{3}x$	37	23	$y=6x-2$ (10)	$y=-3x$ (4)	$y=3x$ (4)	$y=-\frac{1}{3}$ (3)
②	$y=4x$	54	16	$y=3x$ (4)			
③	$y=3x$	40	28	$y=\frac{6x}{2}$ (5)	$y=6x$ (3)		
④	$y=2x$	53	37				

ポストテスト正答率　調査時期 1982年10月　調査時間20分　2年生114名

問題番号	正答	正答率	無答率	主な誤答例　（　）内 誤答率			
①(1)	$y=2x-3$	85	4	$y=3x-3$ (4)			
(2)	$y=-2x+5$	63	7	$y=-2x+3$ (4)			
②(1)	$y=-5x-4$	72	4	$y=-5x+1$ (11)			
(2)	$y=3x+10$	70	5	$y=3x-2$ (3)			
(3)	$y=2x-1$	69	12				
③(1)	$y=-2x+6$	59	18	$y=-2x+8$ (6)	$y=-2x-6$ (3)	$y=6x-2$ (3)	
(2)	$y=2x-2$	60	29	$y=2x+2$ (3)			
④(1)	$y=3x-6$	54	10	$y=-3x-6$ (11)			
(2)	$y=-\frac{3}{4}x+3$	46	16	$y=\frac{3}{4}x+3$ (9)	$y=4x+3$ (4)	$y=\frac{4}{3}x+3$ (4)	
(3)	$y=x-2$	45	27	$y=x+2$ (3)			
⑤	$y=3x+2$	61	18				
⑥	$y=-\frac{2}{5}x+20$	32	26	$y=20-3.6x$ (11)			

プレテストとポストテストとの比較

	プレテスト			ポストテスト			評価問題	
	正答	正答率	無答率	正答	正答率	無答率	正答	正答率
表から式を求める	$\boxed{1}$(1) $y=4x$	85	4	$\boxed{1}$(1) $y=2x-3$	85	4		
				$\boxed{1}$(2) $y=-2x+5$	63	7		
グラフから式を求める	$\boxed{1}$(2) $y=2x$	68	11	$\boxed{4}$(1) $y=3x-6$	54	10		
	$\boxed{1}$(3) $y=-\frac{1}{3}x$	37	23	$\boxed{4}$(2) $y=-\frac{3}{4}x+3$	45	16	$\boxed{5}$(3) $y=-\frac{3}{4}x+3$	54
				$\boxed{4}$(3) $y=x-2$	45	27		
条件文から式を求める	$\boxed{2}$(1) $y=4x$	54	16	$\boxed{2}$(1) $y=-5x-4$	72	4		
				$\boxed{2}$(2) $y=3x+10$	70	5	$\boxed{5}$(4) $y=-2x+8$	62
				$\boxed{2}$(3) $y=2x-1$	68	12		
				$\boxed{3}$(1) $y=-2x+6$	59	18	$\boxed{5}$(1) $y=3x+5$	78
				$\boxed{3}$(2) $y=2x-2$	60	29	$\boxed{5}$(5) $y=2x+1$	67
三角形の面積に関する問題	$\boxed{3}$ $y=3x$	40	28				$\boxed{6}$ $y=2x$	54
ろうそくの問題				$\boxed{6}$ $y=-\frac{2}{5}x+20$	32	26		
容器に一定の割合で水を入れる問題	$\boxed{4}$ $y=2x$	53	37	$\boxed{5}$ $y=3x+2$	59	18		

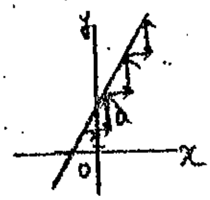
プレテスト・ポストテストの結果の考察

① 表から式を求める問題について

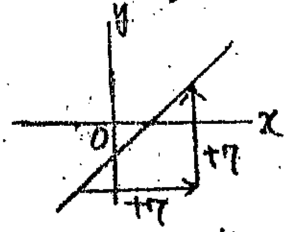
プレテストでも85%と正答率は高い。また、ポストテストで $y=ax+b$ の a が $a>0$ と比べて $a<0$ となる場合、正答率が約20%低くなる。

② グラフから式を求める問題について

プレテスト四(3)の正答率は37%と低く、比例定数が負かつ分数である場合、一次関数の式を求める指導の前から式を求めることが弱いと判断できる。ポストテスト四(2)，評価問題三(3)と正答率は、だんだんに上がるが、他の式を求める問題に比べ、正答率は低い。傾きがマイナスだから正答率がおちるのか、分数だから正答率がおちるのか、今回の結果からは判断できなかった。今後、検討したい。また、第1学年でのグラフ指導の際、グラフのどこをとっても、$y=ax$ の a が一定で、特に $a<0$ のときは丁寧な指導をしたい。x が1ずつ増加するとき y は a ずつ増加するという変化の割合 a の意味をグラフ上でも確認しておきたい。



ポストテスト四(3)は、切片はわからないが2点が与えられているグラフから式を求める問題である。無答率が27%と高く、傾きが与えられていれば式を求めることができる生徒もこのような問題には、手がつかない。この傾きをとらえるのに、四(3)のような問題は、座標が読みとりやすい所から傾きを求めることを指導することで無答率が下がるであろう。



なお、ポストテスト三(2)、評価問題三(5)のように、2点の座標が直接与えられている問題は、それぞれ60%，67%とグラフから式を求める問題よりも正答率が高かった。これらは、

x	$1 \xrightarrow{+2} 3$
y	$3 \xrightarrow{+4} 7$

$\frac{+4}{+2}=2$ のように、表から変化の割合を丁寧に指導した結果であり、グラフから数値を読みとる必要がないためであろう。

③ 条件文から式を求める問題について

プレテスト，ポストテストにおいて表から式を求める問題の正答率は、それぞれ85%と変わらない。それに比べ、条件文から式を求める問題、プレテスト図(1)，ポストテスト図(1)(2)、の正答率はそれぞれ 54%, 70%, 72%と、54%から70%ぐらいに上がっている。比例式より難しい一次関数の問題になっても、正答率が上がることは、今回行った指導の効果と考える。

なお、ポストテスト図(1)と図(2)の正答率はほとんど差がない。図(1)の誤答を追ってみると変化の割合が−5だから $y=-5x+b$ とおき、$x=0$, $y=-4$ を代入、$-4=-5\times0+b$ で $-5\times0=-5$, $-4+5=b$, $b=1$ で $y=-5x+1$ とした生徒が11%いた。切片を利用すれば、すぐに式が求められることに気がつかない。1つの問題でも、いろいろな角度からとらえることができるような態度の育成が要求される。この図(1)と同じ傾向が、ポストテスト図(1)でも見られ、代入計算、特に $x=0$ を代入したときの間違いで誤答となった生徒が6%いた。さらに、評価問題図(1)でも同じ誤答が4%あった。指導者側がこの種の誤答を意識して指導すれば、かなりの効果があろう。

④ ポストテスト図（ろうそく）の問題について

指導もされていないため、正答率も低い。無答率も高いのが気になる。どんな問題が与えられても、式に表す前に、表をかいたり、グラフをかいたりする考察の手段を身につけさせたいものである。誤答の多くは、$y=20-3.6x$ つまり、文章から5分後に18cmの状態だけで $18\div5=3.6$ として、減少しているから $y=ax+b$ の $a=-3.6$ として式をつくっている。数値をとりグラフに表せば、この式は間違いであることがわかるだろう。表・グラフをつくる考察の姿勢を養いたい。

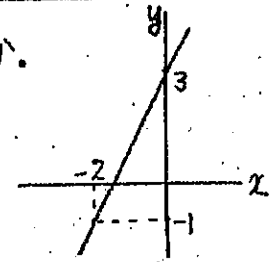
5. 評価問題

1 次の問いについて、あてはまるものを、下の㋐～㋔の中から選び記号で答えよ。

(1) yがxの1次関数であるものはどれか。

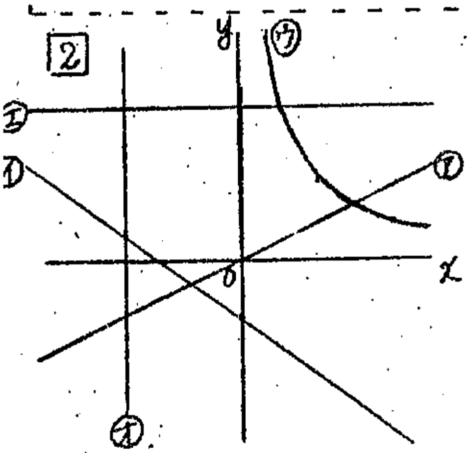
(2) グラフが右上がりの直線であるものはどれか。

(3) グラフが右のグラフと平行であるものはどれか。



㋐ $y=-2x+3$　㋑ $x=3y$　㋒ $y=2$　㋓ $y=\frac{3}{x}$　㋔ $y=2x$

2



左の㋐～㋔のグラフについて、yがxの1次関数であるものには○を、そうでないものには×をつけよ。ただし㋓はx軸に、㋔はy軸に平行とする。

㋐	㋑	㋒	㋓	㋔

3 1次関数 $y=-3x+2$ について、次の問いに答えよ。

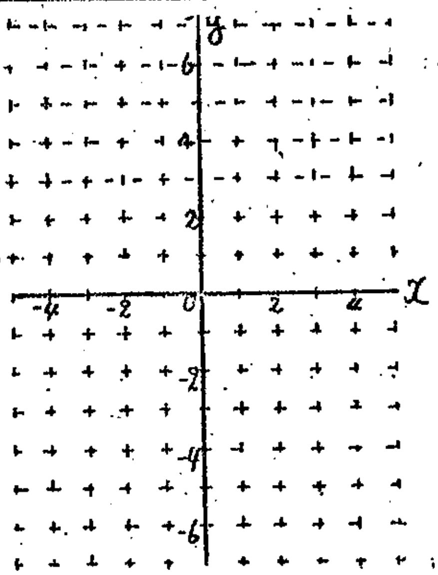
(1) $x=-2$のときのyの値を求めよ。

(2) $y=12$となるようなxの値を求めよ。

(3) このグラフの傾きを求めよ。

(4) このグラフの切片を求めよ。

(5) このグラフを右にかけ。



(6) xの値が3増加したとき、yの値はどれだけ増加するか。

④ 右の表で、yがxの1次関数であるとき、$\square$にあてはまる数を記入せよ。

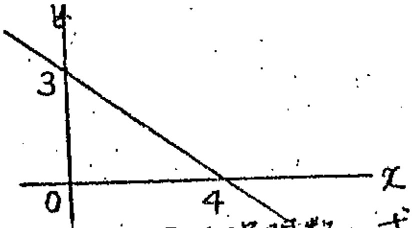
x	1	2	…	5	…	$\square$
y	5	8	…	$\square$	…	26

⑤ 次の問いに答えよ。

(1) 点$(0,5)$を通り、傾き3の直線の式を求めよ。

(2) 切片が-2で、点$(2,6)$を通る直線の式を求めよ。

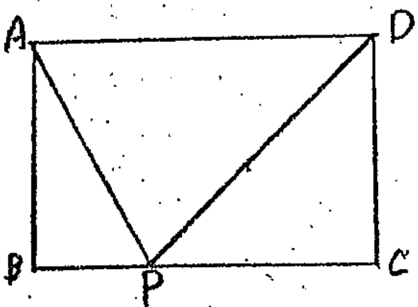
(3) 右の図の直線の式を求めよ。



(4) 変化の割合が-2で$x=4$のとき$y=10$である1次関数の式を求めよ。

(5) 2点$(1,3)$, $(3,7)$を通る直線の式を求めよ。

⑥ 右の図のように$AB=4$cm, $BC=7$cm の長方形ABCDの辺BC上を点PがBを出発してCまで毎秒1cmの速さで動く。AとP, DとPを結ぶとき、次の問いに答えよ。



(1) 点PがBからCまで動くとき、「変わるもの(変数)」は次のどれか。すべて選び記号で答えよ。

㋐ △ABPの面積　㋑ △APDの面積
㋒ △PCDの面積　㋓ 長方形ABCDの面積　㋔ 台形ABPDの面積

(2) 点PがBを出発して2秒後の△ABPの面積を求めよ。

(3) 次の$\square$にあてはまる式または数を記入せよ。

点PがBを出発してx秒後の△ABPの面積を$y$cm²としたとき
yをxの式で表すと、$y=\square$である。
このときxの変域は$\square \leqq x \leqq \square$, yの変域は$\square \leqq y \leqq \square$

①正答率　　調査時期 1982年11月　調査時間 40分

2年生 114名

問題番号	正答	正答率	無答率	主な誤答例 (　)内 誤答率%	前回正答率
1 (1)	ア,イ,オ	35	1	アオ (22), ア (16), アエオ (11), アイエオ (4) アイウオ (4), アエ (3)	25
(2)	イ,オ	36	4	オ (14), イエオ (9), エオ (7), ア (6) エ (5), アエオ (4), アエ (4), エイ (3)	24
(3)	オ	50	6	ア (16), エ (7), イ (6), ウ (4) イウ (3), アエ (3)	55
2 ア	○	96	1	× (4)	95
イ	○	96	1	× (3)	97
ウ	×	96	1	○ (4)	96
エ	×	74	1	○ (25)	79
オ	×	78	1	○ (21)	84
3 (1)	8	89	3	-4 (3)	73
(2)	$-\frac{10}{3}$	68	13	$\frac{10}{3}$ (7), -4 (3)	59
(3)	-3	84	5	2 (3)	88
(4)	2	89	4	-3 (3)	93
(5)		75	5	傾 3 (4), 傾 $-\frac{1}{3}$ (3)	79
(6)	-9	42	9	-7 (13), 3 (8), -6 (4), 9 (4) 6 (3), -3 (3)	35
4 x	8	82	8	9 (4), 7 (4)	85
y	17	84	5		91
5 (1)	$y=3x+5$	78	9	$3x+2$ (4), $5x+3$ (3)	71
(2)	$y=4x-2$	62	11	$-4x-2$ (4), $3x-2$ (4)	59
(3)	$y=-\frac{3}{4}x+3$	54	5	$\frac{3}{4}x+3$ (12), $4x+3$ (8), $-\frac{3}{4}+3$ (8)	47
(4)	$y=-2x+18$	62	13	$3x-2$ (5), $-2x-16$ (3)	45
(5)	$y=2x+1$	67	18		55
6 (1)	ア,ウ,オ	54	4	アイウオ (17), アイウ (11), アウ (4), アイ (3)	59
(2)	4	72	11	14 (9)	83
(3) $y=$	$2x$	54	16	$4x \div 2$ ($14x \times \frac{1}{7}$, …) (15), $4x$ (3)	71
$\leqq x \leqq$	0, 7	60	21	1, 7 (9)	67
$\leqq y \leqq$	0, 14	57	25	2, 14 (4), 4, 28 (3)	60

② 問題別考察

問題1について

(1) ① $x=3y$ をぬかす生徒が22%いる。これは，$y=\boxed{}$ という形の関数の式に慣れているため等式変形して $y=\frac{1}{3}x$ にすることに気がつかないためであろう。$x=3y$ と $y=\frac{1}{3}x$ が同じであることが理解されていない。

(2) ㊀だけを選んで誤答となった生徒（①をぬかした）が14%いる。理由は(1)の考察と同じであろう。

反比例の式② $y=\frac{a}{x}$ もグラフが右上りの直線と考えてしまって、①㊁㊀，②㊀，①㊁のいずれかを選んだ生徒が19%いる。$y=ax$ と $y=\frac{a}{x}$ の式の形を同じようにとらえているためで、a がプラスならグラフは右上りの直線となると考えたためであろう。

(3) ㋐を選んだ生徒が16%もいる。x軸上の -2 と y軸上の3を見て、$y=-2x+3$ としたのか、また〝平行〟ならば切片は等しいと考えた（切片と傾きの混乱）のか。

(1)(2)(3) については、全問正解の生徒は19%しかいなかった。正解は前問の正解の一部になっているが、我々の意図とした解答をした生徒は少なかった。

問題2について

64%の生徒が全問正解であった。さらに、曲線が一次関数でないことは，大部分の生徒が理解しているといえる。なお，Ⅲ(2)で $y=\frac{a}{x}$ を右上りの直線として選んだ24%のうち，ここでの㋒を○をした生徒は2%しかいなかった。式の形からは，反比例の式が直線と考えてしまっている生徒でも，グラフでは，一次関数ではないと判断できていると考える。しかし、軸に平行な直線㊁㊀の両方とも一次関数と答えた「直線＝一次関数」と考えた生徒は16%いた。

問題3について

(2) (1)に比べ正答率が低い。無答率は13%である。代入して y から x を求める指導展開が少ないせいもあろう。

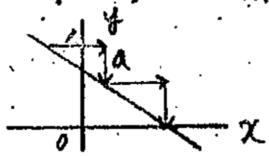
(3)(4) 傾きと切片を逆にとらえている生徒がいる。
(5) 切片2を通る直線をかいてはいるが、傾きが3または$-\frac{1}{3}$のグラフをかいた生徒が7%いる。グラフで、$y=ax+b$のaの意味を、折りにふれ指導することが望まれる。
(6) $x=3$のときのyの値を求め-7と答えた生徒が13%もいた。この内容は、xが1増加したらyは-3増加、2なら-6，3なら-9のような丁寧な指導が必要なところである。また、(5)でグラフをかいたのだから、グラフ上でもxの増加量に対するyの増加量を調べる学習を生徒に指導すれば、かなり正答率が上がるであろう。

問題4について

表からxの値が1増加するとyの値は3増加することに目をつけ、x，yの値を求めたかは疑問に残る。「一次関数＝変化の割合が一定」ということを、いろいろな場面でふれてゆく指導が望まれる。また、表から式を求める問題も調査したい。

問題5について

(1) 点$(0, 5)$を通るグラフの切片が5であることをすぐには理解できないようである。ポストテストの考察にも述べたように、傾きが3だから$y=3x+b$とし、$x=0$，$y=5$を代入してbを求めようとした生徒がかなりいるようだ。
(2) $y=ax-2$と式をつくれるが、aの求め方の違いによる誤答が19%ある。$y=3x-2$の誤答は、点$(2, 6)$を通ることから比例式を求めるように$6\div2=3$で傾きを求めたのであろう。この誤答は、昨年度は11%であったが、指導の効果であろうか3%に減っている。
(3) 傾きが正（零）の誤答が12%ある。「右下がりの直線だから$y=ax+b$のaは負である」ことを右図のようにグラフ上で変化の割合aを意識した指導をしたい。



なお、この問題はポストテスト団(2)と同じであるが、誤答の

種類は、ポストテストと比較して少なくなっている。x切片をグラフの切片と考えるなど、切片・傾きに正答とかけ離れ数値がほとんど見られなくなっている。

(4) 前回に比べ、正答率は上がった。無答率も低くなったが、まだかなりの割合をしめていることが気になる。

誤答 $y=3x-2$ (5%) は、変化の割合 -2 を切片と考え $y=ax-2$ として a を求めた。

(5) (4)と同様、無答率がかなりの割合をしめていることが気になる。

問題6について

(1) 「変わるもの」という問いかけに対し、㋐㋑㋒㋔とした生徒が17%いる。㋑は形が変わると単純に考えたのか、または形が変わることによって面積が変わると考えたのか、2通りが考えられる。

(2) 2秒後の△ABPの面積が14%とした生徒が9%いる。2×7として $\frac{1}{2}$ をかけ忘れている。

(3) $4x\div2$ まで求め、簡単な形 $2x$ まで求めない生徒の誤答が15%あった。変域の問いでは、x の変域で $1\leqq x\leqq7$ とした生徒が9%いた。

③ 全体をながめて

。 式を見て、一次関数かどうか判断するのは、難しい。

。 変化の割合の意味や利用価値が理解されていない。とくに、変化の割合が負の場合は、生徒に理解されにくく、グラフ上でその意味をとらえる力が弱い。

。 「式の決定は難しい」「もっと理解をさせたい」という前回（岡山大会資料参照）の反省から、指導の工夫を試みた。その結果、かなり正答率が上がり指導のポイントがしぼられてきたようである。指導の工夫、いつどこで、どのような問題を与え練習・指導をするかなど、さらに計画的な指導を考える必要がある。

○変域についての理解がされにくい。具体例の中で考えさせ、常に変域を意識させる指導が望まれる。

3. 今後の課題

(1) 指導展開例の実践および、評価問題の分析を通して、より生徒の実態に即した指導計画を作成し、よりよい指導展開案となるよう検討を行う。

(2) 作成された指導計画に沿って、指導細案を各時間毎に作成し、指導計画をより確かなものにしてゆく。

(3) より適切なポストテストや練習問題を作成する。

(4) 生徒の実態の考察を進め、関数指導におけるポイントを明確にし、中学三年間を通した関数指導の系統案を作成する。さらに、現在の関数教育の問題点をさぐってゆく。

——都中数研　研究部　関数委員会——

居駒永信	新宿区立戸塚一中	五十棲都	板橋区立中台中
岩木敬二郎	板橋区立中台中	牛場正則	足立区立第十六中
遠藤国雄	板橋区立赤塚二中	小澤慶晃	多摩市立多摩中
小嶋淳一	文京区立文京六中	風間喜美江	江東区立第二大島中
国宗　進	品川区立伊藤中	五島芳夫	港区立三河台中
坂本知良	新宿区立淀橋二中	須藤哲夫	品川区立東海中
瀬谷三知永	文京区立文京十中	中西知真紀	世田谷区立深沢中
橋爪昭男	品川区立荏原二中	藤田誠二	板橋区立赤塚二中