1986.8

第68回　日数教全国大会（東京）研究発表資料

中学校関数指導について

I．導入課題について
II．カリキュラム編成について

東京都中学校数学研究会　関数委員会

1. 研究の経過とねらい

関数指導のねらいとして、次のことがあげられよう。

(1) 身近な具体的事象から、関数関係にある二つの量を見いだすことができるようにさせる。

(2) 関数関係にある二つの数量の変化のようすや対応のしかたの特徴を調べたり、基本的な関数についての特徴を、表、グラフ、式などから考察し、理解させる。

(3) 関数的な見方、考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる。

都中数研関数委員会では、上のねらいをふまえ、昭和５２年７月の学習指導要領改訂の告示にさきがけ、多くの現場教師の意見を取り入れながら関数の指導計画を立案した。

告示後、具体的実践的な指導計画、指導案を作成し、授業研究を通して検討してきた。その際、一貫して、基礎的基本的な知識の習得や技能の習熟をはかるとともに、関数的な見方、考え方の育成を配慮し、生徒の発達段階に応じた関数教材の開発に努めてきた。また、これらの実践をふまえながら、各学年毎の評価問題の作成、実施、検討を行った。その中で、特に理解が不十分である内容について、授業研究を通して再検討してきた。さらに、小学校での比例・反比例の内容についての関連も考えた。

なお、これまでの研究内容は、そのつど日数教全国大会（東京、山形、岡山、埼玉、福井、奈良）、日数教関ブロ大会（東京、千葉、神奈川、長野、宇都宮）において報告してきた。

昨年度までの研究で、現行教育下における中学校での関数指導について、一応のまとめをみている。(日数教学会誌 投稿中)

以上の経過をふまえ、今年度は次のことをねらいとした。

(1) 第３学年の導入時の指導について、課題の開発をふくめて検討すること

(2) 中学校での関数カリキュラムについての提言を行うこと

2 研究の内容

I. 関数導入課題について

各学年における導入課題を考えるにあたり、次の点に心がけてきた。

① 具体的な課題場面から、生徒自らが多くの変量を取り出すことができる。

② 生徒が見い出したいくつかの変量の中の2量を取り出し、その関数関係について、表、グラフ、式などから、その特徴をとらえ、それ以降の学習につなげることができる。

③ 各学年において学習すべき関数（1年の比例、反比例、2年の1次関数、3年の2乗に比例）以外の関数を取り上げることにより、その学年での学習すべき関数の変化や対応の特徴の理解がいっそう深められると考えられる。このような意味で、各学年において学習すべき関数以外のものも取り上げることができる。

④ 場面を視覚的にとらえることができる。

⑤ 身近かにある素材である。

第1学年では「封筒」、第2学年では「階段」を使った課題があり、これらについては昭和55年東京大会で発表したので、ここでは割愛する。

第3学年の導入課題については、以下の研究授業を経て検討し、現在次の3つの指導展開例を考えている。

・研究授業

昭和55年11月25日　風間先生（第二大島中）

昭和59年11月19日　瀬合先生（文京十中）

昭和61年6月19日　風間先生（第二大島中）

・指導展開例のねらい

具体的な事象から関数関係にある量を見つける。

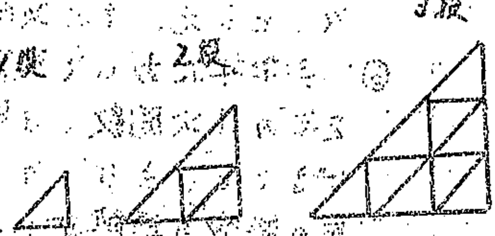
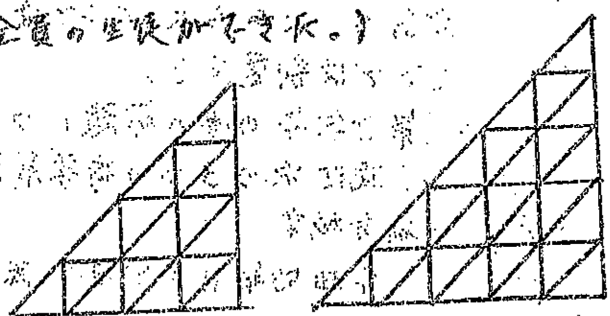
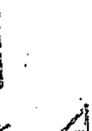
具体的な事象から、2乗に比例する関係を見い出し、その特徴を知る。

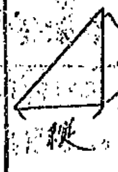
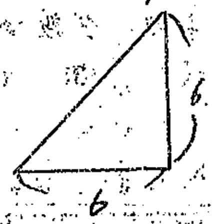
(1) 授業記録

日　時　昭和61年6月19日（木）

対　象　江東区立第二大島中学校　第3学年F組　43名

授業者　江東区立第二大島中学校　風間喜美江

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
T（授業が始まると、教師は黒板に右の課題を貼る） ・この問題を読んでください。	課題 等辺が1cmの直角二等辺三角形を下図のように、1段、2段、3段・・・としきつめていく。4段、5段の図をかきなさい。  	
・この問題のプリントを配りますから、4段、5段の図をそこにかいて下さい。 ・かけた図が違っていないか、隣同志で確認しなさい。 ・では、私もかいてみましょう。（黒板に方眼をかいた紙を貼り、基準となる点をとる。） 誰か右の続きをかいてください。	P1（大きな声で課題を読む。） ・1段、2段、3段の図を見ながら、4段、5段の図をかく。 （図のかき方は理解しているようだが、少し時間がかかる。） （全員の生徒ができた。）  P2（4段、5段の図をかく。）	課題と方眼のかかれたプリントを配布。 右のようにかく生徒はいない。

2 さて、段数が増えていくと何が変わりますか。 ・その他にありますか。 ・それでは、プリントに書き出してみて下さい。(机間巡視) ・では、発表して下さい。 ・いろいろありますね。他には、下の段の三角形の数というのも……。	P3 小さな三角形の数 。(考えている。) P4 全体の面積。 P5 縦，横の長さ。 P6 四角形の数。 P7 ななめの長さ。 P8 まわりの長さ。		生徒の発表したことがらを板書しながら図で確認をする。  という意味。
3 では、小さな三角形の数を調べてみましょう。1段目、2段目、3段目ではそれぞれいくつありますか。(机間巡視) ・では、6段目のときはいくつになりますか。 ・どのようにだしましたか。	。生徒はプリントに答えをかいている。 P9 1段目は1個，2段目は4個，3段目は9個です。 P10 36個です。 P10  $6 \times 6 = 36$		・面積との関係を追求しなかった。
・10段目のときは？ ・他の考え方をした人もいますね。P12君。	P11 100個です。いままでのがみな2乗になっていたので、10を2乗しました。 P12 段数が増えると三角形の数は，1段から2段では3個，2段から3段では5個のように奇数ずつ増えているから，3段か		

・それで10段は？ ・x段のときの三角形の数をy個とするとyはxのどんな式で表されますか。	ら4段は7個、4段から5段は9個と…。 P12 面倒だから2乗しました。 (笑いがおこる) ・プリントに答えをかく。 (式ははやくかけてしまう生徒が多い。) P13 $y=x^2$です。	黒板に書いてある数で確認 1 → 2 → 3 1 → 4 → 9 +3 +5 +7 $x^2=y$と書いた生徒に注意をする。→ $y=x^2$
⑧ それでは次に違うものを調べてみましょう。 ・よくわかりますね。では、1段、2段、3段のときの下の段の三角形の数は？ ・10段のときは、 ・他の考えで出した人は？	P3 下の段の三角形の数でしょう。 ・プリントに答えをかく。 P11 1段1個、2段2個、3段3個です。 P14 19個です。 1段ずつ増えると三角形の数は2個ずつ増えているから 段数 5 $\xrightarrow{+5}$ 10 と考えます。 三角形の数 9 $\xrightarrow[5\times2+9]{}$ 19 した。 P15 私は、x段のときの三角形の数をy個として、$y=2x-1$となるから$x=10$をこの式に代入しました。	何人かの生徒は式から三角形の数を求めている。(10人位)
⑨ (全体の面積について扱う。記録略)	(x段のときの面積$y$cm²とすると $y=$ [illegible] x^2)	
⑩ (⑦⑧, ⑨で出てきた	式の形や変化の仕方	について考察。

時間の関係から、ほんの少しふれる程度の考察をしただけである。記録略)

(2) 研究討議

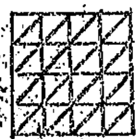
ア．課題がやさしいのではないか。小さな三角形の数を求めるのに、平方数を知っているので、表がつくれると $y=x^2$ がすぐ出てしまう。そのため、学習意欲が弱くなるのではないか。

イ．小さな三角形の数を求めるのに、なぜ2乗すればよいかを追求して欲しかった。

$6\times6=36$ は正方形の面積を求めることと同じなので、それで三角形の数がなぜ出るのかを聞いて欲しかった。

ウ．イの 6×6 の発表があったので、10段目のときの三角形の数を 10×10 として求めた生徒が多かったのではないか。それまでは、P君のように差をとって求めていた生徒が多くいた。やはり、なぜ 6×6 でよいのかを追求したい。

<例> 三角形の面積は $y=\frac{1}{2}x^2$、小さな三角形の面積は $\frac{1}{2}$ cm^2 だから、三角形の個数は $\frac{1}{2}x^2\div\frac{1}{2}=x^2$



x段のときの正方形の個数は、$x\times x=x^2$

このときできる小さな三角形の数は全部で $2\times x^2$

求める三角形の数はその $\frac{1}{2}$ だから、$\frac{1}{2}\times2\times x^2=x^2$

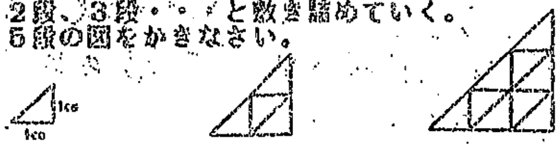
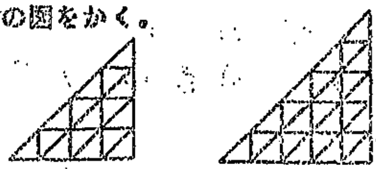
エ．1cm のたての線の数を調べたりするのはどうか。他に1cm の横の線の数，ななめ $\sqrt{2}$ cm の線の数，全体の線の数はどうか。出てくる式は、$y=\frac{x(x+1)}{2}$，$y=\frac{3}{2}x(x+1)$

オ．△この向きの三角形（▽のような向きではない）の数 $y=\frac{x(x+1)}{2}$ は、ななめの $\sqrt{2}$ cm の線の数と等しくなる。このような見方をさせることは、関数指導の1つである。

カ．図，図，図の3つを調べることはどうなのか。図でなぜ $y=x^2$ を追求することにより，図，図を必然的に調べることにもっていけるのではないか。

キ．図で、増加量の意味をおさえて欲しい。増加量は、下の段の三角形の数にと。また図で $y=2x-1$ の増加量2の意味も同じようにおさえて欲しい。

(1) 展開例　第1案　(改訂案)

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学　習　内　容</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>題意を
把握する</td><td>【課題】　等辺が　1cm　の直角二等辺三角形を下図のように、
1段、2段、3段・・・と敷き詰めていく。
4段、5段の図をかきなさい。

</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>(1)　4段、5段の図をかく。
</td><td>方眼が印刷されたプリントを配る。

図が正しいかどうか、隣同士で確認する。</td></tr>
<tr><td>ともなって変わる2つの量を見つける。</td><td>(2)　段数が増えていったときに変わるものを考える。
・面積　・周囲の長さ　・高さ
・直角の数　・底辺の長さ　・三角形の数
・土台となる三角形の数　・小さな三角形の数
・区切られた辺の数　　etc.</td><td>1年、2年で同じような問いかけなをする課題を学習しているのですぐに幾つかはあがる。あがらない場合には、もう一度図を見せたり、ヒントを与える。</td></tr>
<tr><td>ともなって変わる2つの数量の関係について調べる(段数と三角形の数)</td><td>【Ⅰ】　段数と小さな三角形の数との関係について調べる。

(3)　1段、2段、3段のときの三角形の数を求める。
1段のとき　・・・　1個
2段のとき　・・・　4個
3段のとき　・・・　9個

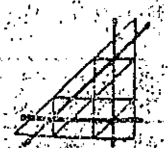
(4)　6段のときの三角形の数を求めさせ、その求め方を発表する。(36個)
・実際に書いて36個を求める生徒
・表から求める生徒
<table>
<tr><td>段の数</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>三角形の数</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td><td>36</td></tr>
</table>
+3　+5　+7　+9　+11
<table>
<tr><td>段の数</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>・・・</td><td>6</td></tr>
<tr><td>三角形の数</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>・・・</td><td>36</td></tr>
</table>
2乗

6倍
2倍
<table>
<tr><td>段の数</td><td>1</td><td>2</td><td>・・・</td><td>6</td></tr>
<tr><td>三角形の数</td><td>1</td><td>4</td><td>・・・</td><td>36</td></tr>
</table>
4倍
36倍</td><td>1つ下の段の三角形の数が出てこなければ、指導者から出す。

小さな直角二等辺三角形全部の数であることを確認する。ここでは特に表をつくる指示はしない。求め方を発表する段階で出てくると考えている。(分からない生徒には指示する。)

(4)で表の見方が出ないときは(5)で取り上げる。</td></tr>
</table>

(5) (4)において増加盈(+3,+5,+7,・・・)の意味を三角形の図によって考えさせる。



(6) 10段のときの三角形の数を求める。(100個)

(7) x段のときの三角形の数をy個とする。yをxの式で表す。

$$y = x^2$$

x、yの変域にふれる。(自然数に限ること)(4)、(5)で式が出てしまう場合もある。

(段数と土台となる三角形の数)

[Ⅱ] 段数と土台となる段の三角形の数との関係について調べる。

(8) 1段、2段、3段の土台となる段の三角形の数を求める。

1段のとき ・・・ 1個
2段のとき ・・・ 3個
3段のとき ・・・ 5個

三角形の数を図で確認する。

(9) 6段のときの土台となる三角形の数を求める。(11個)

＊ 実際に書いてあった三角形の数を求める生徒

＊ 表から求める生徒

段の数	1	2	3	4	5	6
三角形の数	1	3	5	7	9	11

+2　+2　+2　+2　+2

1次関数は学習ずみなので式がすぐ出てくる可能性がある。その場合には、式から表を確認してもよい。

＊ 式から求める生徒

$y = 2x - 1$ に $x = 6$ を代入し $y = 11$

(Ⅰ)と増加の仕方が違うことにふれてみてもよい。

(10) 10段のときの土台となる三角形の数を求める。

→「まとめ」で扱う。

(11) x段のときの土台となる三角形の数をy個とする。yをxの式で表す。

$$y = 2x - 1$$

(8)、(9)で式が出た場合はそこで扱う。

(段数と面積)

[Ⅲ] 段数と面積との関係について調べる。

― 問題練習 ―

(1) 5段のときの全体の面積を求めよ。
(2) x段のときの面積を y cm^2 とする。yをxの式で表せ。

どのように求めたかを発表させ板書させる。

まとめ

(Ⅰ) $y = x^2$　(Ⅱ) $y = 2x - 1$

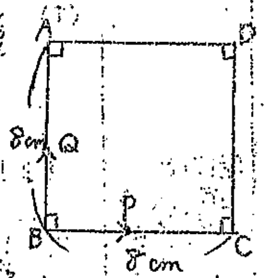
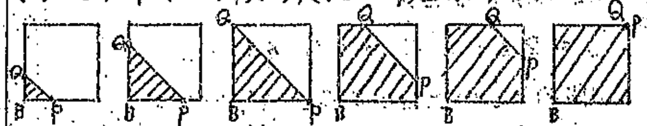
(Ⅲ) $y = \frac{1}{2}x^2$

の式の形について共通点や相違点を考える。

時間不足なら次回にする。

「2乗に比例する」は次回にする。

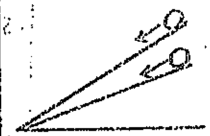
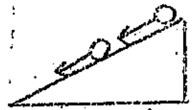
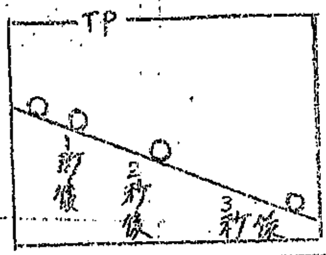
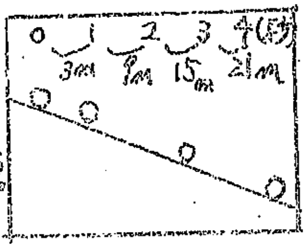
(4) 展開例 第2案

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>題意を把握する。</td><td>〔課題〕1辺が8cmの正方形がある。頂点Bから点P,Qが1秒間に2cmの速さで同時に出発し頂点Dまで動くという。変化するものをあげなさい。</td><td>
</td></tr>
<tr><td>時間にともなって変わる量を見つける。</td><td>(1) 時間にともなって変わるものをあげる。
・BP・BQの長さ　・PQの長さ
・PC・QAの長さ　・PD・QDの長さ
・三角形PQBの面積
・五角形PQABCの面積
・三角形PQDの面積
・五角形PQADCの面積　etc.
[1] 時間と面積との関係について調べる
(2) OHPで面積の変化を観察する。

</td><td>OHPで変化を見せる。

あらかじめ目もりのついた正方形をプリントして配布する。</td></tr>
<tr><td>表をつくる。</td><td>(3) 時間と面積との関係を表す表をつくる。
<table><tr><td>時間</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td>面積</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>46</td><td>56</td><td>62</td><td>64</td></tr></table></td><td>点P,QがDまでくるのに8秒かかることを確認する。
連続量であることにふれる。</td></tr>
<tr><td>変化の様子を調べる。</td><td>(4) 表から変化の様子を調べる。
<table><tr><td>時間</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td>面積</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>46</td><td>56</td><td>62</td><td>64</td></tr></table>
+2　+6　+10　+14　+14　+10　+6　+2</td><td></td></tr>
</table>

	・変化の割合が一定でないことを知る。	
変域を見つける	・面積の増え方が変わるのが4秒後であることを知る。	
	(6) x秒後のときの面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする。$0 \leqq x \leqq 4$, $4 \leqq x \leqq 8$ のとき、y を x の式で表す。 ・$0 \leqq x \leqq 4$ のとき $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 2x$ $y = 2x^2$	4秒後にはどちらの式でもあてはまることを確かめる。
	・$4 \leqq x \leqq 8$ のとき $y = 8^2 - \frac{1}{2}(16 - 2x)^2$ $y = 64 - \frac{1}{2}(256 - 64x + 4x^2)$ $y = 64 - 128 + 32x - 2x^2$ $y = -2x^2 + 32x - 64$	$4 \leqq x \leqq 8$ のときは教師の方で計算する。
まとめ	2つの変数 x と y の間に $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$, a, b, c は定数) の関係があるとき、y は x の2次関数であるという。	今後は $y = ax^2$ について扱っていく。

(5) 展開例 第3案

指導内容	学習内容	指導上の留意点
・ともなって変わる2量について考える。	(Ⅰ) 斜面を転がるパチンコ玉の速さについて考える。 ①パチンコ玉を取り出し、カーテンレールの上を転がしてみる。 ②パチンコ玉を速く転がす方法を考える。 ・転がすときに力を加える。 ・斜面を急にする。 ・なめらかな斜面を使う。 ③決められた斜面の、転がり始めの速さとその後の速さについて考える。 ・後の方が速い。 ④ ③の具体例をあげる。 ・自転車で坂道を降りたとき。 ・ジェットコースターに乗ったとき。…	 ・角度を変えて何回か転がす。  ・斜面を固定し、もう一度パチンコ玉を転がす。
・ともなって変わる2量の関係について調べる。	(Ⅱ) 斜面を決めたときの時間ごとの進んだ距離と時間の関係について調べる。	・ストロボ写真でとったパチンコ玉が転がっていくときの様子を、TPで示す。
	課題 ・右の写真はパチンコ玉が斜面を転がっていくときの様子をとったものである。 時間がたつにつれ、何が変わりますか。 	
	⑤ 時間がたつにつれ、変わるものをあげる。 ・速さ　・転がり始めてからの距離 ・区間の距離 …… ⑥ 区間の距離を与え、転がり始めてから、2秒後までに動いた距離を求める。 ・3m＋9m＝12m 	・この図は理想的な状態で実験したときのもので、空気抵抗がない理想の状態での実験であることを示す。 ④の例を思い出させる。

⑦ 転がり始めてから、3秒後、4秒後の動いた距離を求める。

・3秒後 27m　$3+9+15=27$

・4秒後 48m　$3+9+15+21=48$

⑧ 表にまとめる。

(1) 転がり始めてからの時間(秒)	0	1	2	3	4
(2) 各区間の距離(m)		3	9	15	21
(3) 転がり始めてから進んだ距離(m)	0	3	12	27	48

⑨ 転がり始めてから5秒後の距離を求める。

・$\underbrace{4 \quad 5}_{+27}$　48　$48+27=75$ (m)

・(1) 0 1 2 3 … 4 5　3×9と考えて27

　3×1　3×3　3×5 … 27 3×9　$48+27=75$ (m)

・(1) 0 1 2 3 … だから $(5\sqrt{3})^2=75$ (m)

　(2) 0 3 12 21

　$(\sqrt{3})^2$　$(2\sqrt{3})^2$　$(3\sqrt{3})^2$

・(1) 0 1 2 3 4 5　4秒後のときの(3)は48mで

　(2) 3 9 15 21 27　$48+27=75$ (m)

　+6 +6 +6 +6

⑩ 転がり始めてから10秒後の距離を求める。

・5秒後の(3)は$5\sqrt{3}$の2乗だから

　10秒後の(3)は$10\sqrt{3}$の2乗で 300 m

・(1) 5 6 7 8 9 10　5秒後の(3)は75m

　(2) 33 39 45 51 57　$75+(33+39+45+51+57)$

⑪ 転がり始めてからの時間をx秒とするとき、(3)の距離をymとする。yをxの式で表す。

・(2) 1 2 3　(3)÷3とすると左の表にな

　(3) 1^2 2^2 3^2　る。(1)がxのとき(3)はx^2

　だから $y=3x^2$

・x秒後の(3)は$(x\sqrt{3})^2$だから $y=3x^2$

関数$y=ax^2$について

⑫ 次の時間から $y=3x^2$ のような関数を扱う。

ノートにこの資料を写させる。

(3)のそれぞれの距離を確認してから表にまとめる。

生徒の考えをできるだけ発表させる。

(1)が0〜1のとき3mしか進まないのに4〜5は27mも進むことにふれる。

反応は遅いので各自じっくり考えさせてから考え方を発表させる。

⑨⑩で10倍

(1) 1 → 10

(3) 3 → 300　10^2倍

という見方が出れば、2乗に比例をここで扱う。

時間があれば、20秒後の(3)を求めさせる。

「yはxの2乗に比例」の定義は次時に扱う。

Ⅲ 関数カリキュラム編成について

本研究は昭和51年度からの継続研究である。これまでの考察から、我々は関数指導について、次のような指導過程をとるべきであるとの結論を得るに至っている。

多くの変量を取り出せる具体的な課題を提示する。

→ その中の2変量の関係について調べる。

その際、「変化のようすをとらえる」、「対応の規則を調べる」という視点を重視する。

→ ひととおりの指導を終えたところで、関数の考えを使って問題解決を図る時間を設定する。

これは、現行指導要領に従っての好ましい指導について考察した結果である。

ところで、中学校における関数指導の歴史が浅いことがその理由の1つであろうが、関数についての指導内容は、指導要領改訂のたびに大きくゆれ動いている。

そこで、これまでの研究に基づき、次期改訂に対する現場からの意志表示として、本委員会なりに、関数カリキュラムについての提言あるいは問題点の指摘をし、それらをふまえた指導計画を明示しておきたい。

(1) 提言

① 小学校における比例、反比例の指導では、比例は「一方が2倍、3倍……になると、他方も2倍、3倍……になる」、反比例は「一方が2倍、3倍……になると、他方は$\frac{1}{2}$倍、$\frac{1}{3}$倍……になる」ことをしっかりおさえてほしい。

b＝(決まった数)×a，b＝(決まった数)÷aのような式による表現は、かえって混乱をまねくので扱わない。

プレテストの結果によれば、
一方が増えれば、他方もふえるものが比例
一方が増えれば、他方は減るものが反比例
と誤って理解している生徒が多い。

② 小学校では、比例、反比例のグラフについての知識を指導するのではなく、グラフの意味やかき方の理解を深めるように指導してほしい。

| プレテストによれば、和が一定のグラフを反比例に、差が一定のグラフを比例と誤って判断する生徒が多い。

③ 反比例を、第1学年の指導内容から削除し、第3学年での「いろいろな関数」のところで扱う。

| 「関数 $y=ax$ から1次関数 $y=ax+b$ へ」の流れを重視したい。反比例は分数関数の範ちゅうである。放物線の指導の後で双曲線を扱うことにより、反比例のグラフ指導が容易になる。したがって、反比例の指導時数を減らすことができる。

④ 第3学年で、関数 $y=ax^2$ を2次関数の特別な場合と位置づけて扱う。

| 「1次関数から2次関数へ」の流れを重視したい。

⑤ 第3学年での「いろいろな関数」は、具体的な事象を用意しながら、$y=ax^3$, $y=\frac{a}{x}$, $y=\frac{a}{x^2}$ などを扱う。

| 具体的な事象で扱うことができる。関数的な考察の方法が深められる。

⑥ 第3学年での指導内容から、定義域・値域の用語を削除したらどうか。

| それぞれ x の変域、y の変域で充分だろう。

(2) 問題点

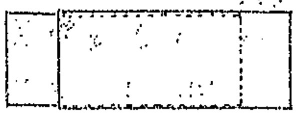
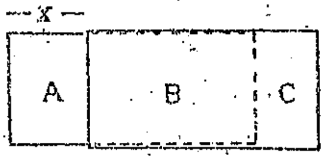
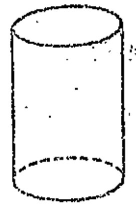
⑦ 関数の定義をどうするか。

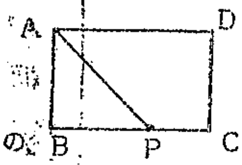
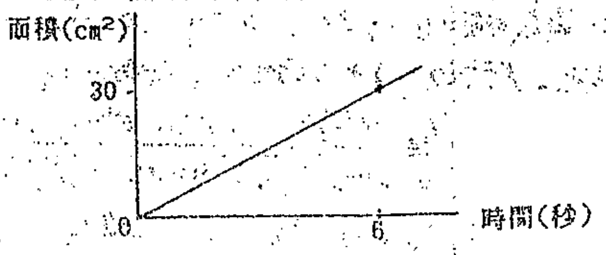
。第1・2学年では、決めれば決まるで通し、第3学年で対応による定義を行う。どこに位置づけるかは、今まで通り、定数値関数、階段関数を扱う前の所でどうか。

(3)　各学年の指導計画

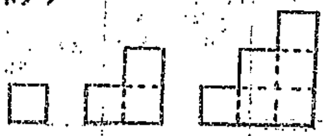
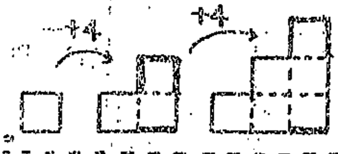
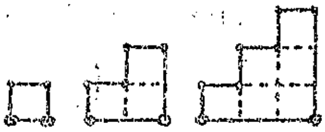
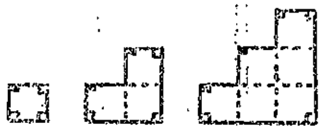
　昨年度の指導計画をもとに、提言の内容を生かして、次のような各学年毎の指導計画を立案した。

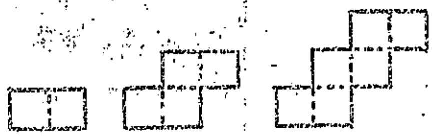
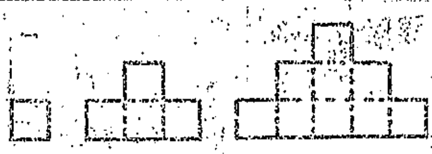
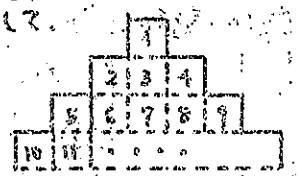
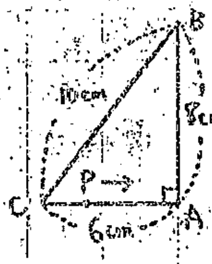
1.　第1学年　指導計画

時数	項　目	指　導　内　容
1	変化と関数	[課題]　封筒から画用紙を引き出してゆく。　←  (1)　変化する量・変化しない量をあげる。 [1]　引き出した長さと周囲の長さとの関係を調べる。 $y=2x+64$ [2]　引き出した長さとAの部分の面積との関係を調べる。 x  $y=12x$ (2)　「変数」を定義する。
2		[3]　引き出した長さと全体の面積との関係を調べる。 $y=240+12x$ [4]　引き出した長さとBの部分の面積との関係を調べる。 $y=240-12x$ (1)　「yはxの関数である」ことを定義する。 (2)　「変域」を定義する。
3	関数 $y=ax$	(1)　2つの変数 x，y の間に、$y=2x$，$y=-3x$ という関係があるとき、x，y の変化の様子を調べる。 (2)　「yはxに比例する」ことを定義する。
4	(式の決定)	(1)　右の図のような円柱状の空の容器に、一定の割合で水を入れたところ、3分後 に 6cm の深さまで、水が入った。x分後 の水の深さを ycm として、yをxの式で表す。  $y=2x$ (2)　いくつかの具体的な事象について比例の関係を確かめる

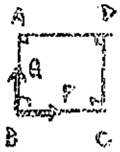
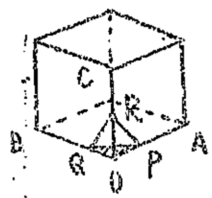
5	関数 $y=ax$ のグラフ	(1) $y=2x$ のグラフをかく (2) グラフをかくときに座標の考え方が有効であることを知る。
6		(1) $y=3x$、$y=-3x$ のグラフをかく。 (2) $y=ax$ のグラフから変化をよみとる。 (3) $y=ax$ のグラフの特徴をまとめる。
7		(1) 原点と他の1点で $y=ax$ のグラフをかく。 (2) グラフから式を求める。
8	関数の利用	[課題] 右の図のようなAB＝10cm、BC＝24cmの長方形がある。点Pは毎秒3cmの速さで辺BC上を頂点Bを出発して頂点Cまで動くものとする。 次のことを考えなさい。 1. 点Pが頂点Bを出発してからの時間に比例する量をあげる。 (それらを、式、グラフで考察する。) 2. 辺BC上を動く点Qがあり、時間と△APQの面積の関係が下のグラフであらわされている。点Qはどのように動いたかを考える。 (それらを、式、グラフで考察する。)  
9	問題練習	

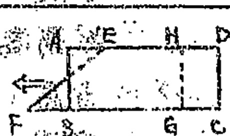
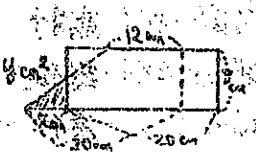
2. 第2学年の指導計画

時数	項目	指導内容
1	1次関数の意味	[課題] 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。 ①.ともなって変わる量をあげる。  [I] 階段の数x段のとき、周囲の長さをycmとして、変化のようすを調べる。 ② 表、グラフ、式($y=4x$)を求める。 ③ $y=4x$で、定数4の意味を考える。 
2		[II] 階段の数x段のとき、頂点の数y個として、変化のようすを調べる。  [III] 階段の数x段のとき、直角の数y個として、変化のようすを調べる。  ①「yはxの1次関数である」ことを定義する。
3	1次関数の値の変化とグラフ	① $y=2x+3$, $y=-5x+4$ について変化のようすを調べる。 ②「変化の割合」を定義する。 ③ 1次関数での変化の割合の特徴をまとめる。
4		① $y=2x+3$, $y=2x$ のグラフをかく。 ② $y=-2x+4$, $y=-2x$ のグラフをかく。 ③ 1次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べる。 ④「切片」を定義する。
5		① $y=2x+3$, $y=-2x+4$ のグラフの傾きぐあいを調べる。 ②「傾き」を定義する。 ③ 1次関数 $y=ax+b$ で、$a>0$ のときと $a<0$ ときとの違いを調べる。

時数	項目	指導内容
6		① $y=2x+1$、$y=\frac{2}{3}x+1$、$y=-\frac{1}{2}x+3$ のグラフを傾きや切片を使ってかく。 ② グラフが平行になるときの特徴を調べる。 ③ 1次関数のグラフの特徴をまとめる。
7	1次関数を求める	[課題] 縦1cm、横2cm の長方形を積んでいく。  ① ともなって変わる量をあげる。 [I] 階段の数x段のとき、周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。 ($y=4x+2$)
8		(式の決定の問題練習)
9		(測定値などの資料から1次関数を求める ― 実験式)
10	1次関数の利用	[課題] 1辺が1cmの正方形を順に1段ずつ並べ加えて図形をつくる。  [I] 階段の数x段のとき、周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。 ($y=6x-2$) [II] x段目にある数字の個数をy個として、yをxの式で表す。($y=2x-1$)  [III] x段目の右端にくる数字をyとして、yをxの式で表す。 ($y=x^2$)
11		[課題] 図のように、△BCA (∠A=∠R)があって、点PはCを出発し、毎秒1cmの速さでAを通ってBまで動く。  ① ともなって変わる量をあげる。 [I] 点PがCを出発してx秒後のとき、△BCPの面積をycm^2として、変化のようすを調べる。
12 13	問題練習	

3. 第3学年 指導計画

時数	項目	指導内容
1	2次関数	【課題】1辺が8cmの正方形がある。その辺上を、2点P、Qが、1秒間に2cmの速さで、頂点Bを同時に出発し、頂点Dまで動く。 変化するものをあげなさい。<展開例1・3を使うことも可> (1) 時間と面積(△PQB、五角形PQABC)との関係を調べる。 $0 \leqq x \leqq 4$ のとき $y=2x^2$、$4 \leqq x \leqq 8$ のとき $y=-2x^2+32x-64$ 「yがxの2次関数である」ことを定義する。
2		① $y=2x^2$、$y=-4x^2$ について、xがn倍になるとき yはn^2倍になることを確かめる。 ② 具体的な例(立方体の表面積、高さ6cmの正四角錐の体積など)で立式する。
3	関数$y=ax^2$のグラフ	① $y=x^2$、$y=-x^2$ のグラフをかく。 ② $y=x^2$、$y=-x^2$ のグラフの特徴をまとめる。
4		① $y=x^2$ のグラフをもとにして、$y=2x^2$、$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかく。 ② $y=-x^2$ のグラフをもとにして、$y=-2x^2$、$y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかく。 ③ $y=ax^2$ のグラフの特徴をまとめる。
5	変化の割合	① 1次関数 $y=2x+4$ の変化の割合の意味を、表やグラフで復習する。 ② $y=x^2$ について、変化の割合を調べる。
6		① $y=-2x^2$ について変化の割合を調べる。 ② 変化の割合のグラフ上での意味を考える。
7	問題演習	(自然落下も扱う)
8	いろいろな関数(1) (式で表す)	【課題】右の図のように1辺10cmの立方体の辺OA、OB、OC上をそれぞれ点P、Q、Rが動く。頂点Oを出発してx秒後の三角すいO-PQRの体積を$y$cm³として、xとyとの関係を調べる。 [I] 2点Q、Rは、OQ=4cm、OR=6cmの位置に停止しており、点PはOを出発して毎秒1cmの速さで動く。($y=4x$)

時数	項目	指導内容
		[II] 1点Rは OR＝6cmの位置に停止しており、2点P、Qは同時に0を出発して毎秒1cmの速さで動く。 ($y=x^2$) [III] 3点P、Q、Rは 同時に0を出発して毎秒1cmの速さで動く。 ($y=\frac{1}{6}x^3$) [IV] 1点Rは OR＝6cmの位置に停止しており、1点Pは毎秒1cmの速さで動き、点Qは三角すい0-PQRの体積が6cm³で一定になるように動く。x秒後のOQの長さycm。 ($y=\frac{6}{x}$) [V] 2点P、Qは同時に0を出発して毎秒1cmの速さで動き、点Rは三角すい0-PQRの体積が$\frac{1}{6}$cm³で一定になるように動く。x秒後のORの長さycm。 ($y=\frac{1}{x^2}$)
9	(変化を調べる)	① III、IV、Vについて表を作り、yの値の変化の様子を調べる。 ② x<0についても調べる。 ③ 例えば $1 \leqq x \leqq 2$での変化の割合を求める。
10	(グラフを調べる)	① III、IV、Vについて表からグラフをかく。 ② $y=x^3$、$y=\frac{12}{x}$、$y=\frac{12}{x^2}$ のグラフもかき、それぞれのグラフの特徴を調べる。 ③ 対応の考えによる関数の定義をする。
11	いろいろな関数(2)	① ある私鉄の運賃は、6kmまでは110円で、その後4km進むごとに20円増す。(ただし、この私鉄の始発駅と終着駅との道のりは26km) 乗車距離と料金との関係を調べる。 ② ある私鉄経営の循環バスの料金は、一律160円で、一循環の道のりは5kmである。乗車距離と料金との関係を調べる。 ③ xを1けたの自然数とする。xを3で割ったときの余りをyとして、xとyとの関係を調べる。
12	関数の利用	[課題] 右の図のように、長方形ABCDの封筒から、台形EFGHの画用紙を引き出してゆく。 ① ともなって変わる量をあげる。 [I] 画用紙をxcm引き出したときの、引き出された部分の面積をycm²として、xとyとの関係を調べる。
13	問題練習	

3. 今後の課題

(1) 現在の関数教育の問題点をさぐり、小学校や高等学校での指導も考えながら、中学校3ヶ年間を見通した関数カリキュラムについて、さらに綿密な提言を行う。そして、その提言にそった指導計画・指導案を作成し、授業を通してその妥当性を検討すること。

(2) 他領域で、関数的な見方・考え方を伸ばすための指導内容について考察し、関数領域との関連を明らかにすること。

(3) 生徒の関数概念はどのように高まるのかを調べる。そして、どのような内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念を高めることができるのかを考察していくこと。

―― 都中数 研究部 関数委員会 ――

岩木敬三郎	元板橋区立中台中	赤江 幸江	千代田区立今川中
居駒 永信	中野区立北中野中	牛場 正則	足立区立十六中
遠藤 国雄	板橋区立上板橋三中	小澤 慶晃	多摩市立多摩中
風間喜美江	江東区立第二大島中	国宗 進	学芸大附属世田谷中
五島 芳夫	港区立三河台中	坂本 和良	新宿区立淀橋二中
須藤 哲夫	品川区立大崎中	関 富美雄	品川区立八潮中
高村 真彦	板橋区立赤塚一中	中西知真紀	世田谷区立深沢中
野依 六郎	都立教育研究所	橋爪 昭男	品川区立荏原二中
浜仲 章	三鷹市立第六中	半田 進	学芸大附属小金井中
山田 武司	板橋区立板橋三中		