第７１回　日数教全国大会（千葉）研究発表資料　１９８９．８

「関数の利用」の指導について

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

もくじ

１　研究の経過とねらい

今年の３月１５日新学習指導要領告示が行われ、それについての多くの意見が聞かれるようになってきた。

この十余年間、本委員会では、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、それらを授業研究を通して実証的に検討した。また、各学年における評価問題を作成、実施し、その結果の検討を行った。特に生徒の理解が不十分な内容については、授業研究を通して指導計画や指導案を再検討し修正を重ねてきた。さらに、小学校における比例、反比例の指導内容との関連も考えてきた。

60年度までの研究によって、現行の学習指導要領下における中学校での関数指導については一応のまとめをみている。［“中学校での関数指導について（その１）、（その２）”日数教学会誌数学教育第68巻11号1986.11.、第69巻1号1987.1.参照］

また、これまでの研究成果を踏まえ、中学校での関数カリキュラムについて、問題点を明らかにし、それについていくつかの提言も行った。

なお、これまでの研究内容は、55年度以降、日数教全国大会（東京、山形、岡山、埼玉、福井、奈良、東京、福岡、静岡）、日数教関ブロ大会、東京都中数研発表大会において、その都度報告をしている。

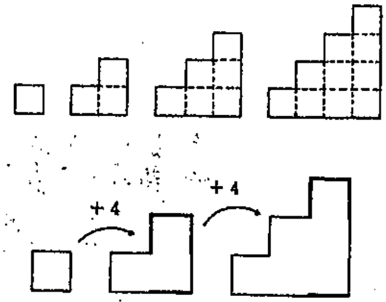
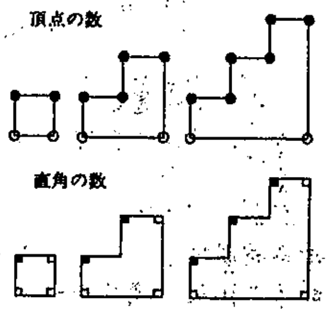
以上の経過を踏まえ、一昨年度以降、次のことをねらいとして、研究を進めている。

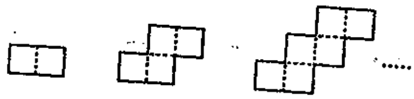
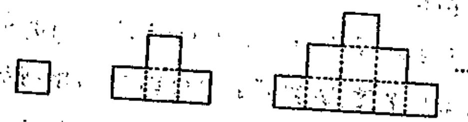
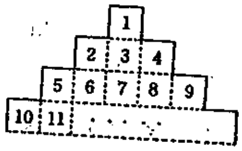
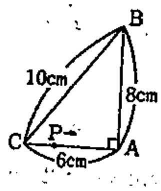
関数的な見方・考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる指導（「関数の利用」の指導）について、授業研究を通して指導の実際を検討し、あわせて課題の開発をはかること

一昨年度、昨年度は「関数の利用」の指導について、第１学年を中心に発表した。今年度は第２学年を中心に発表する。

2 研究の内容

(1) 指導計画(第2学年)

時数	項目	指導内容
1	1次関数の意味	[課題] 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。 ① ともなって変わる量をあげる。 [Ⅰ]階段の数がx段のときの周囲の長さをycmとして、その変化のようすを調べる。 ② 表、グラフ、式($y=4x$)を求める。  ③ $y=4x$で、定数4の意味を考える。
2		[Ⅱ]階段の数がx段のときの頂点の数をy個として、その変化のようすを調べる。 [Ⅲ]階段の数がx段のときの直角の数をy個として、その変化のようすを調べる。  ① 「yはxの1次関数である」ことを定義する。
3	1次関数の値の変化とグラフ	① $y=2x+3$、$y=-5x+4$ について、変化のようすを調べる。 ② 「変化の割合」を定義する。 ③ 1次関数についての変化の割合の特徴をまとめる。
4		① $y=2x+3$、$y=2x$ のグラフをかく。 ② $y=-2x+4$、$y=-2x$ のグラフをかく。 ③ 1次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べる。 ④ 「切片」を定義する。
5		① $y=2x+3$、$y=-2x+4$ のグラフの傾きぐあいを調べる。 ② 「傾き」を定義する。 ③ 1次関数$y=ax+b$で、$a>0$のときと$a<0$のときの変化のようすの違いを調べる。
6		① $y=2x+1$、$y=\frac{2}{3}x+1$、$y=-\frac{1}{2}x+3$ のグラフを、傾きや切片を使ってかく。 ② グラフが平行になるときの変化や式の特徴を調べる。 ③ 1次関数のグラフの特徴をまとめる。

7	1次関数を求める	［課題］　縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。  ①　ともなって変わる量をあげる。 ［Ⅰ］階段の数がx段のときの周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。($y=4x+2$) ②　各自、どのように式を求めたかを発表させる。 ③　1次関数の式は、変化の割合aと1組のx、yの値から、また、2組のx、yの値から求められることをまとめる。
8		(1次関数の式の決定についての問題練習)
9		(測定値の資料などから1次関数を求める。－実験式)
10	1次関数の利用	［課題］　1辺が1cmの正方形を、右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。  ［Ⅰ］階段の数がx段のときの周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。($y=6x-2$) ［Ⅱ］x段目にある数字の個数をy個として、yをxの式で表す。($y=2x-1$) ［Ⅲ］x段目の右端にくる数字をyとして、yをxの式で表す。($y=x^2$) 
11		［課題］　右の図のような△BCA(∠A＝∠R)がある。点PはCを出発して、毎秒1cmの速さでAを通ってBまで動く。  ①　ともなって変わる量をあげる。 ［Ⅰ］点PがCを出発してからx秒後のときの△BCPの面積をy cm^2として、変化のようすを調べる。 (変域に注意させる。)
12	問題練習	
13		

（２）「関数の利用」の指導の意味

中学校での関数指導のねらいとしては、次のことがあげられよう。

① 身近な具体的事象から、関数関係にある２つの数量を見いだすことができるようにさせる。

② 関数関係にある２つの数量の変化のようすや対応のしかたの特徴を調べたり、基本的な関数についての特徴を、表・グラフ・式などから考察し、理解させる。

③ 関数的な見方・考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる。

これまでにも、①、②については多くの研究成果が報告されているが、③についての研究は消極的なように思われる。

関数の指導においては、表を作る、グラフをかくなどの個々の知識や技能についての指導にとどまらずに、①、②についての学習内容を有機的に活用することによってより深い理解をさせ、問題解決力を伸ばす指導、つまり、③についての指導が大切である。本発表は、③についての指導に関するものである。

このような指導を、ここでは「関数の利用」の指導と呼ぶことにする。また、これは、「課題学習」につながるものであると考えている。

（３）「関数の利用」の課題について

各学年における「関数の利用」の指導を考える際には、次のような課題を開発することを心がけてきた。

- それまでに学習してきたことを総合的に利用して解決できる課題
- 表、グラフ、式、変化や対応、変域などの見方や考え方をよりいっそう深めることができる課題
- 課題の解決にあたって、生徒の多様な考えを生みだすことができる課題
- 生徒自らが、発展させ深化させることができる課題
- 身近にある具体的な素材で、場面を視覚的にとらえることができる課題

（４）第２学年「関数の利用」の指導その１

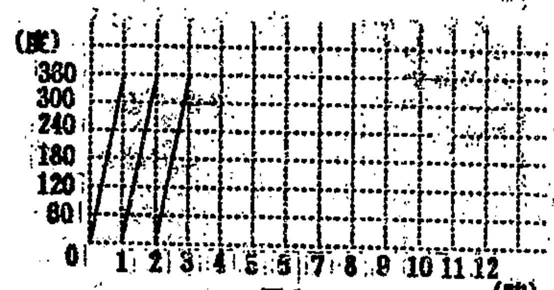
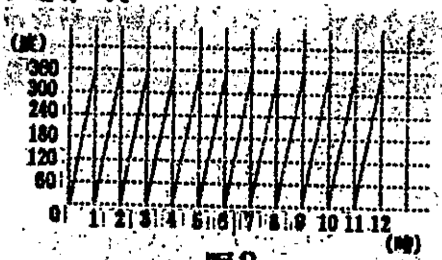
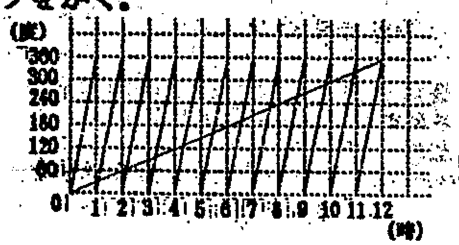
①　“「関数の利用」の指導　その１”の指導案作成にいたるまでの経過

“「関数の利用」の指導　その１”の実際の指導、改訂指導案等はP９～１７に示す。この指導案作成にいたるまでには、課題の開発と次の研究授業を通して指導を検討してきた。指導案については、検討したものの中からⅠ、Ⅱ（日数教全国大会静岡大会にて発表）をのせた。

・昭和６３年６月２４日 風間　喜美江　教諭　対象 墨田区立本所中２年６組

・昭和６３年７月　５日 高村　真彦　教諭　対象 練馬区立開進第四中２年Ｆ組

指導案Ⅰ

指導内容	学　習　活　動	指導上の留意点
題意を把握させる	課題１ 右のグラフは、長針の動くようすを表したものです。 グラフを完成しなさい。 図1 ①　グラフをかく。 図2	なぜ３６０°までのグラフなのかを確認する。
時刻と長針・短針の動く角度との関係について調べさせる。	課題２ 図２に短針の動くようすを表すグラフをかきなさい。 ②　グラフをかく。 図3	長針と短針についてのグラフは色分けをしてかく。

③ グラフからわかることを発表する。

課題３

長針と短針とがつくる角度は時刻によってどのように変わりますか。

時刻と長針・短針とがつくる角度との関係について調べさせる。

④ 発表する。

ア．角度はだんだん大きくなる。
イ．０°から３６０°になる。
ウ．１時間ごとに重なり０°になる。
など

⑤ 長針と短針とがつくる角度と時刻との関係をグラフに表す。

ア．表をつくってからグラフをかく。
イ．直接グラフをかく。

何をしてよいか分からない生徒には表を書くように指示する。

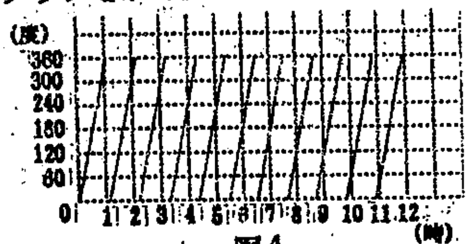


図４

課題４

グラフを利用して問題を解決させる。

（１） 長針と短針の先端の距離が最も長くなる時刻を知るには、図４のグラフのどこを見ればわかりますか。
（２） 長針と短針の先端を結んでできる三角形の面積が最も大きくなる時刻を求めなさい。

⑥ 図４を使って調べる。

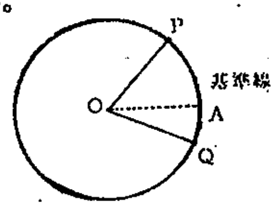
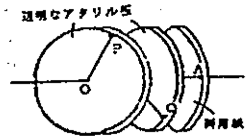
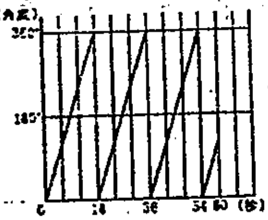
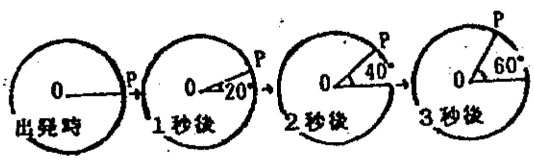
(1) １８０°になるときの時刻を見る。

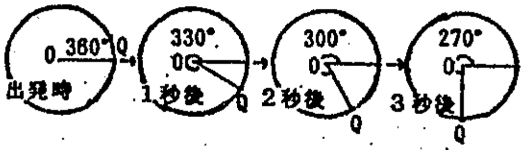
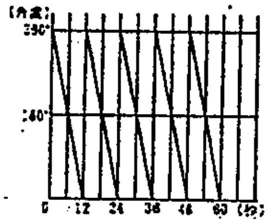
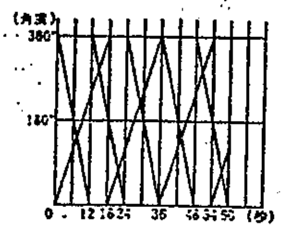
グラフから読みとれる程度の時刻が分かればよく、正確な数値までは求めない

(2) 直角三角形になるときが面積が最大。図３のグラフの９０°または２７０°になるときの時刻を見る。

面積が最大になることを図で確認する

指導案Ⅱ

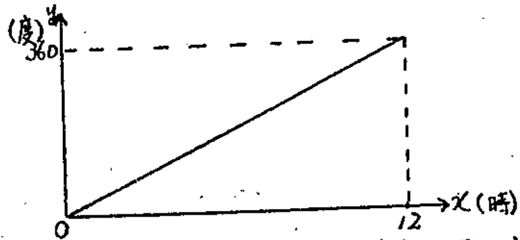
指導内容	学習活動	指導上の留意点
課題を提示する。	**課題１** 同じ大きさの２枚の円板が重ねてある一方の円板の周上に点Ｐ、他方の円板の周上に点Ｑの印をつけて回転させる。何が変わりますか。  ①　変わるものをあげる ・弧ＰＱの長さ ・∠ＰＯＱの大きさ ・∠ＰＯＡの大きさ ・∠ＡＯＱの大きさ ・おうぎ形ＰＯＱの面積 ・弦ＰＱの長さ　　など	 上のような教具を示しながら提示する。 「何が変わるか」という発問にとまどう生徒がいるときは一例をあげる。 点Ｐは時計の針と反対方向に回転することを強調し課題２につなげる。 （時計の針と反対方向に回転する角度を<u>増える</u>とする）
点Ｐの動きをグラフからよみとらせる。	**課題２** 図１は基準線ＯＡからの点Ｐの動きを示したものである。どのような動きをしていますか。  図１ ②　点Ｐの動きについて考える ア．何秒間のグラフか イ．回転は右回りか、左回りか ウ．１秒間に何度進か エ．一定の速さで回転しているか  ③　点Ｐの動きをグラフにする	これらのことをグラフで確認する。 出発時、１秒後、２秒後３秒後の図を示す。 「１秒後に２０°、時計の針と反対方向に進む」ことを板書し、掲示した図１をいったんかくしてから生徒にかかせる。

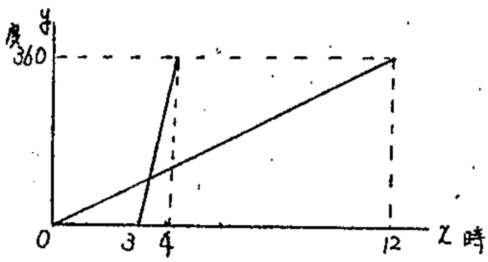
条件からグラフをかかせ、その意味を考えさせる。	課題3 点Qは基準線OAから1秒間に30°の速さで時計と同じ方向に進んでいる。グラフをかきなさい。ただし、60秒後までとします。 ④　出発時、1秒後、2秒後、3秒後の点Qの位置を図の中にかきこませる。  ⑤　図を見ながらグラフをかく。  	角度はOAから時計の針と反対方向にはかった角度を記入させる。 円だけをかいたプリントを配布し、それにかきこませる。 出発時、1秒後、2秒後3秒後の図を示す。 点Qについてのグラフを OHPでみせる。 点P、Qについてグラフを別々の色でかき、OHPで重ねてみせる。
2つのグラフから点P、Qの動きをよみとらせる。	課題4 点Pと点Qが重なるのは60秒間に何回ありますか。  ⑥　交点の意味を考える	最初の状態は点Pと点Qが重なっていることを確認し、これを数に数えない。 生徒の書いたグラフで考えさせ、後でOHPを使って説明する。 36秒後のときを何回と数えるかをていねいにあつかう。
(時間に余裕があれば)	・　点Pと点Qの距離が最も大きくなるのは∠POQが何度のときか。また、それは60秒間に何回ありますか。 ・　△POQの面積が最も大きくなるのは∠POQが何度のときか。また、それは60秒間に何回ありますか。	後者の「～何回あるか」を答えられないときは、5秒のときの点P、Qの角度グラフからよみとらせ、実際に教具の円板で示し、そこからグラフ上で、差に注目すればよいことを理解させる。

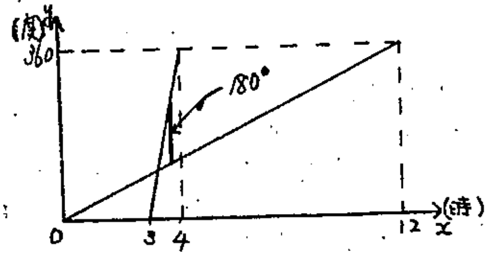
② 指導案　略

③ 授業記録

平成元年２月２３日（木）実施　授業者　橋爪　昭男　　対象　中央区立第四中学校２年６組

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応	備考
（課題１を提示する）	課題１ Ａ君はチョコレートをもらいました。その中には「３時と４時の間で時計の短針と長針がぴったり重なった時に食べてね。」というメモがありました。Ａ君は何時何分に食べでしょうか	（チョコレートの包みと課題１のメモを見せる） （バレンタインデーを思い出し、最近の話題なので生徒は興味を示す）
「だいたいの時間でよいから、Ａ君がチョコレートを食べた時間を考えてみて下さい。」	P　（課題１を読む） P_1　３時１０分頃かな。 P_2　３時１５分頃？ P_3　３時１５分と２０分の間です。	
「では、短針の動いたようすをグラフでみていきましょう。」 （グラフを提示する）		
「グラフをみて、気づいたことを言って下さい。」	P_3　1時、2時、３時と30°ずつ変わっていく。 P_4　1時間に30°ずつ増えています。 P_5　グラフは直線。	
「１時間に30°ずつ進むことは何を表していますか。」	P_6　短針は１時間に30°ずつ増えます。 P_7　短針の動きを表したグラフです。	
「短針だけで調べると、１２時（０時）を0°と考えて 時間と角度の関係を実際に時計でみてみましょう」（大きな時計を生徒の前に置き、短針が１周するようすを見せる。）	P_8　短針の角度と時間の関係を表したグラフです。 P_9　時間と角度は比例しています。	（時計の短針の動くようすを確認する。）
「比例のグラフの特徴は？」	P_{10}　原点を通る直線です。 P_{11}　ｙをｘで表すと、ｙ＝30ｘ。 P_{12}　１ずつ増えると30ずつ増える。	
「では、このグラフをかいてみましょう。」	P　（グラフをかく）	（短針の動くようすを表すグラフをかき、その動きを確認する）
「では、今度は長針の動くようすについてグラフに表してみましょう。」 「１時間に何度進むので	P_{13}　360°です。	

<table>
<tr><td>「動き方はどうですか？きみたちの朝の５分と今の５分では同じ速さで動きますか。」</td><td>P_{14}　同じです。
P_{15}　感じは違うようだけれど、やはり同じ速さです。
P_{16}　速さは一定です。</td><td></td></tr>
<tr><td>「短針と比べて、同じ速さで動きますか。」</td><td>P_{17}　長針の方が速いです。</td><td></td></tr>
<tr><td>「では、初めの課題１をもう１度思いだしましょう。」</td><td>P_{18}　チョコレートは３時と４時の間で長針と短針がぴったりと重なるときに食べられるのですね</td><td></td></tr>
<tr><td>「そうでしたね。３時を0°とすると3時30分は長針が何度動いたことになりますか。」
「3時半を時間で表すと3.5時ですね。（右の表をかく）4時になると何度といえますか。」</td><td>P_{19}　180°
（板書）<table><tr><td>x</td><td>3</td><td>3.5</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>180</td><td></td></tr></table></td><td>（表で長針の動いた時間と角度の関係をおさえる）</td></tr>
<tr><td>（表にx＝4のときのyの値360を記入する）</td><td>P_{20}　360° です。</td><td></td></tr>
<tr><td>「では、３時と４時の間の長針の動くようすをグラフに表して下さい。」</td><td>P　（グラフをかく）
</td><td>（短針の動きを表すグラフの上に、長針の動きを表すグラフをかく）</td></tr>
<tr><td>「では、この直線の式を求めてみましょう。」</td><td>P_{21}　y＝ax＋bの式にあてはめて、aは１時間に360増えるから360です。</td><td></td></tr>
<tr><td>「そうするとbはいくつになりますか。」</td><td>P_{22}　y＝360x＋bにx＝3、y＝0を代入して、
0＝360×3＋b　だから　b＝−1080　です。
だから式は、y＝360x−1080　です。</td><td></td></tr>
<tr><td>「そうですね。では、長針と短針が重なるのはグラフではどこなのでしょうか。」</td><td>P_{23}　２つのグラフの交点です。</td><td></td></tr>
<tr><td>「短針はここまで進み、長針はここまで進みますね。（時計を見ながら説明する。）進んでいる角度が同じその時間を見るのですね。」</td><td>P_{24}　（グラフでその位置を確認する）</td><td></td></tr>
<tr><td>「グラフの交点は何を表していますか。」</td><td>P_{25}　？・・長針と短針の重なった時間です。</td><td></td></tr>
</table>

「グラフの交点の座標を知るにはどうすればよいですか。」 「そうですね。連立方程式で求められますね。」	P₂₆ グラフだとだいたいはわかるのですが・・・ P₂₇ ２つの式から連立方程式を解けばいいのです （板書） $y=360x-1080$ ・・・・長針 $y=30x$ ・・・・短針 P₂₈ （連立方程式 $\begin{cases} y=30x \\ y=360x-1080 \end{cases}$ を解く）	
「いよいよチョコレートが食べられるときがきましたね。」 「求められましたか。」 「そうですね。$3\frac{3}{11}$は3時と$\frac{3}{11}\times 60=16\frac{4}{11}$(分)ですね。」 「では、もう１つ考えてみて下さい。」 （課題２を提示する）	P₂₉ 解けないと食べられないのですね？ P₃₀ $x=3\frac{3}{11}$ およそ３時１６分です。 課題２ ３時と４時の間に長針と短針が一直線になる時刻を求めてみよう。	
「一直線になるのは、長針と短針のつくる角度が何度のときですか。」 （時計を動かしてみる） 「グラフではその180°はどこに表れていますか。」 （グラフで右のように差が180°を示し）「長針と短針のグラフをたてにみて、y座標の差が180°のところの時刻をみればいいですね。	P₃₁ 180°です。 P （考えている）  	（チャイム）

研究協議（平成元年２月２３日　橋爪昭男教諭研究授業）

授業者から

　同じ指導案により、すでに２つのクラスで授業を行なってみた。「長針は１時間に３６０度動き、速さは一定である」としてｘとｙを与えただけではグラフがかけなかった。そこで長針の動きを表すグラフは、まず表をつくらせてからグラフをかかせてみた。

　「グラフの交点は何を表しているか」という発問をしてしまったが、「長針と短針が重なったところはグラフのどこに表れるか」に変えたほうがよいと思う。

課題１について

＜指導の流れについて＞

ア．「長針と短針の重なるところはグラフの交点で表される」とわかったらすぐに連立方程式で交点の座標を求めてもよいのではないか。グラフをかく－式をつくる－交点の座標に注目する－連立方程式を解く　の流れがよいのではないか。

＜課題の与え方＞

イ．あまりにもスモールステップではないかと思われるところもあった。グラフが両方できた後すぐに「長針と短針が重なるのは何時何分か」ときいても答えはでるのではないか。

ウ．課題はおもしろいが，なぜグラフが出てきたのかがわかりにくい。あの問題で生徒はふつうグラフではなく方程式のほうを考えるのではないか。

エ．課題が与えられたとき，まず解き方についての議論をしたうえで，グラフ．方程式．といった方法がでてくるのではないか。答えがわかってからそれが正確かどうかを確かめるという流れになっていたように思う。

＜変数について＞

オ．「ぴったり重なる」ことを時計という具体物で見せたのはわかりやすいが「針がぴったり重なる」ということと「角度が同じ」ということにはギャップがあるのではないか。あの問題を角度でなく別のもので考えることはできないか。

カ．「ぴったり重なるところを求めるにはどうしたらよいか」と生徒に問いかけたならば何がでるだろうか。時間に対するもう一つの変数をさがしているわけだがそれがすぐ「角度」とでるだろうか。関数において変数決定は重要であるから，課題１提示の後に発問があったほうがよかった。

＜グラフについて＞

キ．３時と４時の間を考えていたのに，突然１２時間分のグラフが出てきたように感じられた。３時を原点とした長針のグラフを先に出しておいて，後から短針の動きを考えた方がよいのではないか。

ク．課題をどこで生徒に任せるかを考える必要がある。最初からグラフを提示したため０時～１２時で統一できたが，生徒に考えさせれば３時～４時にとる者が多いのではないか。

ケ．１２時間で長針と短針は何回重なるか，といった問題ならばすぐにわかるだろうが，「長針と短針が重なるところがグラフの交点だ」ということがとらえられるだろうか。
コ．長針のグラフをかかせた時，表の３点をとって結んでしまったが，一定の速さだということを意識して直線のグラフをかいているかどうか疑問である。
サ．グラフを使うよさとは，正確な数値をだすことではなくどのように変化しているかをみることにある。一点で交わっていることなど，表に表してもわからないことが，グラフにかいてみると一目で分かることがある。

<連立方程式で答えを求めることについて>

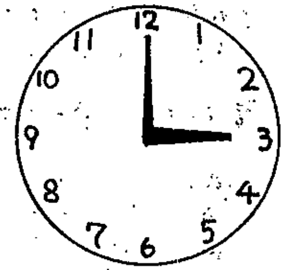
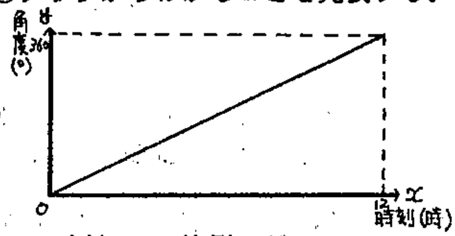
シ．式をつくるとき，公式に当てはめるのが機械的な感じだった。グラフから傾きと切片を求めるなど，生徒たちはいろいろな方法で考えていた。
　また，方程式でなくグラフの目盛りで読みとる生徒もいるのではないか。
ス．正確な時間を求めさせる必要はあるだろうか。
セ．課題に対する答えは出さなくてはならない。グラフでだいたいどのへんかを見つけて，計算で正確な数値を求めることも，２学年の終わりの段階ではできるはずである。

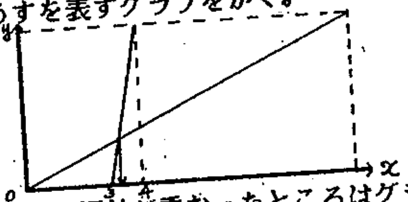
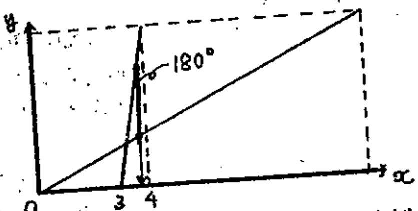
課題２について

ソ．グラフを利用して解いたという感じがあまりしない。１８０度になるときを考えることでグラフが生きてくると思う。メインを課題２の１８０度のほうにした方がよいのではないか。
タ．グラフで差が１８０度という考えは難しく，納得しにくいのではないか。
チ．重なるときに差が０度であるということから，一直線になるときに差が１８０度になると考えていくこともできると思う。

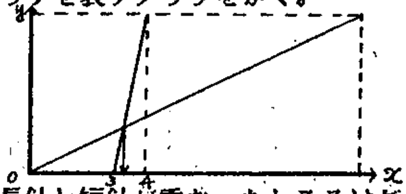
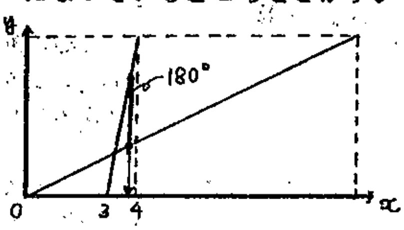
④　改訂指導案　　その I

〈ねらい〉グラフを読んだり、かいたりする能力を高め、また、グラフを活用して課題を解決する能力を伸ばす。

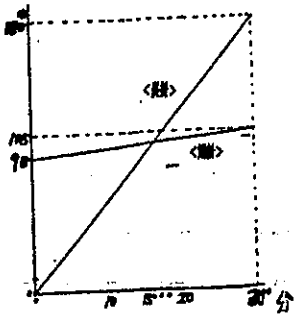
指導内容	学習活動	指導上の留意点
課題を提示する	課題1 Ａ君はチョコレートをもらいました。その中には「３時と４時の間で時計の短針と長針がぴったり重なった時に食べてね。」というメモがありました。Ａ君は何時何分に食べたでしょうか。	
	①だいたいの時間を考えて発表する。 ア．３時何分である。 イ．３時15分と３時20分の間である	
	②短針の動くようすを表すグラフを見る。	グラフを黒板に提示する。
グラフを読ませる	③グラフからわかることを発表する。  	「時刻が変わる」につれて「角度が変わる」を押える。
	ア．直線　イ．比例のグラフ ウ．$y=30x$ エ．12時間で360° オ．１時間で30° カ．時計の短針の動くようす キ．一定の速さで動く	０時のときが０°で、それを基準にして、時計回りの方向に角度をはかっていることを確認する。 一定の速さで動くことをグラフ上で確認する。
グラフをかかせる	④短針の動くようすを表すグラフをかく。	黒板に提示したグラフをいったんはずす。その後、またグラフを提示して、全員の生徒に確認する。
具体的なものから動きを調べさせる	⑤長針の動くようすについて考える。 ア．一定の速さで動く イ．１時間で３６０°	

グラフをかかせる	⑥３時から４時までの間の長針の動くようすを表すグラフをかく。  	３時０分のときは０°であることを確認する。 グラフを黒板に提示して、正確にかけたか確認する。 グラフから式も求めさせる
	⑦長針と短針が重なったところはグラフのどこに表れるか考える。 ア．２つのグラフの交点	差が０°であることを確認する。
式を利用して問題を解決させる	⑧２つの直線の式から、正確な時刻を求める。 ・長針…$y=360x-360\times3$ 短針…$y=30x$ $360x-360\times3=30x$ $x=3\frac{3}{11}$ 〔およそ3時16分〕	グラフの交点の座標は連立方程式を解いて求められることを確認する。
発展的な問題を解決させる。	**課題２** ３時と４時の間で長針と短針が一直線になる時刻を求めよう。 ⑨一直線になるのは、長針と短針のつくる角度が何度のときか、考える。 ア．１８０°	
グラフを活用させる	⑩②でかいたグラフでは、どこに表れているか、考える。 ・長針のグラフと短針のグラフをたてにみて、y座標の差が180°になっているところをさがす。  	たて軸で0°から180°までの長さをはかり、その長さの棒を動かしてさがすとよい。
式を利用して問題を解決させる	⑪２つの直線の式から、正確な時刻を求める。 ・長針…$y=360x-360\times3$ 短針…$y=30x$ $(360x-360\times3)-30x=180$ $x=3\frac{9}{11}$ 〔およそ3時49分〕	

☆二時間にわたっての指導になることも考えられる。

グラフをかかせる	⑥３時から４時までの間の長針の動くようすを表すグラフをかく。 	３時０分のときは０° であることを確認する。 グラフを黒板に提示して、正確にかけたか確認する。 グラフから式も求めさせる
	⑦長針と短針が重なったところはグラフのどこに表れるか考える。 ア．２つのグラフの交点	差が０° であることを確認する。
式を利用して問題を解決させる	⑧２つの直線の式から、正確な時刻を求める。 ・長針… $y=360x-360\times3$ 短針… $y=30x$ $360x-360\times3=30x$ $x=3\frac{3}{11}$ 〔およそ3時16分〕	グラフの交点の座標は連立方程式を解いて求められることを確認する。
発展的な問題を解決させる。	課題２ ３時と４時の間で長針と短針が一直線になる時刻を求めよう。	
	⑨一直線になるのは、長針と短針のつくる角度が何度のときか、考える。 ア．１８０°	
グラフを活用させる	⑩②でかいたグラフでは、どこに表れているか、考える。 ・長針のグラフと短針のグラフをたてにみて、y座標の差が180°になっているところをさがす。 	たて軸で0°から180°までの長さをはかり、その長さの棒を動かしてさがすとよい。
式を利用して問題を解決させる	⑪２つの直線の式から、正確な時刻を求める。 ・長針… $y=360x-360\times3$ 短針… $y=30x$ $(360x-360\times3)-30x=180$ $x=3\frac{9}{11}$ 〔およそ3時49分〕	

☆二時間にわたっての指導になることも考えられる。

グラフから重なる時刻を調べる。	⑤グラフをかき、長針と短針の動く様子を見る。 	かく時に、一次関数の特徴である”一様な変化”であることを確める。 グラフの交点の座標は連立方程式を解いて求められることを確認する。
式を使って調べる。	⑥式を利用して、交点のX座標（時間）を求める。 長針－－　Y＝６X 短針－－　Y＝0.5 X＋９０ 0.5 X＋９０＝６X $X=16\frac{4}{11}$（分） 答．３時$16\frac{4}{11}$分 **課題２** A君からお返しのキャンディをもらったY子さんは、その中のメモに気付きました。「３時と４時の間で時計の長針と短針がちょうど一直線になった時に食べてください。」 ⑦「ちょうど一直線になるとき」はどんな時かを考える。 ｱ.正反対になったとき ｲ.まっすぐになったとき ｳ.差が１８０°になったとき ⑧式から計算で求める。 ６X－（0.5 X＋９０）＝１８０ 5.5X＝２７０ $X=49\frac{1}{11}$（分） 答．３時$49\frac{1}{11}$分	位置関係を角度で考えるようにさせる。 既習事項を利用して、正確な時刻が求められる事を確認する。

☆二時間にわたっての指導になることも考えられる。

（２）「関数の利用」の指導　その２

①次の研究授業をへて、指導案②を作成した。
昭和６３年１１月２５日（金）実施　　授業者　高村真彦 教諭
対象　練馬区立開進第四中学校２年Ｂ組

②指導案

〈ねらい〉　具体的な課題から関数関係を見出し、表や式に表し変化や対応の特徴をとらえ課題を解決する能力を養う。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学　　習　　活　　動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>問題の題意を把握させる</td><td>課題
<table>
<tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>12</td><td>10</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr>
<tr><td>24</td><td>22</td><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>26</td><td>28</td><td>30</td></tr>
</table>（単位は秒）
直線上に２ｍ間隔で、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄの順に点が並んでいる。動点ＰはＡＤ間を往復運動するものとする。
上の表は、動点Ｐが点Ａを出発してからのそれぞれの点を通過したときの時間を示したものである。
どのようなことがわかるか。</td><td>表は模造紙に書いて、黒板に張る
「往復運動」の意味を確認しておく
一定の速さであることに注意する</td></tr>
<tr><td>表によって規則性を発見させる</td><td>①表を見てどのようなことがわかるかを発表させる
ア．動点Ｐの速さは毎秒１ｍである。
イ．動点Ｐは３０秒間だけ動いた。
ウ．点Ａを縦にみると、「１２，２４・・・」というように１２ずつ増えている。
エ．点Ｄを縦にみると、「６，１８，３０・・・」というように１２ずつ増える。</td><td>発表がないときには、動点Ｐの速さについて聞く</td></tr>
<tr><td>通過した回数から通過した時間を考えさ</td><td>②点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄのそれぞれの点を１０回目に通過したときの時間を考えさせる。</td><td>３０秒以降も同じ動きをすることに注意する。</td></tr>
</table>

ア．１０回目まで書き続ける。（カレンダー型）

A	B	C	D
	2	4	6
12	10	8	
	14	16	18
24	22	20	
	26	28	30
36	34	32	
	38	40	42
48	46	44	
	50	52	54
60	58*	56*	
	62	64	66
72	70	68	
	74	76	78
84	82	80	
	86	88	90
96	94	92	
	98	100	102
108	106	104	
	110	112	114*
120*	118	116	

点Aの１回目は１２秒後であることに注意する

「通過した回数」の意味を各点の３回目の時間いて確認する

十分に時間をとり、一人一人の生徒の思考を大切にする

イ．表を完成させる。

〈点Aの場合〉

通過した回数(回)	1	2	3	・・・	10
通過した時間(秒)	12	24	36	・・・	120

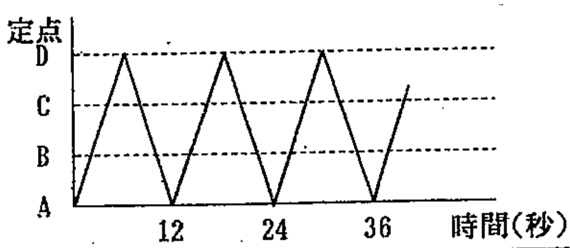
〈点Bの場合〉

通過した回数(回)	1	2	3	・・・	10
通過した時間(秒)	2	10	14	・・・	58

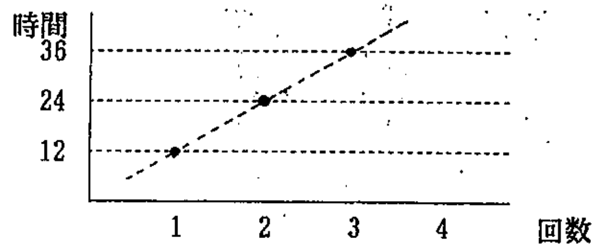
ウ．グラフを書く

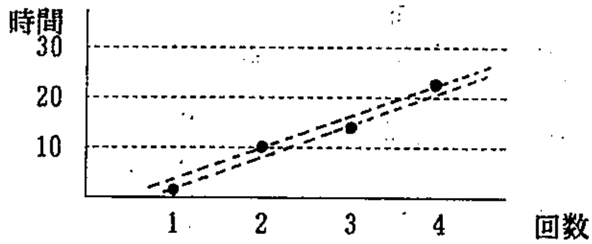
生徒が横軸を何にしているか確認する

タイプⅠ



←(タイプⅠ)
時間が決まれば動点Pの位置が決まるグラフ

<table>
<tr>
<td></td>
<td>タイプⅡ
〈点Aの場合〉


〈点Bの場合〉


エ．「１２秒間で１往復」ということに着目する。
→１２秒ごとにBとCは２回、AとDは１回通過する。
点A　１２×１０　＝１２０
点B　１２×５－２　＝　５８
点C　１２×５－４　＝　５６
点D　１２×１０－６＝１１４
（単位は秒）</td>
<td>←(タイプⅡ)
通過する回数が決まれば、通過する時間が決まるグラフ</td>
</tr>
<tr>
<td>数えきれない回数から通過した時間を考えさせる</td>
<td>③点A、B、C、Dのそれぞれの点が１００目に通過した時間を考えさせる。</td>
<td>手の付けられない生徒には、点Aか点Bのどれかひとつに絞って考えさせる</td>
</tr>
<tr>
<td>通過した時間から、動点Pの位置を考えさせる</td>
<td>④４分後の動点Pの位置を考えさせる。</td>
<td>時間がなければ扱わない</td>
</tr>
</table>

3　今後の課題

本委員会は、今後、次の点について研究を続けていこうと考えている。

（1） 現在の中学校での関数教育の問題点や、小学校や高等学校での実際の指導をふまえて、中学校３か年を見通した関数カリキュラムについてのより綿密な検討を行う。そして、それにしたがって指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。その際、特に小学校と中学校との関連を配慮する。

（2） 今年度の研究の中心でもある「関数の利用」の指導について検討を続け、適切な課題を工夫し、関数の分野において数学的な考え方を一層伸ばす指導を追究する。

さらに、そこでの考察をもとに、他の分野との関連も考えて、総合的な課題解決力を伸ばすための指導について考察する。

（3） 関数の分野以外で、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討する。そして、そこでの指導と関数の分野での指導との関連を明かにし、より適切な関数指導を追究する。

（4） 一人ひとりの生徒の関数概念についての理解は、どのように高まり深まるかを考察する。そして、生徒の関数概念についての理解を高めるには、どのような内容をどのように指導すればよいかについての実証的検討を行う。

＝東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会＝

岩木敬二郎	元板橋区立中台中
遠藤　国雄	板橋区立高島第二中
小澤　慶晃	品川区立大崎中
国宗　　進	元東京学芸大附属世田谷中
須藤　哲夫	品川区立東海中
相馬　朋幸	板橋区立高島第一中
高村　真彦	練馬区立開進第四中
八田　弘恵	文京区立第六中
半田　　進	東京学芸大附属小金井中
山田　武司	板橋区立板橋第三中
渡辺　英俊	奥多摩町立小河内中
居駒　永信	中野区立北中野中
奥田佐夫郎	新宿区立落合第二中
風間喜美江	墨田区立本所中
五島　芳夫	港区立芝浜中
関　富美雄	品川区立八潮中
高木登美子	江東区立東陽中
橋爪　昭男	中央区立第四中
浜仲　　章	三鷹市立第六中
船越　　泰	港区立高陵中
吉田　直樹	新宿区立牛込第一中