第72回　日数教全国大会（愛媛）研究発表資料　１９９０．８

# 「関数の利用」の指導について

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

もくじ



## １ 研究の経過とねらい

昨年３月１５日新学習指導要領告示が行われ、それについての多くの意見が聞かれるようになってきた。

本委員会では、この十年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業研究を通して実証的に検討してきた。

これまでの研究の中で、昭和57年度までには、作成した評価問題を実施した結果、「一次関数の式の決定」が弱いことがわかった。昭和58年度には、第２学年「一次関数式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、その指導の結果が確かめられた。また、第1学年の指導については、指導前に生徒は比例・反比例をどのように理解しているかが問題となった。昭和59、60年度には、第１学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。また、昭和60年度は、中学校の関数カリキュラムを検討し提言を行った。昭和61年度には、関数の導入と利用の指導について再検討し、改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63、平成元年度には、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成した。

以上の経過を踏まえ、今年度は次のことをねらいとして研究を進めている。

関数的な見方・考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる指導（「関数の利用」の指導）について、授業研究を通して指導の実際を検討し、あわせて課題の開発をはかること

今発表大会では、第２学年での「関数の利用」の指導を中心に発表する。

## 2．研究の内容

### （1）「関数の利用」の指導の意味

中学校での関数指導のねらいとしては、次のことがあげられよう。

① 身近な具体的事象から、関数関係にある2つの数量を見いだすことができるようにさせる。

② 関数関係にある2つの数量の変化のようすや対応のしかたの特徴を調べたり、基本的な関数についての特徴を、表・グラフ・式などから考察し、理解させる。

③ 関数的な見方・考え方により、問題解決をはかることができるようにさせる。

これまでにも、①、②については多くの研究成果が報告されているが、③についての研究は消極的なように思われる。

関数の指導においては、表を作る、グラフをかくなどの個々の知識や技能についての指導にとどまらずに、①、②についての学習内容を有機的に活用することによってより深い理解をさせ、問題解決力を伸ばす指導、つまり、③についての指導が大切である。本発表は、③についての指導に関するものである。

このような指導を、ここでは「関数の利用」の指導と呼ぶことにする。また、これは、「課題学習」につながるものであると考えている。

### （2）「関数の利用」の課題について

各学年における「関数の利用」の指導を考える際には、次のような課題を開発することを心がけてきた。

- それまでに学習してきたことを総合的に利用して解決できる課題
- 表、グラフ、式、変化や対応、変域などの見方や考え方をよりいっそう深めることができる課題
- 課題の解決にあたって、生徒の多様な考えを生みだすことができる課題
- 生徒自らが、発展させ深化させることができる課題
- 身近にある具体的な素材で、場面を視覚的にとらえることができる課題

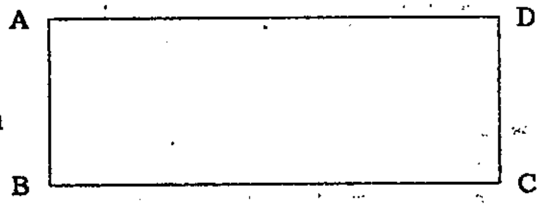
○ 第１学年の「関数の利用」の課題例

（例）

課題

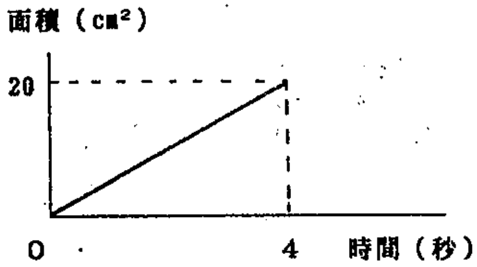
（条件１）
図１のようなＡＢ＝１０ｃｍ、ＢＣ＝２４ｃｍの長方形がある。点Ｐ、点Ｑは辺ＢＣ上を動くものとする。ただし、点Ｐは毎秒３ｃｍの速さで頂点Ｂを出発し頂点Ｃまで動く。

—図１—




（条件２）
また、図２は点Ｐが頂点Ｂを出発してから４秒までの時間と△ＡＰＱの面積との関係を表したグラフである。

—図２—




このとき、点Ｑはどのように動いたか。

○ 第２学年の「関数の利用」の課題例

（例１）
両側の階段状の図形を扱った課題（７ページ参照）

（例２）
直角三角形の辺上の動点と三角形の面積を扱った課題（７ページ参照）

（例３）

課題

右のグラフは、時計の長針の動くようすを表したものである。
① グラフを完成せよ。
② 短針の動くようすを表すグラフをかけ。
③ 長針と短針が一直線になる時刻を知るには

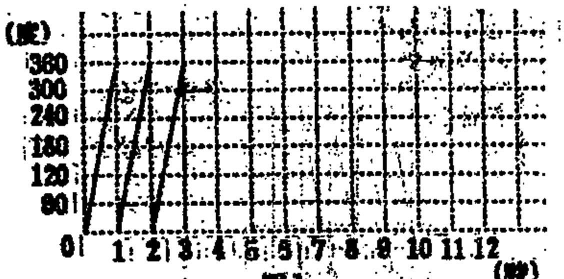



図１

グラフのどこを見れば
よいか。
④　長針と短針との先端を結んでできる三角形の面積が最も大きくなる時刻
を調べよ。

（例４）

時計の長針と短針の動くようすについてしらべる。
①　Ａ君はチョコレートをもらいました。その中には、
「３時と４時の間で、長針と短針がぴったり重なったときに食べて下
さい。」
というメモがありました。
Ａ君はチョコレートを何時何分に食べていいことになるでしょうか。
②　３時と４時の間で、時計の長針が一直線になる時刻を調べなさい。

（例５）

課題

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| | 2 | 4 | 6 |
| 12 | 10 | 8 | |
| | 14 | 16 | 18 |
| 24 | 22 | 20 | |
| | 26 | 28 | 30 |
| 36 | 34 | 32 | |

（単位は秒）

直線上に２ｍ間隔で、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄの順に点が並んでいる。動点Ｐは
ＡＤ間を往復運動するものとする。
上の表は、動点Ｐが点Ａを出発してからのそれぞれの点を通過したときの
時間を示したものである。
①　どのようなことがわかるか。
②　動点Ｐが、点Ａを出発してから、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄのそれぞれの点を
１０回目に通過するときの時間を調べよ。
③　動点Ｐが、点Ａを出発してから、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄのそれぞれの点を
１００回目に通過するときの時間を調べよ。
④　動点Ｐが、点Ａを出発してから４分後の位置を調べよ。

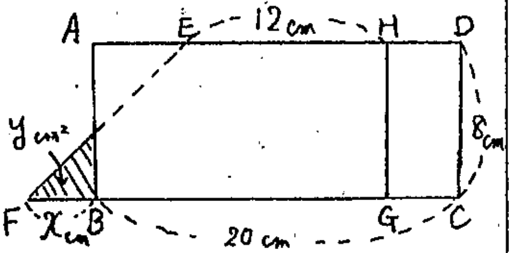
（例６）．
　８、９ページ参照

○ 第３学年の「関数の利用」課題例
（例）

**課題**

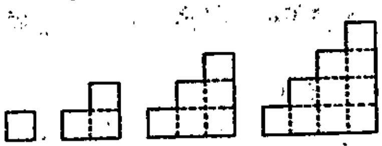
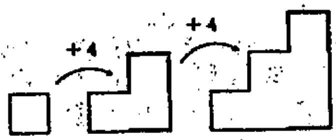
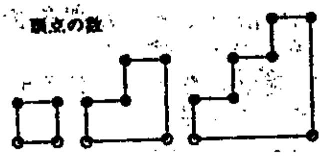
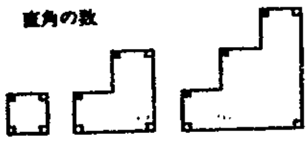
右の図のように、長方形ＡＢＣＤの封筒から、台形ＥＦＧＨの画用紙を引き出していく。

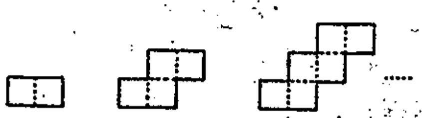
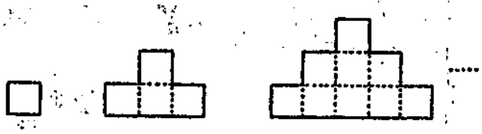
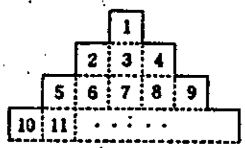
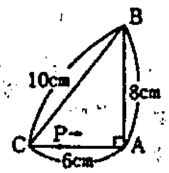
①　このとき、何が変わるか。
②　画用紙をｘｃｍ引き出したときの引き出された部分の面積をｙｃｍ²とする。
　ｘとｙとの関係を調べよ。
③　画用紙を2.5ｃｍ、17.5ｃｍ引き出したときの画用紙の面積をそれぞれ調べよ。




④　画用紙を何ｃｍ引き出すと、その面積が25ｃｍ²、75ｃｍ² なるか。それぞれ調べよ。

(3) 第2学年　指導計画

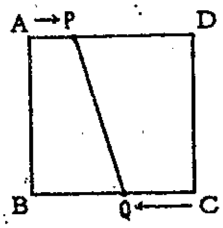
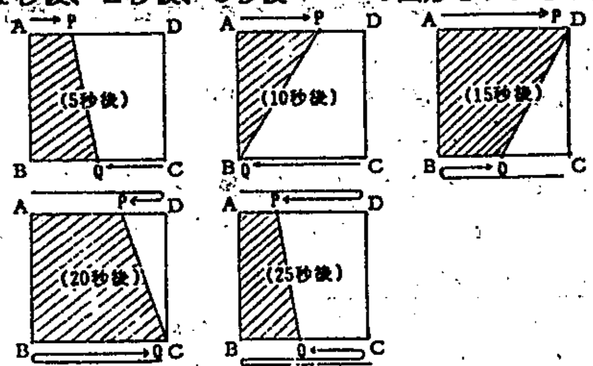
| 時数 | 項　目 | 指　導　内　容 |
|---|---|---|
| 1 | 1次関数の意味 | ［課題］　1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。<br><br>①　ともなって変わる量をあげる。<br>［Ⅰ］階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、その変化のようすを調べる。<br><br>②　表、グラフ、式（y＝4x）を求める。<br>③　y＝4xで、定数4の意味を考える。 |
| 2 | | ［Ⅱ］階段の数がx段のときの頂点の数をy個として、その変化のようすを調べる。<br>頂点の数<br><br>［Ⅲ］階段の数がx段のときの直角の数をy個として、その変化のようすを調べる。<br>直角の数<br><br>①　「yはxの1次関数である」ことを定義する。 |
| 3 | 1次関数の値の変化とグラフ | ①　$y=2x+3$、$y=-5x+4$　について、変化のようすを調べる。<br>②　「変化の割合」を定義する。<br>③　1次関数についての変化の割合の特徴をまとめる。 |
| 4 | | ①　$y=2x+3$、$y=2x$　のグラフをかく。<br>②　$y=-2x+4$、$y=-2x$　のグラフをかく。<br>③　1次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べる。<br>④　「切片」を定義する。 |
| 5 | | ①　$y=2x+3$、$y=-2x+4$　のグラフの傾きぐあいを調べる。<br>②　「傾き」を定義する。<br>③　1次関数$y=ax+b$で、$a>0$のときと$a<0$のときの変化のようすの違いを調べる。 |
| 6 | | ①　$y=2x+1$、$y=\frac{2}{3}x+1$、$y=-\frac{1}{2}x+3$　のグラフを、傾きや切片を使ってかく。<br>②　グラフが平行になるときの変化や式の特徴を調べる。<br>③　1次関数のグラフの特徴をまとめる。 |

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 1次関数を求める | ［課題］　縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。<br><br>①　ともなって変わる量をあげる。<br>［Ⅰ］階段の数がx段のときの周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。（$y=4x+2$）<br>②　各自、どのように式を求めたかを発表させる。<br>③　1次関数の式は、変化の割合aと1組のx、yの値から、また、2組のx、yの値から求められることをまとめる。 |
| 8 | | （1次関数の式の決定についての問題練習） |
| 9 | | （測定値の資料などから1次関数を求める。－実験式） |
| 10 | 1次関数の利用 | ［課題］　1辺が1cmの正方形を、右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。<br><br>［Ⅰ］階段の数がx段のときの周囲の長さをycmとして、yをxの式で表す。（$y=6x-2$）<br>［Ⅱ］x段目にある数字の個数をy個として、yをxの式で表す。<br>（$y=2x-1$）<br>［Ⅲ］x段目の右端にくる数字をyとして、yをxの式で表す。<br>（$y=x^2$）<br> |
| 11 | | ［課題］　右の図のような△BCA（∠A＝∠R）がある。点PはCを出発して、毎秒1cmの速さでAを通ってBまで動く。<br><br>①　ともなって変わる量をあげる。<br>［Ⅰ］点PがCを出発してからx秒後のときの△BCPの面積をy$cm^2$として、変化のようすを調べる。<br>（変域に注意させる。） |
| 12<br>13 | 問題練習 | |

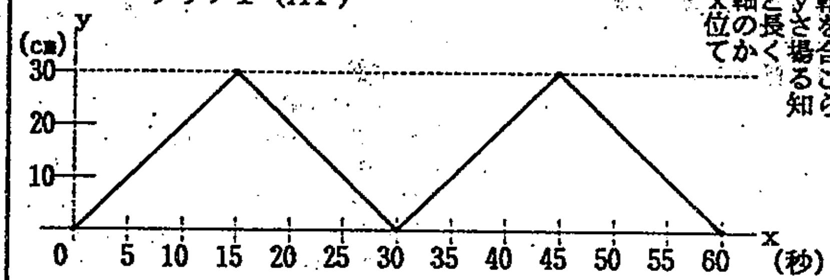
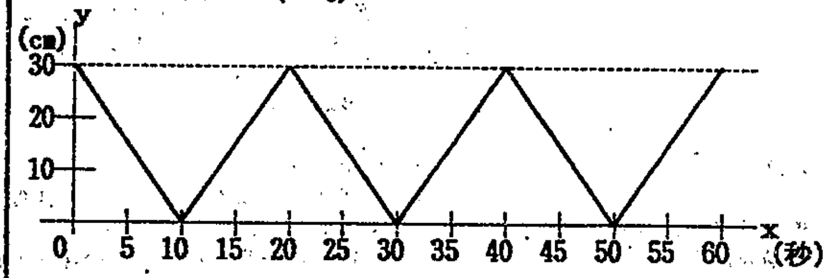
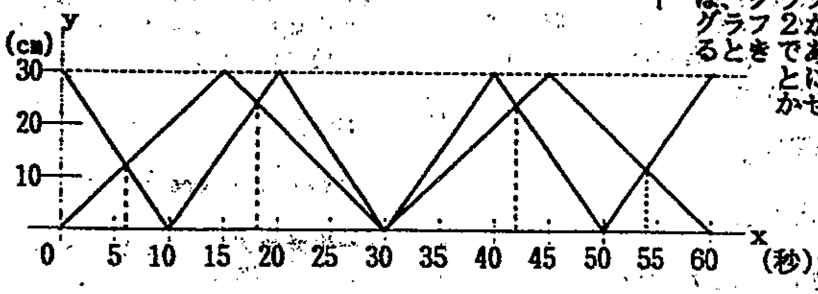
（４）第２学年「関数の利用」

①指導案

〈ねらい〉具体的な事象から関数関係を見いだし、これまで学習してきたことを有機的に使い、課題を解決する能力を養う。

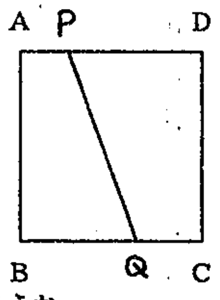
| 指導内容 | 学　習　活　動 | 指導上の留意点 |
|---|---|---|
| 課題を提示する | 課題<br>右の図の四角形ＡＢＣＤは、１辺の長さが３０ｃｍの正方形である。<br>辺ＡＤ上を動く点をＰとし、辺ＢＣ上を動く点をＱとする。２点Ｐ、Ｑはそれぞれ頂点Ａ、Ｃを同時に出発し、点Ｐは毎秒２ｃｍの速さで頂点ＡＤ間を点Ｑは毎秒３ｃｍの速さで、頂点ＣＢ間を繰り返し往復する。<br>２点Ｐ、Ｑが出発してから１分間に、ＡＢＱＰはどんな図形になるだろうか。<br><br> | ・点Ｐ、Ｑの動きを十分に理解させる。 |
| ＡＢＱＰの形ほ予想させる | ①１分間にどんな図形が出てくるかを考え、発表させる。<br>ア．台形　　イ．三角形<br>ウ．長方形　エ．正方形 | |
| 時間にともなってＡＢＱＰの形が変わることを図で捉えさせる | ②１秒後、２秒後、３秒後・・・の図形をかかせる。<br><br> | ・目盛りの入った正方形のプリントを配る。<br>・時間ごとのＡＰ、ＢＱの長さを図にかきこみ、その変化を捉えさせる。 |
| 長方形になる場合についてどのように調べればよいか考えさせる | ③２点Ｐ、Ｑが出発してから１分間にＡＢＱＰが長方形になるのは何回あるかを考えさせる。<br>ア．正方形の図をかく<br>イ．表をかく<br>ウ．グラフをかく | ・長方形になるのはＡＰ＝ＢＱとなるときであることをおさえる。 |
| グラフをかかせその意味を考えさせる | ④時間とＡＰ、ＢＱの長さとの関係を表、グラフに表して考えさせる。 | ・表、方眼用紙のプリントを配る。 |

| 時間(秒) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ＡＰ(cm) | 0 | 10 | 20 | 30 | 20 | 10 | 0 | 10 | 20 | 30 | 20 | 10 | 0 |
| ＢＱ(cm) | 30 | 15 | 0 | 15 | 30 | 15 | 0 | 15 | 30 | 15 | 0 | 15 | 30 |

| 指導内容 | 学習活動 | 指導上の留意点 |
|---|---|---|
| グラフをかかせその意味を考えさせる | グラフ１（ＡＰ）<br><br>グラフ２（ＢＱ）<br> | ・ｘ軸とｙ軸の単位の長さを変えてかく場合があることを知らせる。<br>・プロットを結んでいい理由（等速）をおさえる。 |
| グラフから、長方形になる回数を調べる | ⑤２つのグラフから、長方形になるところを見つけさせる。<br>・２つのグラフを重ね、長方形になる回数を調べる。<br> | ・ｙの値は辺ＡＢから辺ＰＱまでの距離であることにふれる。<br>・長方形になるのは、グラフ１とグラフ２が交わるときであることに気付かせる。 |
| | ⑥ｘ＝３０のときはどのような図形になるか。また、正方形になる場合があるかを考える。 | ・ｘ＝３０のときは線分になることに気付かせる。<br>・正方形になることはないことを確認する。 |
| まとめ | ＡＢＰＱは１分間に、三角形、台形、長方形、線分となる。 | |

② 授業記録

平成２年６月２２日（金）実施　授業者　高木　登美子　　対象　江東区立東陽中学校３年Ｂ組

| 指導内容と教師の活動 | 生徒の活動と反応 | 備考 |
|---|---|---|
| （課題を提示する） | 課題<br>右の図の四角形ＡＢＣＤは１辺の長さが３０㎝の正方形である。辺ＡＤ上を動く点をＰとし、辺ＢＣ上を動く点をＱとする。２点Ｐ，Ｑはそれぞれ頂点Ａ，Ｃを同時に出発し、点Ｐは毎秒２㎝の速さで頂点Ａ，Ｄ間を、点Ｑは毎秒３㎝の速さで頂点Ｃ，Ｂ間を繰り返し往復する。<br>２点Ｐ，Ｑが出発してから１分間に、ＡＢＱＰはどんな図形になるだろうか。<br><br> | |
| | $P_{1}$　（課題を読む。） | ＊皆、興味を示す。 |
| 「点Ｐの速さは？」 | $P_{2}$　毎秒２㎝。 | |
| | $P_{3}$　１秒間に２㎝の速さで動いて往復しま | |
| 「点Ｄまで来たらどうなりますか」 | $P_{4}$　戻って行きます。 | |
| 「点Ｑの動きは？」 | $P_{5}$　点Ｃ，Ｂの間を毎秒３㎝の速さで往復 | |
| 「今、点Ｐ，Ｑを結んでみます。するとこの図形は？」 | $P_{6}$　三角形です。 | |
| 「今は三角形。では点Ｐがここ、点Ｑがここに来たらＡＢＱＰはどんな形ですか。」 | $P_{7}$　台形です。 | ＊ＯＨＰ上で、点Ｐ，Ｑを少しだけ動かす。 |
| 「時間がたつにつれてＡＢＱＰの形も変わっていきます。どんな形が出てくるか予想しましょう。」 | Ｐ　三角形、台形・・・<br>$P_{8}$　長方形<br>$P_{9}$　正方形 | ＊４つの図形名を板書する。 |
| 「では、どんな図形が出てくるか、実際に調べてみましょう。時間がたつにつれてどんな形になるか、書いてみましょう。」 | Ｐ　（プリントの正方形に１秒後、２秒後…の点Ｐ，Ｑの位置をとり、図形ＡＢＱＰに斜線を引く。） | ＊プリントを配る。 |
| | $P_{10}$　一目盛りは１㎝ですか。 | |
| 「そうです。」 | $P_{11}$　自分の決めた時間でもいいですか。 | |
| 「いいですよ」 | Ｐ　（一生懸命プリントに図を書き込む） | |
| 「長方形になった人はいますか。」 | Ｐ　（５、６人挙手） | |
| 「何秒後ですか。」 | $P_{12}$　６秒後です。 | |
| 「そうですね。では、確かめてみましょう。６秒後には、点Ｐは何㎝動きましたか。」 | $P_{13}$　１２㎝です。 | |
| 「点Ｑは、点Ｃから何㎝動きましたか。」 | $P_{14}$　１８㎝です。 | |
| 「ＢＱの長さは？」 | $P_{15}$　ＢＣは３０㎝だから、３０から１８を引いて１２㎝です。 | |
| 「ＡＢＱＰは？」 | $P_{16}$　縦が３０㎝、横が１２㎝の長方形になります。 | |

| | | |
|---|---|---|
| （０秒後から６秒後までの図を黒板にはる） | | |
| 「７秒後は」 | $P_{17}$　台形です。 | |
| 「どんな台形ですか。」 | $P_{18}$　上底よりも下底が長い台形です。 | |
| （７秒、８秒後の図を黒板にはる） | | |
| 「次に三角形になるのは何秒後ですか。また、長方形や正方形になるのは、何秒後ですか。図に書いて調べてみましょう。」 | P　（さらにプリントに図を書き込む。） | ＊同じプリントを配る。 |
| 「１０秒後とか、２０秒後を書いた人はいますか。」 | P　（数人挙手） | |
| | $P_{19}$　６０秒後に三角形ができました。 | |
| 「早くわかりましたね。」 | | |
| 「２０秒、２５秒後はどうでしょうか。」 | $P_{20}$　台形になりました。 | |
| 「そうですね。」 | | |
| （１０秒、１５秒、２０秒、２５秒後の図を黒板にはる） | | |
| 「では、時間が変わるにつれてＡＰやＢＱの長さがどう変わっていくのか、表にあらわしましょう。」 | P　（表に記入する） | ＊プリントを配る。 |
| 「時間が０秒後、５秒後、１０秒後…の時のＡＰの長さを記入してみましょう。」 | $P_{21}$　０秒後は０、５秒後は１０、１０秒後は２０、１５秒後は３０、２０秒後は４０、２５秒後は５０です。 | ＊$P_{21}$の数値を板書する。 |
| 「２０秒後は４０でいいですか。」 | $P_{21}$　ああ、そうか。２０秒間で４０㎝動きますが、３０㎝で折り返すので、ＱＣ＝１０㎝。だからＡＰ＝２０㎝です。 | |
| 「そうですね。」 | | |
| | $P_{22}$　そうすると、２５秒後は１０、３０秒後は０です。 | |
| 「３５秒後は。」 | $P_{23}$　１０です。 | |
| 「どんな変化のしかたをしているかわかりますか。」 | $P_{24}$　増えたり、減ったりします。 | |
| 「今までに習ったものではありませんね。」 | | |
| 「時間をｘ、ＡＰの長さをｙとした時、この関係をグラフにあらわしてみましょう。かいてみると、変化のしかたがよくわかりますよ。」 | P　（点をとってグラフをかきはじめる） | |
| 「できましたか。」 | P　（はい） | |
| 「表を見ながら５秒ごとに点をとりしたね。これを定規で結んでいいですか。」 | $P_{25}$　一定の速さで進んでいるので、グラフはまっすぐになります。だから結んでいいです。 | ＊ＯＨＰを使って説明する。 |
| 「そうですね。結ぶとグラフはこのような形になります。」 | | ＊ＯＨＰにグラフを書き込む。 |
| 「では次に、時間とともにＢＱの長さはどう変わっていくか、表とグラフにあらわしてみましょう。」 | P　（ＢＱについてもかきはじめる） | |
| 「始めの０秒の時は。」 | $P_{26}$　ＢＱ＝３０㎝です。 | |
| 「５秒後は。」 | $P_{27}$　５秒後は２０です。 | |
| 「いいですか。」 | $P_{28}$　毎秒３㎝の速さですから３０－３×５＝１５です。 | |

| | | |
|---|---|---|
| 「そうですね。」 | | |
| 「その後は。」 | $P_{29}$　１０秒後は０、１５秒後は１５、２０秒後は３０、２５秒後は１５、３０秒後は０です。 | |
| 「ＢＱに関するグラフをかいてみましょう。」 | Ｐ　（点をとってグラフをかきはじめる）<br>$P_{30}$　これも定規で結んでいいですね。 | |
| 「グラフはこのような形になりますね。」 | | ＊ＯＨＰを使って説明する。 |
| 「さて、この２つのグラフを重ねてみるとこのようになります。みんなもかいてみてください。」 | Ｐ　（グラフを重ねてかきはじめる） | ＊ＯＨＰで重ねてみる。 |
| 「この課題では、どんな図形ができるかということでしたが、、この重ねたグラフを見ながらそれを考えてみましょう。」 | | |
| 「最初に長方形になるのは何秒後ですか。」 | $P_{31}$　６秒後です。 | |
| 「このグラフを見て、１分間に長方形になるのは何回あるかわかりますか。」 | $P_{32}$　２回です。 | |
| 「それは何秒後ですか。」 | $P_{33}$　６秒後と５４秒後です。 | |
| 「長方形になるのは、ＡＰとＢＱがどういう関係の時ですか。」 | $P_{34}$　ＡＰ＝ＢＱです。 | |
| 「ＡＰ＝ＢＱとなるのは２つのグラフがどうなったときですか。」 | $P_{35}$　６秒後を見てもわかるように、２つのグラフが交わっているときです。 | ＊ＯＨＰ上で示す。 |
| 「長方形になるのは、他にありますか。」 | $P_{36}$　１８秒後と４２秒後で、全部で４回です。 | |
| 「まだありますか。」 | $P_{37}$　３０秒の時。 | |
| 「$P_{37}$についてどう思いますか。」 | $P_{38}$　長方形になりません。ＡＰ＝ＢＱ＝０です。 | |
| 「この場合は、どんな形になりますか。」 | $P_{39}$　何にもならない。<br>$P_{40}$　ただの線になります。 | ＊ＯＨＰ上で示す。 |
| 「３０秒後には線分になってしまうのですね。さっき予想したのには入っていませんが、他に線分になるときはありますか。」 | $P_{41}$　ありません。 | |
| 「正方形にはなるでしょうか。」 | $P_{42}$　正方形にはなりません。 | |
| 「正方形になるところはグラフではどうなっているでしょうか。」 | $P_{43}$　ＡＰ＝ＢＱ＝３０だから、ｙ＝３０のところで２つのグラフが交わっていれば、正方形ができます。 | ＊ｙ＝３０で交わっていないことを確かめる。 |
| 「今日の課題をまとめると、ＡＢＱＰは１分間に、三角形、台形、長方形、線分となることがわかりましたね。グラフで見るとよくわかりましたね。」 | Ｐ　（うなづく） | |

③ 研究協議（平成２年６月２２日　高木登美子教諭　研究授業）

☆授業者から

・生徒の興味を引き出すように視覚的にとらえられる課題にした。

・ねらいとしては、グラフの読み取りを中心にする方針であったが、前半の１，２，３，４，５，６秒後および５，１０，１５，２０，２５秒後の図をかく部分に時間をかけすぎてしまった。

・グラフをかく時間は十分にとれたと思う。

・他のクラスの授業では、「このｘとｙとの関係を、式に表せないの？」「面積を式で表すことはできないの？」などの質問が出た。
また、ＯＨＰで２つのグラフを重ねたところでかなり反応があり、全体的に活発であった。

☆「①どんな図形が出てくるか予想させる」について

・この部分に時間をかけすぎた。

・発問の仕方はこれでよいか。

☆「②１，２，３，４，５，６秒後，５，１０，１５，２０，２５秒後の図をかかせる」について

・１，２，３，４，５秒後の図をかかせたあと、さらに５，１０，１５，２０，２５秒後の図をかかせる必要があるか。
　（ア）６秒後までの図は、カットできないであろう。
　（イ）５，１０，１５，２０，２５秒の図をかかせないと点Ｐ，Ｑが折り返して逆の方向に進むときの状況が確認できない。
もし省くのなら、折り返したときの状況をいかに生徒にとらえさせたらよいか。

・図形の形をとらえさせるのに、斜線を引いてしまうと、生徒は面積をすぐ想像してしまう。

・図形の形をとらえさせるのにその形をいろいろな色でふちどりしてＯＨＰで重ねるなどして教師サイドでやってしまってはどうか。

☆「③１分間にＡＢＰＱが長方形になるのは、何回あるか。」について

・この部分があまりに短かかったので、もっと時間をかけて生徒からいろいろな意見を聞くべきだった。

☆「④時間とＡＰ，ＢＱの長さとの関係」の表について

・この表を作る必要はあったか。

・ＢＱの長さについて
　＊表をかかせたとき、ＢＱの長さをＣＱの長さと勘違いしている生徒が多い。
　＊図形の形は点Ｐ，Ｑの位置が決まれば決まる。点Ｐ，Ｑの位置はＡＰ，ＢＱの長さによって決まる。そのことを先におさえておく必要がある。

☆「④時間とＡＰ，ＢＱの長さとの関係」のグラフについて

・課題の図とグラフとの対応関係をよく確認させる必要がある。
・グラフの縦軸が辺の長さであることをよく把握させる必要がある。
・グラフを重ねる所で、なぜ重ねる必要があるのかをおさえておくべきだ。
・生徒のプリントでグラフを重ねる所では、かいた２つのグラフの一方に加えさせれば十分である。（グラフ用紙は２つで十分で３つはいらない）
・本時のように図をかくときに図のプリントを、表をかくときに表のプリントを、グラフをかくときにグラフのプリントを配布するのではなく、③の終わった所ですべての用紙を配布してしまってはどうか。（生徒にどれを使ったらよいかを吟味させる。）

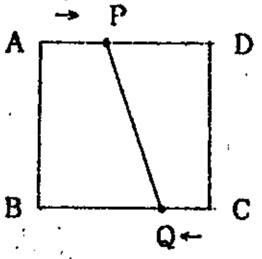
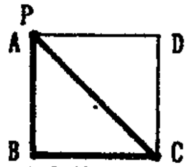
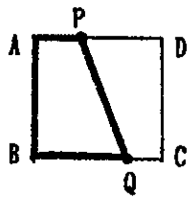
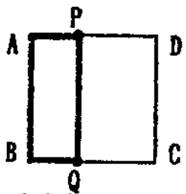
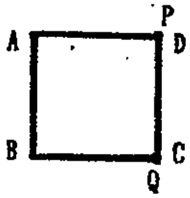
☆まとめについて

・単に、「ＡＢＱＰは１分間に三角形、台形、長方形、線分となる」とするのではなく、グラフでどの場合が三角形、台形、長方形、線分と対応しているかをよく確認させる必要がある。
・直角二等辺三角形となる場合も考えさせてはどうか。
・正方形にはならないことの確認をしっかりととらえさせるべきである。
　　・・・・・・ｙ＝３０でこの２つのグラフが交わることもないし、６０秒の周期なのでこれ以降でも正方形とはなることはない。

☆その他

・１時間で十分に指導できる課題であった。
・生徒から考えを引き出す部分が少なかった。
・"長方形になるのは何回だろうか"というテーマにしたらどうか。
・"どんな図形になるか"をテーマにしないで、できあがった最後のグラフから図形のことを引き出してはどうか。
・本時のテーマでいくのなら、次の流れでいったらどうか。
　　図形の形が決まるのはＡＰとＢＱの長さによる
　→６秒後までの図を考えてみよう
　→ＡＰとＢＱの長さに着目してみよう
　→ＡＰ，ＢＱの長さは、どのようにしてきまるだろうか
　→グラフをかいてみよう
　→グラフから何がいえるだろうか

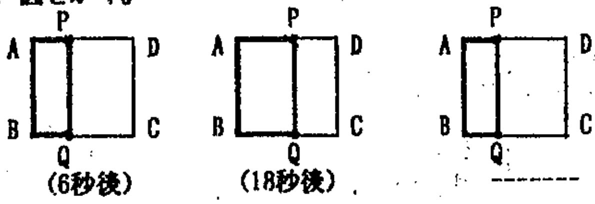
④改訂指導案　その１

| 指導内容 | 学　習　活　動 | 指導上の留意点 |
|---|---|---|
| 課題を提示する | **課題**<br>右の図の四角形ＡＢＣＤは、一辺の長さが30cmの正方形である。<br>辺ＡＤ上を動く点をＰとし、<br>辺ＢＣ上を動く点をＱとする。<br>２点Ｐ，Ｑはそれぞれ頂点Ａ，Ｃを同時に出発し、点Ｐは毎秒２cmの速さで頂点ＡＤ間を、点Ｑは、毎秒３cmの速さで頂点ＣＢ間を繰り返し往復する。<br>２点Ｐ，Ｑが出発してから１分間に、ＡＢＱＰはどんな図形になるだろうか。<br> | ・ＴＰ上に、課題の条件を整理し、<br>四角形ABCDは、<br>一辺が30cmの<br>正方形<br>点P:<br>頂点Ａを出発<br>毎秒２cmの速さ<br>AD上を往復<br>点Q:<br>頂点Ｃを出発<br>毎秒３cmの速さ<br>CB上を往復<br>１分間にABQPがどんな図形に変わっていくかを考えよう<br>と示す。 |
| １分間にABQPがとりうる形を予想させる。 | ①１分間にどんな図形が出てくるかを予想する。<br>ア．台形　　イ．三角形（直角三角形）<br>ウ．長方形　エ．正方形 | |
| 予想したABQPの形を図にかかせる。 | ②１分間に出てくると思われる図形をかく。<br>ア．（0秒後）<br>イ．<br>ウ．（6秒後）<br>エ．<br>・０～６秒の間の形を確認する。 | ・目盛りの入った正方形が印刷されたプリントを配る。<br>・時間を意識しない生徒がいる場合は５秒後、15秒後の図をかくよう指示する。<br>・時間によっていろいろな形がきまることをおさえる。<br>・０～６秒の１秒ごとのABQPの形をＴＰ上に示す。 |
| 形の変化を時間によってとらえさせる。 | ③６秒をこえてからのＡＢＱＰの形を予想する。 | |

長方形になる場合について着目し、どのように調べればよいか考えさせる。

④2点P，Qが出発してから1分間に、ＡＢＰＱが長方形になるのは何回あるかを考える。

ア．図をかく。




イ．表をかく。

i）

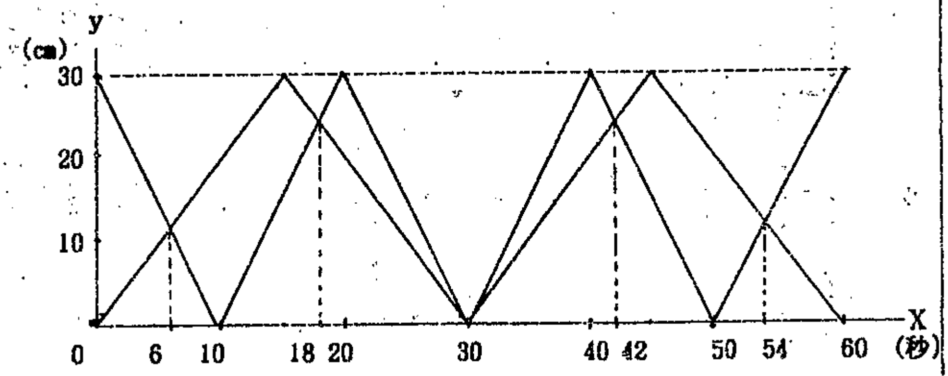
| 時間（秒） | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ---- | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ＡＰ（cm） | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | ---- | 24 | 26 | 28 | 30 | 28 | 26 | 24 |
| ＢＱ（cm） | 30 | 27 | 24 | 21 | 18 | 15 | 12 | 9 | ---- | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |

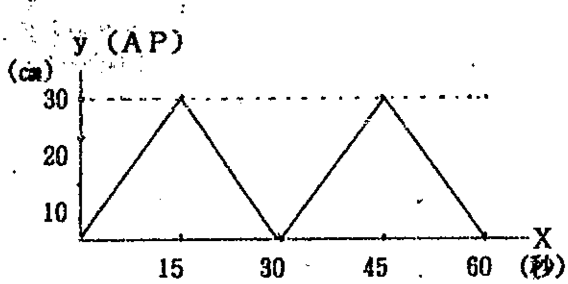
| ----- | 28 | 29 | 30 | 31 | ---- | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ----- | 4 | 2 | 0 | 2 | ---- | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 |
| ----- | 6 | 3 | 0 | 3 | ---- | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |

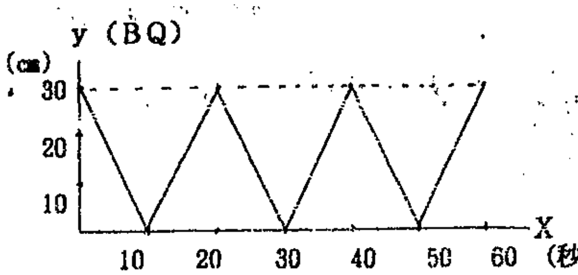
ii）

| 時間（秒） | 6 | 12 | 18 | 24------ |
|---|---|---|---|---|
| ＡＰ（cm） | 12 | 24 | 24 | 12------ |
| ＢＱ（cm） | 12 | 6 | 24 | 24------ |

ウ．グラフをかく。



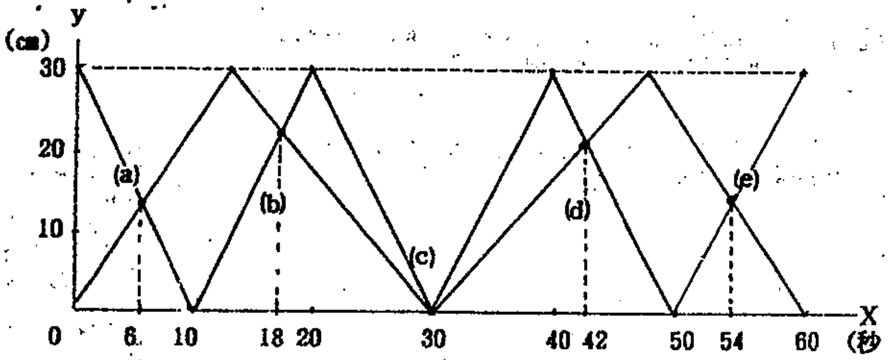




・長方形になるのはAP＝BQとなる時であることをおさえる。

・ウがでない場合はグラフをかいてみるよう指示する。

・ウのグラフがかけない場合は、２つのグラフを提示しそれを重ねたものがウであることに気づかせる。

| | | |
|---|---|---|
| グラフを利用して長方形になる回数を調べさせる。 | ⑤グラフから、1分間にＡＢＱＰが長方形になるのは何回あるかを考える。 | ・長方形になるのはAP＝BQとなるときであったことをグラフで確認する。 |




| | | |
|---|---|---|
| | ア．交点(a)(e)をかぞえて２回<br>イ．交点(a)(b)(d)(e)をかぞえて４回<br>ウ．交点(a)(b)(c)(d)(e)をかぞえて５回 | ・長方形になる回数は４回である。 |
| グラフを利用してABQPがいろいろな形になることを調べさせる | ⑥グラフから、ＡＢＱＰがどんな図形になるかをよみとる。<br>ア．長方形<br>イ．線分（交点(c)）<br>ウ．直角三角形(0秒後、60秒後は直角二等辺三角形)<br>エ．正方形にはならない（AP＝BQ＝30になる場合がない）<br>オ．その他の場合はすべて台形 | |
| グラフをさらに考察させる。 | ⑦グラフから、他に何がわかるかをよみとる。<br>ア．(a)と(e)、(b)と(d)の時は、それぞれ合同な長方形になる。<br>イ．１分をこえてからも、全く同じグラフが繰り返される。<br>ウ．その他 | ・時間があれば⑦もとりあげる。 |

改訂指導案　その2

| 指導内容 | 学　習　活　動 | 指導上の留意点 |
| --- | --- | --- |
| 課題1を提示する。 | **課題1**　2点P，Qが出発してから1分間にABQPが長方形になるのは何回あるか。 | ・課題の条件は第1案に同じ。 |
| 時間にともなってABQPの形が変わることを図によって確認させる。 | ①1秒ごとの図をかき、最初に長方形になるのが何秒後かを考える。 | ・点P,Q の動きを十分に理解させるために、1秒ごとのP,Q,の位置を書き込ませ、図ABQPの形を確認させる。<br>・長方形になるのはAP=BQ となるときであることをおさえる。 |
| 長方形になる場合についてどのように調べればよいかを考えさせる。 | ②2点P，Qが出発してから1分間にABQPが長方形になるのは何回あるか考える。<br>ア．図をかく<br>イ．表をかく<br>ウ．グラフをかく<br>③グラフから、1分間にABQPが何回長方形になるかを考える。 | ・方眼紙を配布する |
| 課題2を提示する。 | **課題2**　2点P，Qが出発してから1分間にABQPはどんな形になるか。<br>④グラフから、ABQPがどんな図形になるかをよみとる。 | |

## ３　今後の課題

本委員会は、今後、次の点について研究を続けていこうと考えている。

（1）　現在の中学校での関数教育の問題点や、小学校や高等学校での実際の指導をふまえて、中学校３か年を見通した関数カリキュラムについてのより精密な検討を行う。そして、それにしたがって指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。その際、特に小学校と中学校との関連を配慮する。

（2）　今年度の研究の中心でもある「関数の利用」の指導について検討を続け、適切な課題を工夫し、関数の分野において数学的な考え方を一層伸ばす指導を追究する。

さらに、そこでの考察をもとに、他の分野との関連も考えて、総合的な課題解決力を伸ばすための指導について考察する。

（3）　関数の分野以外で、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討する。そして、そこでの指導と関数の分野での指導との関連を明らかにし、より適切な関数指導を追究する。

（4）　評価の観点および評価問題を再検討し、適切な関数の評価について追究していく。

（5）　一人ひとりの生徒の関数概念についての理解は、どのように高まり深まるかを考察する。そして、生徒の関数概念についての理解を高めるには、どのような内容をどのように指導すればよいかについての実証的検討を行う。

＝東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会＝

岩木敬二郎　元板橋区立中台中
遠藤　国雄　板橋区立第四中学校
小澤　康晃　品川区立大崎中
栗原伊知郎　青梅市立新町中
五島　芳夫　港区立芝浜中
関　富美雄　港区立御成門中
高木登美子　江東区立東陽中
高村　真彦　練馬区立開進第四中
八田　弘恵　文京区立第六中
半田　　進　東京学芸大附属小金井中
山田　武司　板橋区立板橋第三中
渡辺　英俊　奥多摩町立小河内中

居駒　永信　練馬区立谷原中
奥田佐夫郎　新宿区立落合第二中
風間喜美江　墨田区立本所中
近藤　和夫　世田谷区立桜木中
須藤　哲夫　品川区立東海中
相馬　朋幸　板橋区立高島第一中
高橋　克典　荒川区立第七中
橋爪　昭男　中央区立第四中
浜仲　　章　三鷹市立第六中
船越　　泰　練馬区立大泉南小
吉田　直樹　調布市立神代中