第７３回　日数教全国大会（盛岡）研究発表資料　1991.8

中学校関数指導展開案　−第3学年−

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

もくじ

1　研究の経過とねらい

平成元年３月１５日新学習指導要領の告示が行われたが、それについての多くの意見が聞かれるようになってきた。

本委員会では、この十年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

これまでの研究の中で、昭和57年度までには、作成した評価問題を実施した結果、「一次関数の式の決定」が弱いことがわかった。昭和58年度には、第２学年「一次関数式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、その指導の効果が確かめられた。また、第１学年の指導については、指導前に生徒は比例・反比例をどのように理解しているかが問題となった。昭和59、60年度には、第１学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。また、昭和60年度は、中学校の関数カリキュウラムを検討し提言を行った。昭和61年度には、関数の導入と利用の指導について再検討し、改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度には、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し課題の開発と指導案を作成した。

以上の経過を踏まえ、今年度は次のことをねらいとして研究を進めた。

学習指導要領の改訂の主旨を生かし、中学校３年間の「関数の指導計画及び指導展開例」の試案を作成すること

今発表大会では、特に、第３学年を中心に報告をする。

2 研究の内容

（１）指導計画及び指導案の作成にあたって

学習指導要領は指導内容が簡潔に記述されているため、指導に際しては、その取り扱いについて、現場の教師に任される部分が多い。どんな教材でどのように指導するのか、その責任は重大である。

関数委員会では、次の内容について研究の焦点をあて実践的な指導計画及び指導案を作成していくことにする。

① 指導過程

- 多くの変量を取り出せる具体的な課題を提示する。そして、その中の２変量の関係について調べる。その際、「変化の様子をとらえる」、「対応の規則を調べる」という視点を重視する。
- 基本的な内容について、ひととおりの指導を終えたところで、関数の考えを使って課題解決をさせるための時間を設定する。

② 比例、反比例のグラフ

- 小学校のグラフは、比例については原点を通る直線であることを一応学習するが、反比例については、折れ線グラフを用いて２つの数量の変化の様子にふれる程度の学習である。中学校では、グラフの意味を十分理解させたい。特に、反比例のグラフは、曲線であることを理解されずにその指導に入るので、変化の様子にふれる中で、グラフの意味をさらに深め、グラフがなめらかな曲線になることをとらえさせたい。

③ １次関数

- １次関数においても、具体的な事象から１次関数を見い出し、表、グラフ、式などについて変化や対応の特徴をとらえ理解させていく。

④ 関数$y=ax^2$

- 第３学年で、関数$y=ax^2$を２次関数$y=ax^2+bx+c$の特別な場合として位置づけて扱う。「１次関数から２次関数へ」の流れを重視する。

⑤ いろいろな関数

- 第３学年の「いろいろな関数」では、具体的な事象について考察する。その事象で扱われる関数は、１次関数や関数$y=ax^2$とは限らない。具体的な事象について考察する中で、それらの関数を扱うことを前提とする。つまり、ここでは、具体的な事象を中心にした考察を行うことを目指す。それによって、関数的な考察の方法についての理解を深めることをねらいとする。

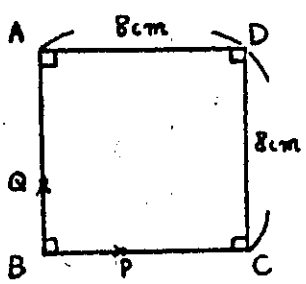
⑥ 変域

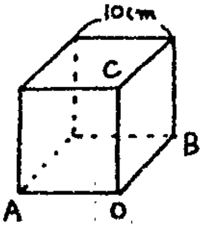
- 定義域、値域の用語を削除されたことは、変域の指導が軽視されたことではない。第１学年からの変域の指導を適切な場面で行い、３年間を通じて、変域について理解させていく。

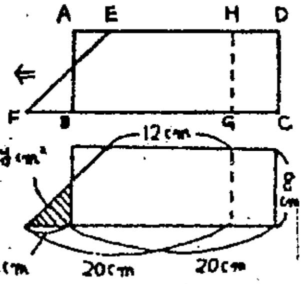
⑦ 関数の定義

- 第３学年での「集合による関数の定義」については、具体的な事象を考察する上で重要な見方・考え方であるので、その指導については、今後、十分に検討していく。

（２）第３学年の指導計画　（１３時間）

時数	項目	指導内容
１	２次関数	［課題場面］１辺が８㎝の正方形がある。点Ｐ、Ｑは頂点Ｂから、同時にそれぞれ１秒間に２㎝の速さで、頂点Ｄまで動く。 （Ｉ）何が変わるか考える。 （II）時間と面積（△ＰＱＢ、五角形ＰＱＡＢＣ）との関係を調べる。 $0 \leqq x \leqq 4$ のとき　$y=2x^2$ $4 \leqq x \leqq 8$ のとき　$y=-2x^2+32x-64$ 
２		①２次関数の定義 ②具体的な例（立方体の表面積、高さ一定の正四角すいのい体積）について立式する。 ③$y=x^2$のグラフがどんな形になるか、予想する。
３	関数 $y=ax^2$ のグラフ	①$y=x^2$のグラフを完成させる。 ②$y=2x^2$のグラフをかき、$y=x^2$のグラフと比べる。 ③$y=x^2$のグラフをもとに、$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフをかく。
４		①$y=-x^2$のグラフをかき、$y=x^2$のグラフと比べる。 ②$y=-x^2$のグラフをもとに、$y=-2x^2$のグラフをかく。 ③$y=-x^2$のグラフをもとに、$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフをかく。 ④関数$y=ax^2$のグラフの特徴をまとめる。
５	変化の割合	①車の速さと空走距離、制動距離の関係について調べ、変化の割合を求める。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y=ax^2$ と１次関数の値の変化の割合を比較する。 ④$y=x^2$について、変化の割合を調べる。

6		①$y=-x^2$について、変化の割合を調べる。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y=ax^2$の値の変化の割合についてまとめる。 ④具体的な場面（落体運動）で、変化の割合の意味について考える。
7	問題練習	（斜面を転がるボールの問題も扱う）
8	いろいろな関数（１）	［課題場面］右の図のような１辺が１０cmの立方体がある。点P、Q、Rは、それぞれ辺OA，OB，OC上の点である。  （Ｉ）点Q、RはOQ＝４cm、OR＝６cmの位置に停止し、点Pは頂点Oを出発し、毎秒１cmの速さでAまで動く。点PがOを出発してからx秒後の三角すいR－POQの体積をy cm³ とする。xとyとの関係を調べる。（$y=4x$） （Ⅱ）次の(a)、(b)のそれぞれの条件についてxとyとの関係を調べる。 （a）点RはOR＝６cmの位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してからx秒後の三角すいR－POQの体積をy cm³ とする。（$y=x^2$） （b）点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでA、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してからx秒後の三角すいR－POQの体積をy cm³とする。（$y=\frac{1}{6}x^3$） ・$y=4x$、$y=x^2$、$y=\frac{1}{6}x^3$の値の変化を、表で調べる。
9		（Ⅲ）前時の課題場面で、点P、Qは頂点Oを出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでA、Bまで動く。そのとき、点Rは三角すいR－POQの体積が４cm³ で一定になるように動く。点P、QがOを出発してから 点P、QがOを出発してからx秒後のORの長さをy cmとする。xとyとの関係を調べる。（$y=24/x^2$）

		・$y=24/x^2$について、変化や対応のようすを調べる。 ・$y=4x$、$y=x^2$、$y=\frac{1}{6}x^3$、$y=24/x^2$のグラフについて調べる。
１０	いろいろな関数（２）	①時計の短針と長針の動くようすを表したグラフから、短針と長針の重なる時刻を求める。 ②１次関数$y=2x-1$と関数$y=2x^2$について、式、グラフ、対応のしかたや増減のようすは異なるが、「ｘの値を１つ決めれば、ｙの値がただ１つ決まる」ことは共通していることを確認する。 ③集合による関数の定義をする。
１１		①ｘの変域を$-1 \leqq x \leqq 3$とするとき、$y=2x-1$と$y=2x^2$のｙの変域を求める。 ②ある地下鉄の運賃は、次の表のようになっている。（表略）乗車距離と料金との関係を調べる。 ③Ａ駅からＢ団地行きのバスの料金は１６０円均一で、Ａ駅からＢ団地までの道のりは５㎞である。乗車距離と料金との関係を調べる。 ④ｘを１けたの自然数とする。ｘを３で割ったときの余りをｙとして、ｘとｙとの関係を調べる。 ⑤関数にならない例について考える。
１２	関数の利用	［課題］右の図のように、長方形ＡＢＣＤの封筒から台形ＥＦＧＨの画用紙を引き出していく。何が変わりますか。 ・変わるものをあげる。 ・画用紙をｘ㎝引き出したとき、引き出した部分の面積をｙ㎠として、ｘとｙとの関係をいろいろな方法によって調べる。 
１３	問題練習	

（３）第３学年指導案

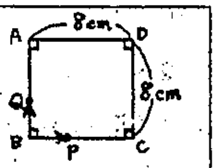
○第１時「関数$y=ax^2$」・・・（第１次）

＜ねらい＞・具体的な事象から関数関係を見いだし、それらの関係がこれまでに学んだことのない関数であることを表の変化のようすや式の形から気づかせる。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>課題場面を提示する。</td><td>

課題場面

１辺が８cmの正方形がある。
点Ｐ．Ｑは頂点Ｂから、同時にそれぞれ１秒間に２cmの速さで、頂点Ｄまで動く。



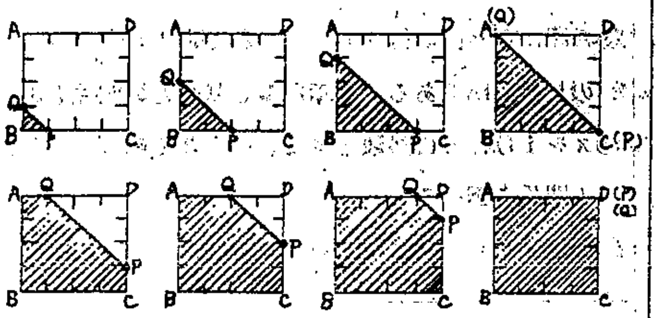
</td><td>ＯＨＰで変化を見せる。</td></tr>
<tr><td>点Ｐ．Ｑが動くにつれて何が変わるかを考えさせる。</td><td>

（Ⅰ）何が変わるかを考える。
㋐ＢＰ、ＢＱの長さ　㋑ＰＱの長さ
㋒ＰＣ．ＱＡの長さ　㋓ＰＤ．ＱＤの長さ
㋔三角形ＰＱＢの面積
㋕五角形ＰＱＡＢＣの面積
㋖三角形ＰＱＤの面積
㋗五角形ＰＱＡＤＣの面積　etc.

</td><td>多くの意見を発表させ、板書する。
これらが時間にともなって変わることを生徒から引き出す。</td></tr>
<tr><td>時間と面積との関係を調べさせる。</td><td>

（Ⅱ）点Ｐ、Ｑが動いていくとき正方形の辺とＰＱで囲まれた図形（点Ｂを含む方）の面積を調べる。

①１秒後、２秒後、３秒後、・・・、８秒後の図をかく。



②点Ｐ、Ｑが点Ｂを出発してからの時間と面積との関係を調べる。
㋐図をかく。
㋑表をかく。
㋒グラフをかく。

③時間と面積との関係を表す表をつくる。

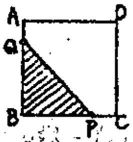
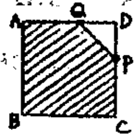
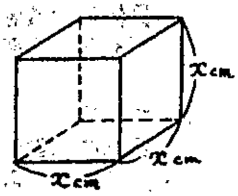
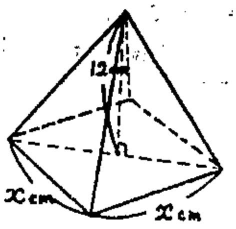
<table>
<tr><td>時間（秒）</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>面積（cm²）</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>46</td><td>56</td><td>62</td><td>64</td></tr>
</table>

</td><td>ＯＨＰで面積が変わっていくようすを観察させる。
あらかじめ目盛りのついた正方形をプリントしておき配る。
机間巡視する。
生徒に発表させる。
点Ｐ，ＱがＤまでいくのに８秒かかることを確認する。
４秒後以降は五角形になり、正方形の面積から三角形の面積をひいて求めることをいう。
連続量であることにもふれる。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td></td><td>④表から変化のようすを調べる。
+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1
<table>
<tr><td>時間（秒）</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>面積（cm^2）</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>46</td><td>56</td><td>62</td><td>64</td></tr>
</table>
+2 +6 +10 +14 +14 +10 +6 +2
・1次関数の変化のようすと比べる。
・変化の割合が一定でないことを知る。</td><td>時間が２倍になると面積は４倍、３倍になると９倍、・・・と考える生徒もいるだろう。</td></tr>
<tr><td>時間と面積との関係を式に表させる。</td><td>⑤x秒後の面積を$y\,cm^2$として、yをxの式で表す。
㋐ $y=\frac{1}{2}\times 2x\times 2x$
$=2x^2$
㋑ $y=8^2-\frac{1}{2}\times(16-2x)^2$
$y=64-\frac{1}{2}\times(256-64x+4x^2)$
$y=64-128+32x-2x^2$
$y=-2x^2+32x-64$
⑥式とその変域について確認する。
㋐について
・具体的な数値を代入する。
・図や表から確認する。　→$0\leqq x\leqq 4$
㋑について
・具体的な数値を代入する。
・図や表から確認する。　→$4\leqq x\leqq 8$</td><td>しばらく時間をとり、自由に考えさせる。
図の形によって式が２つあることを予想できる生徒もいる。
㋑が出ない場合には⑥で教師が取り上げる。
図や表から変域を着目させて、変域を生徒から引き出す。</td></tr>
<tr><td>まとめ</td><td>変化の割合からみても、式の形からみても１次関数とは違った新しい関数であることを知る。</td><td>次の授業でこの関数を定義する。</td></tr>
</table>

○第2時「関数$y=ax^2$」・・・（第2次）

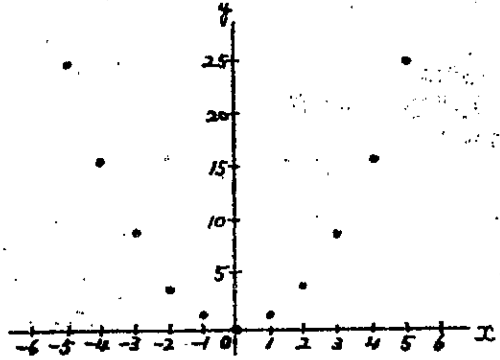
＜ねらい＞・2次関数の定義をし、関数$y=ax^2$が2次関数の特別な場合であることを知らせる。
・グラフをかいて関数$y=ax^2$が今まで学んだことのない関数であることを気づかせる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
前時の内容を思い出させる。	①前時の課題（Ⅱ）⑤で、点P，Qが点Bを出発してx秒後の正方形の辺とPQで囲まれた図形（点Bを含む方）の面積を$y$cm²として、xとyの関係を式で確認する。 $0\leqq x\leqq 4$のとき　$y=2x^2$  $4\leqq x\leqq 8$のとき　$y=-2x^2+32x-64$ 	前時の課題を提示し、時間にともなって面積が変わるようすを確認する。 どちらの場合もyがxの2次式になっていることを確認する。 変化の割合が一定でない関数であることも確認する。
2次関数の定義をする。	②2次関数の定義を知る。 yがxの関数であって、yがxの2次式で表されるとき　つまり、$y=ax^2+bx+c$　（$a\neq0$，a，b，cは定数）　のとき、yはxの2次関数であるという。 これからは、$y=2x^2$のような、つまり、2次関数$y=ax^2+bx+c$で$b=0$，$c=0$の場合（$y=ax^2$）について学習することを確認する。	1次関数とは、yがxの1次式で表されるものであることも確認する。 関数$y=ax^2$を2次関数の特別な場合としてとらえさせる。
具体的な例で、関数$y=ax^2$の関係になるものを導き出させる。	③具体的な問題で関数$y=ax^2$を導く。 問題 次の（1），（2）について、yをxの式で表せ。 （1）1辺の長さがxcmの立方体の表面積がycm²  （2）底面の1辺の長さがxcm、高さが12cmの正四角すいの体積がycm³  （1）$y=6x^2$，（2）$y=4x^2$	

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr>
<td>1組のx,yの値から関数$y＝ax^2$を導かせる。</td>
<td>④1組のx、yの値から関数$y＝ax^2$ を導く。

問題
xとyとの関係が$y＝ax^2$ で、x，yが次の値をとるとき、yをxの式でそれぞれ表せ。
（1）$x＝-4$，$y＝16$
（2）$x＝6$，$y＝18$

（1）$y＝x^2$ ，（2）$y＝\frac{1}{2}x^2$</td>
<td>なお、時間的な余裕がある生徒には$x＝-12$などのときのyの値を求めさせる。</td>
</tr>
<tr>
<td>グラフをかいて関数$y＝x^2$ が今までに学んだことのない関数であることを確認させる。</td>
<td>⑤$y＝x^2$ のグラフかく。

・表から変化のようすを調べる。
<table>
<tr><td>x</td><td>-5</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>y</td><td>25</td><td>16</td><td>9</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td></tr>
</table>
・上の表をもとにx，yの値の組を座標とする点をとる。


⑥点の並び方からグラフの形はどうなるかを予想し、今までに学んだ関数でないことを確認する。

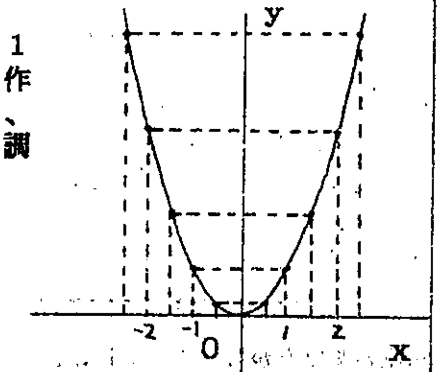
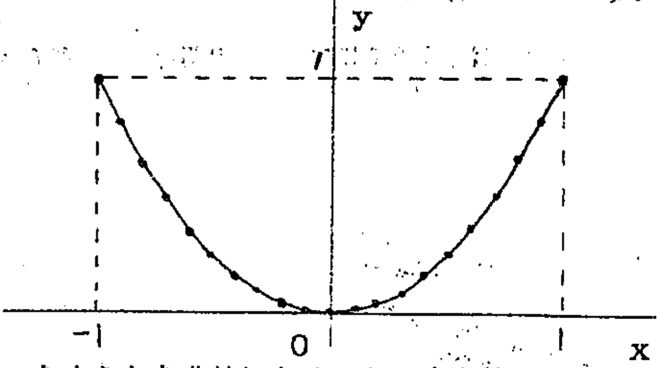
㋐グラフは直線にはなりそうもない。

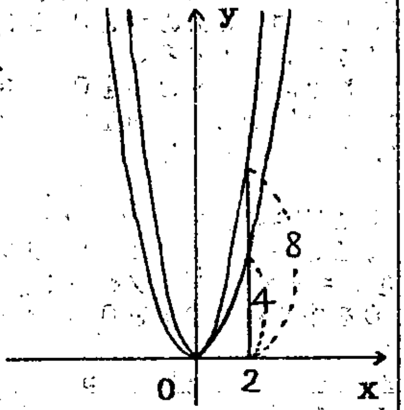
㋑$y＝x^2$ はいままでに学んだ1次関数や反比例ではない。</td>
<td>1次関数や反比例ではないことを確認させる。

点がどのように並んでいるか発問する。また、点と点の間はどうなっているかなどを発問する。
本時はおおまかな予想だけでよい。
このグラフを次の時間に詳しく調べることをことわっておく。
なお、時間的余裕がある場合には、$-1≦x≦1$で0.1 きざみに点をとって調べさせる。</td>
</tr>
</table>

○ 第3時「関数 $y = ax^2$ のグラフ」・・・（第1次）

＜ねらい＞・関数 $y = x^3$ のグラフを完成させ、グラフはなめらかな曲線になることを知らせる。そのグラフをもとに、関数 $y = 2x^2$ と関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかけるようにさせる。

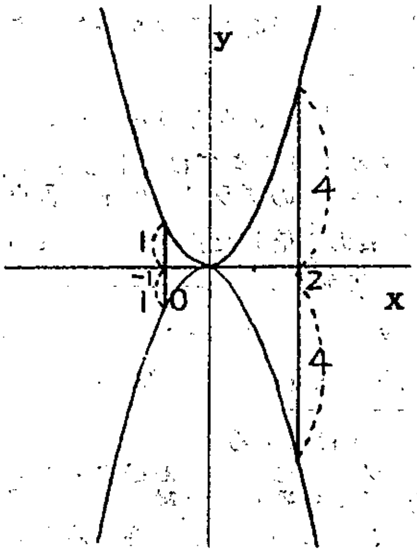
指導内容	学習活動	指導上の留意点
前時の復習をする。 課題を提示する。	①前時に学習した表(Ⅰ)と作成したグラフを見て、新しい関数であることを思い出す。 課題．1 $y = x^2$ のグラフを完成する。	点の並びを確認させる。
$y = x^2$ のグラフのかき方を考えさせる。	②グラフのかき方を考える。 ア．0を中心に x の値を 0.5 きざみに表を作り、点をプロットする。 イ．ア．と同様に x の値を 0.2 きざみにとる。 ウ．ア．と同様に x の値を 0.1 きざみにとる。 エ．ア．とウ．の両方行う。	比例・反比例、1次関数のグラフのかき方を思い出させる。 発表した意見の中で適切な方法を考えさせる。
$y = x^2$ のグラフをかかせる。	③ $y = x^2$ のグラフをかく。 ・0を中心に x の値を 0.5 きざみにとり、表を作る。 x｜-2.5,-2,-1.5,-1,-0.5,0, 0.5,1, 1.5,2, 2.5, y｜6,25, 4,2.25, 1,0.25,0,0.25,1,2.25,4,6.25, ・方眼紙に1cmを1とした座標平面を作り点をプロットし、グラフのようすを調べる。  ・x の値を $-1 \leqq x \leqq 1$ の範囲で 0.1 きざみにとって表を作り、点をプロットしグラフをかく。  	点をプロットしていく状態を頭の中でえがかせる。 電卓を活用し、り、時間の短縮を図る。 グラフが曲線になることに気づかせる。 定規を使用して折れ線のように結ぶ生徒がいるので注意する。
$y = x^2$ の値の増減を調べさせる。	・なめらかな曲線になるように点を結ぶ。 ・0を境に $y = x^2$ の値の増減が逆転していることをグラフや表で確認する。	

	課題．2 $y=2x^2$のグラフをかきなさい。	
$y=2x^2$のグラフのかき方を考えさせる。	④グラフのかき方を考える。 ア．0を中心にxの値を0.5きざみに表を作り、点をプロットする。 イ．ア．と同様にxの値を0.1きざみにとる。 ウ．$y=2x^2$と$y=x^2$を比較し、$y=2x^2$のyの値は常に$y=x^2$のyの値の2倍になっていることから、$y=x^2$のグラフをもとにかく。	$y=x^2$のグラフのかき方を参考にし、できるだけ多くの考えを発表させる。
$y=2x^2$のグラフをかかせる，	⑤$y=2x^2$のグラフをかく。 ・0を中心にxの値を0.5きざみにとり、表を作り、グラフをかく。 x ··-2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, ·· y ··12.5, 8, 4.5, 2, 0.5, 0, 0.5, 2, 4.5, 8, 12.5, ··	$y=x^2$のグラフを作成したときと同じ座標平面上に点をとらせる。
$y=x^2$のグラフと$y=2x^2$のグラフとの関連性や特徴を調べさせる。	⑥ ④のウ．について表とグラフで確認する。 	④でウ．の意見がでない場合はここで取り上げる。 $y=ax^2$のグラフをかくのにy座標のyの値をa倍して点をとればよいことを確認する。
$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフをかかせる，	**課題．3** $y=\frac{1}{2}x^2$のグラフをかきなさい。 ⑦$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフをかく。 ア．表を作り点をプロットしなめらかな曲線で結ぶ， イ．$y=x^2$のグラフ上の主な各点について、そのyの値の$\frac{1}{2}$倍した点をとり、なめらかな曲線で結ぶ，	イ．の方法は表を必要としないことにふれる。
$y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフの特徴をまとめる，	**課題．4** $y=x^2$、$y=2x^2$、$y=\frac{1}{2}x^2$の3つのグラフに共通していえることをあげなさい。 ⑧自由に考える。 ア．グラフはすべて曲線である。 イ．原点を通り、x軸より上に開いている。 ウ．y軸について、対称である。 エ．aの値が大きいと開き方が小さくなる。 オ．$x<0$において、xの値が増加するとyの値は減少する。 カ．$x>0$において、xの値が増加するとyの値は増加する。	この曲線を放物線であることにふれる。 イ．についてはグラフ用紙をy軸で折って確認させるとよい。

○ 第４時「関数$y=ax^2$のグラフ」・・・（第２次）

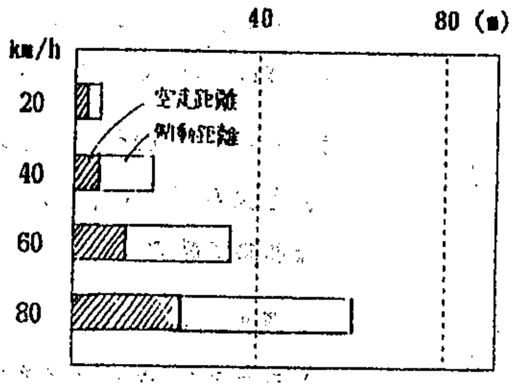
＜ねらい＞・関数$y=-x^2$のグラフを完成させ、グラフはなめらかな曲線になることを知らせる。そのグラフをもとに関数$y=-2x^2$のグラフと関数$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフをかけるようにさせる。

・$y=ax^2$のグラフの特徴を理解させる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
前時の復習をする。	①前時に学習した$y=x^2$、$y=2x^2$、$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフを見て、曲線の様子を確認する。 課題．5 $y=-x^2$のグラフをかきなさい。	課題４の内容を思い出させる。
$y=-x^2$のグラフのかき方を考えさせる。	②グラフのかき方を考える。 ｱ．０を中心にｘの値を０．５きざみに表を作り、点をプロットする。 ｲ．ｱ.と同様にｘの値を０．２きざみにとる。 ｳ．ｱ.とｳ.と同様にｘの値を０．１きざみにとる。 ｴ．ｱ.とｳ.の両方行う。 ｵ．$y=-x^2$と$y=x^2$を比較し、$y=-x^2$のｙの値は常に$y=x^2$のｙの値の－１倍になっていることから、$y=x^2$のグラフをもとにかく。	前時に学習した$y=x^2$や$y=2x^2$のグラフのかき方を参考にし、できるだけ多くの考えを発表させる。
$y=-x^2$のグラフをかかせる。	③$y=-x^2$のグラフをかく。 ・０を中心にｘの値を０．５きざみにとり、表を作る。 x │ ‥-2，-1.5，-1，-0.5，0，0.5，1，1.5，2，‥ y │ ‥-4，-2.25，-1，-0.25，0，-0.25，-1，-2.25，-4，‥	前時でグラフを作成したときと同じ座標平面上に点をとらせる。
$y=x^2$のグラフと$y=-x^2$のグラフとの関連性や特徴を調べさせる。	④ ②の ｵ、について、表とグラフで確認する。  	②でｵ、の意見がでない場合はここで取り上げる。 $y=ax^2$（$a<0$）のグラフと$y=ax^2$（$a>0$）のグラフはｘ軸について対称であることをグラフ用紙をｘ軸で折って確認する。
$y=-2x^2$と$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフをかかせる。	課題．６ $y=-2x^2$と$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフをかきなさい。	

	⑤$y=-2x^2$と$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフのをかく。 ｱ. 表を作り点をプロットしてなめらかな曲線で結ぶ。 ｲ. $y=2x^2$（$y=\frac{1}{2}x^2$）のグラフ上の主な点とx軸について対称な点を取りなめらかな曲線で結ぶ。 ｳ. $y=-x^2$のグラフ上の主な点について、そのy座標の2倍（$\frac{1}{2}$倍）した点を取り、なめらかな曲線で結ぶ。	
$y=ax^2$ （$a<0$） のグラフの特徴をまとめる，	課題．7 $y=-x^2$、$y=-2x^2$、$y=-\frac{1}{2}x^2$の3つのグラフに共通していえることをあげなさい。 ⑥自由に考える。 ｱ. グラフはすべて曲線である。 ｲ. 原点を通り、x軸より下に開いている。 ｳ. y軸について、対称である。 ｴ. aの絶対値が大きいと開き方が小さくなる。 ｵ. $x<0$においてxの値が増加すると、yの値は増加する。 ｶ. $x>0$においてxの値が増加すると、yの値は減少する。	ｱ. で述べた曲線を放物線ということにふれる ｲ.についてはグラフ用紙をy軸で折って確認させるとよい。 ｲ. ｴ. に関連しグラフを見ながら、対称軸と放物線との交点を放物線の頂点ということにふれる。
$y=ax^2$グラフの特徴をまとめさせる。	⑦$y=ax^2$のグラフの特徴をまとめる。 ・原点を頂点とする放物線である。 ・y軸（放物線の軸）について対称である。 ・$a>0$のとき、上に開いた放物線である。 　$a<0$のとき、下に開いた放物線である。 ・aの絶対値が等しく符号が異なる場合のグラフはx軸について対称である。 ・aの絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなる。	

○第５時指導案「変化の割合」・・・（第１次）
（ねらい）・関数ｙ＝ａｘ^2 の値の変化の割合が一定でないことを、表やグラフで理解させる。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習内容</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>課題場面を提示する。</td><td>課題場面
車は急に止まれません。停止するまでには、運転者が危険を感じてからブレーキを踏みブレーキが車両にきき始めるまでの間に車が走る距離（空走距離）と、ブレーキがきき始めてから車が停止するまでの距離（制動距離）とを合わせた距離（停止距離）を必要とします。この停止距離を考えて、危険が発生したときでも、安全に停止できる速度で運転しましょう。（全日本交通安全協会）

 </td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>①与えられた資料から気づいたことを発表する
ア.空走距離は速さの１次関数である。
イ.制動距離は速さの１次関数とはいえない。</td><td>発表された意見の中で関数関係になるものは確かめさせる</td></tr>
<tr><td>速さと空走距離
速さと制動距離の関係について調べさせる。</td><td>②速さと空走距離、速さと制動距離の関係について、具体的な数値で調べ、発表する。
（表１）
<table>
<tr><td>速さｘ(km/h)</td><td>20</td><td>40</td><td>60</td><td>80</td><td>100</td></tr>
<tr><td>空走距離ｙ(m)</td><td>3.5</td><td>6.0</td><td>8.5</td><td>11.0</td><td>13.5</td></tr>
</table>
（表２）
<table>
<tr><td>速さｘ(km/h)</td><td>20</td><td>40</td><td>60</td><td>80</td><td>100</td></tr>
<tr><td>制動距離ｙ(m)</td><td>3.0</td><td>12.0</td><td>27.0</td><td>48.0</td><td>75.0</td></tr>
</table>
ア.どちらも増えれば増える。
イ.表１では、ｘの値が20ずつ増えると、ｙの値は2.5 ずつ増える。
ウ.表２では、ｘの値が20ずつ増えても、ｙの値の増え方は一定ではない。
エ.表１は１次関数の表である。
オ.表２は１次関数の表ではない。</td><td>２つの表は教師が提示する。
表の数値は、理想的な状態で調査したものであることを確認する。</td></tr>
</table>

変化の割合を求めさせる。

③表から変化の割合を求める。

（表１）

	20	40	60	80	100
速さｘ(km/h)	20	40	60	80	100
空走距離ｙ(m)	3.5	6.0	8.5	11.0	13.5

20　20　20　20

2.5　2.5　2.5　2.5

$\frac{2.5}{20}=\frac{1}{8}$

（表２）

	20	40	60	80	100
速さｘ(km/h)	20	40	60	80	100
制動距離ｙ(m)	3.0	12.0	27.0	48.0	75.0

20　20　20　20

9　15　21　27

⇓　⇓　⇓　⇓

$\frac{9}{20}$　$\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$　$\frac{21}{20}$　$\frac{27}{20}$

$変化の割合 = \frac{x の増加量}{y の増加量}$

を思い出させる

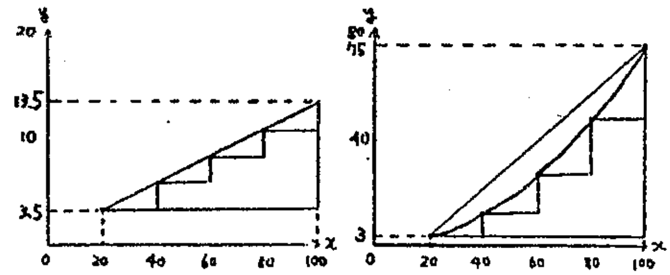
表１の変化の割合を求めた時点で、下の式を求めさせる。

$y=\frac{1}{8}x+1$

変化の割合の意味をグラフ上で確認する。

④変化の割合をグラフ上で確認する。

２つのグラフは教師が提示する。



変化の割合についてまとめる。

⑤変化の割合について、気づいたことを発表する。

ｱ.関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合は、１次関数の値の変化の割合と違い、一定ではない。

ｲ.変化の割合は、グラフ上の２点を結んだ直線の傾きになっている。

問題を提示する

問題

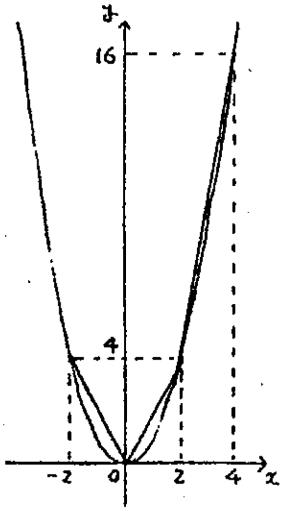
関数 $y=x^2$ において、ｘの値が次のように増加するときの、変化の割合を求めなさい。

(1) −２から０まで　(2)　０から２まで

(3)　２から４まで

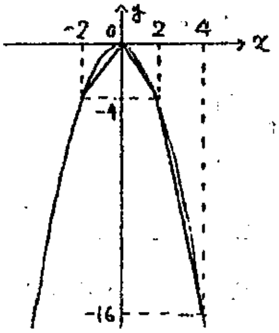
⑥変化の割合を求める。

⑦グラフ上で確認する。



○第６時指導案「変化の割合」・・・（第２次）

〈ねらい〉・関数$y＝ax^2$ の値の変化の割合について理解させる。
・具体的な場面で、変化の割合の意味について理解を深める。

指導内容	学習内容	指導上の留意点
関数$y＝-x^2$ の値の変化の割合を求めさせる	**問題１** 関数$y＝-x^2$ において、xの値が次のように増加するときの、変化の割合を求めなさい。 （１）－２から０まで （２） ０から２まで （３） ２から４まで	
	①表をかいて、変化の割合を求める。 $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -2 & \overset{2}{\curvearrowright} & 0 & \overset{2}{\curvearrowright} & 2 & \overset{2}{\curvearrowright} & 4 \\ \hline y & -4 & \underset{\underset{\downarrow}{4}}{\curvearrowright} & 0 & \underset{\underset{\downarrow}{-4}}{\curvearrowright} & -4 & \underset{\underset{\downarrow}{-12}}{\curvearrowright} & -16 \end{array}$ $\frac{4}{2}=2 \quad \frac{-4}{2}=-2 \quad \frac{-12}{2}=-6$	前時と同様に、変化の割合が一定でないことを確認する。
	②グラフ上で確認する。 	グラフは教師が提示する。 前時の問題で使ったグラフと比較する。
関数$y＝ax^2$ の値の変化の割合についてまとめる。	③関数$y＝ax^2$ の値の変化の割合について、気づいたことを発表し、まとめる。 ｱ.関数$y＝ax^2$ の値の変化の割合は、１次関数とちがって、一定ではない。 ｲ.グラフ上でみると、変化の割合は２点を結んだ直線の傾きを示している。	
課題を提示する	**課題** 物体を落とし始めてからx秒後の落下距離をymとすると、xとyとの間には、 $y＝5x^2$ という関係があるという。 落とし始めてから５秒後までで、１秒ごとの落下距離はどのように変化しますか。	

③自由に考え、発表する。

ア.時間がたつごとに、1秒ごとの落下距離は増える。

イ.下の表のように増えている。

x	0	$\xrightarrow{1}$	1	$\xrightarrow{1}$	2	$\xrightarrow{1}$	3	$\xrightarrow{1}$	4	$\xrightarrow{1}$	5
y	0	$\xrightarrow[5]{}$	5	$\xrightarrow[15]{}$	20	$\xrightarrow[25]{}$	45	$\xrightarrow[35]{}$	80	$\xrightarrow[45]{}$	125

④落とし始めて、3秒後から5秒後までの間に何m落下するか求める。

ア.125－45＝80（m）

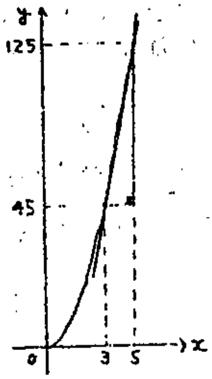
⑤落とし始めて、3秒後から5秒後までの平均の速さを求める。

ア.$\frac{125-45}{5-3}=\frac{80}{2}=40$（m／秒）

平均の速さ＝$\frac{\text{落下距離}}{\text{かかった時間}}$ で求められることを知らせる。

「平均の速さ」は「変化の割合」にほかならないことに気づかせる。

⑥グラフ上で確認する。



グラフは教師が提示する。

問題２

上の課題で、落とし始めて、5秒後から7秒後までの平均の速さを求めなさい。

⑦表から平均の速さを求める。

x	5	$\xrightarrow{2}$	7
y	125	$\xrightarrow[120]{}$	245

$$\frac{120}{2}=60(\text{m/秒})$$

○第７時　練習問題

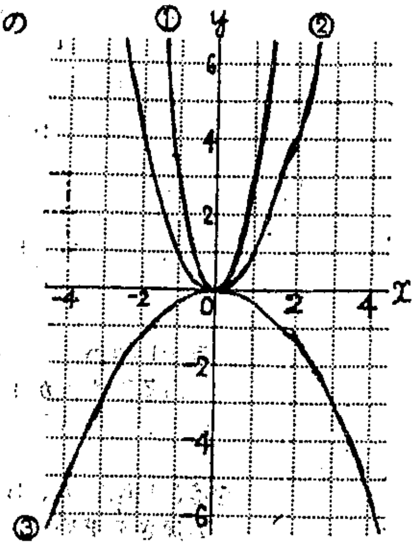
（生徒の実態に応じて、この中から選んで指導する。）

１．右の図で、①～③はそれぞれ次のア～オのうちのどの関数のグラフですか。

ア　$y=x^2$　　　イ　$y=\frac{1}{3}x^2$

ウ　$y=3x$　　　エ　$y=3x^2$

オ　$y=-\frac{1}{3}x^2$



２．次の表は、関数 $y=-3x^2$ を示している。次の問いに答えなさい。

x	…	-2	…	1	…	イ	…	5	…
y	…	ア	…	-3	…	-27	…	ウ	…

（１）表のア、イ、ウにあてはまる数を入れなさい。

（２）xの値が１から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

３．（１）$y=3x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① ０から２　　　②－５から－３

（２）$y=-\frac{3}{4}x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① １から５　　　②－４から－２

４．次にあてはまる関数を、下のア～オの中からすべて選びなさい。

（１）変化の割合が一定である。

（２）xが増加するとき、yはつねに減少する。

（３）$x<0$のとき、xの値が増加するにつれてyの値も増加する。

（４）yの値が負にならない。

（５）グラフが上に開いた放物線である。

ア　$y=x+2$　　　イ　$y=-3x+6$

ウ　$y=2x^2$　　　エ　$y=-\frac{1}{2}x^2$

オ　$y=-\frac{4}{x}$

５．次のxとyとの間には$y=ax^2$の関係がある。それぞれの問いについてyをxの式で表しなさい。

（１）$x=-2$のとき、$y=8$である。

（２）点（－３，－２７）を通る。

（３）xが２から５まで増加するときの変化の割合が２１である。

（４）xの値が１から４まで増加するときの変化の割合が、１次関数$y=5x-3$の変化の割合に等しい。

６．底面の円の半径がx㎝、高さが８㎝の円すいをy㎤とする。次の問いに答えなさい。

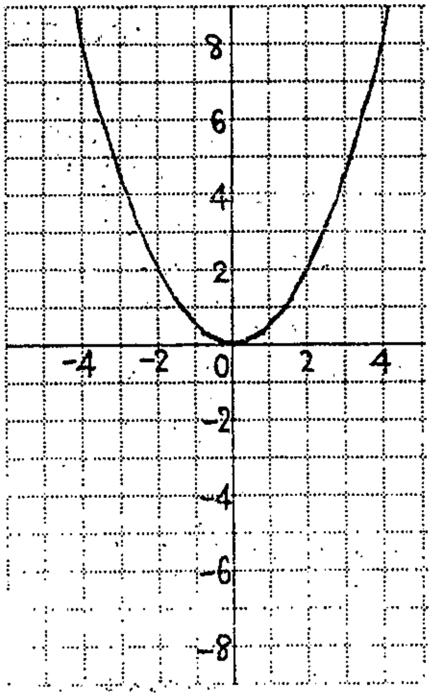
（１）yをxの式で表しなさい。

（２）体積が128π㎤のとき、半径は何㎝ですか。

７．右の図は、$y=\frac{1}{2}x^2$である。これをもとに次の関数のグラフをかきなさい。

（１）$y=\frac{1}{4}x^2$

（２）$y=-\frac{1}{2}x^2$



８．ある斜面に置かれたボールが転がり始めて、x秒後までに転がった距離をy mとする。xとyの間に

$$y=\frac{1}{4}x^2$$

という関係があるという。

次の問いに答えなさい。

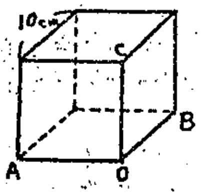
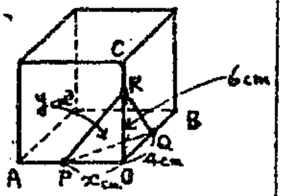
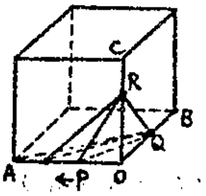
（１）転がり始めてから４秒後までには、何m転がりますか。

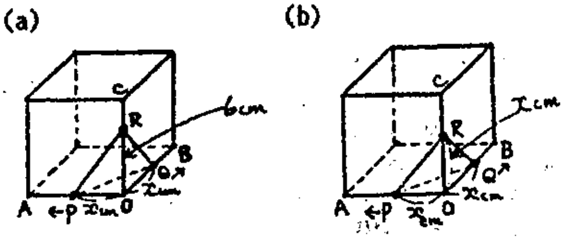
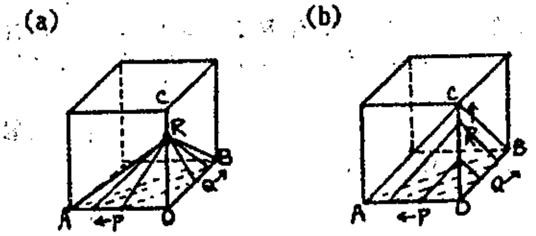
（２）転がり始めて４秒後から６秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

（３）転がり始めてから２ｍ２５㎝転がるには何秒かかりますか。

○第8時「いろいろな関数（1）」・・・（第1次）

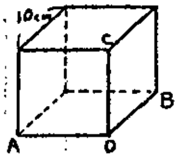
＜ねらい＞・具体的な事象の中からいろいろな関数を見い出し、表、グラフ、式などで表し変化や対応の特徴をとらえ、関数について理解をさせる。

指導内容	学習活動	指導上の留意点
課題場面を提示する。	**課題場面** 右の図のような1辺10cmの立方体がある。 点P、Q、Rはそれぞれ辺OA、OB、OC上の点である。  	
課題を把握させる。	（I）点Q、RはOQ＝4cm、OR＝6cmの位置に停止し、点Pは頂点Oを出発し、毎秒1cmの速さでAまで動く。点PがOを出発してからX秒後の三角すいR-POQの体積をYcm³とする。XとYとの関係を調べる。	上のような図を与える。 点の位置など与えられた条件を確認させるために、点P、Q Rや辺の長さなどを図にかきこませる。
	①与えられた図に点P、Q、R、三角すいR-POQ、X、Yなどをかきこむ。	
YをXの式で表させる。	②YをXの式で表す。 $Y=4X$  	
	③ ②の理由を確認する。 $Y=\frac{1}{3}\times X\times 4\times\frac{1}{2}\times 6$ だから $Y=4X$	三角すいの体積についての公式を板書しておき⑦の指導にも生かす。
三角すいR-POQの形の変化をとらえさせる。	④三角すいR-POQの形が変わっていくようすを図にかきこむ。  ⑤X、Yの変域を考える。 $0\leqq X\leqq 10$、$0\leqq Y\leqq 40$	点Pを3カ所くらいとり、三角すいR-POQの形の変化を具体的なイメージでつかませる。
課題を把握させる。	（II）次の(a)、(b)のそれぞれの条件についてXとYとの関係を調べる。 (a) 点RはOR＝6cmの位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1cmの速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してからX秒後の三角すいR-POQの体積をYcm³とする。	

	(b) 点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1cmの速さで、A、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してからx秒後の三角すいR-POQの体積を$y$cm³とする。	「課題場面」にあるような図を与える。
	⑥与えられた図に点P、Q、R、三角すいR-POQ x、yなどをかきこむ。 (a)　(b)  	
yをxの式で表させる。	⑦yをxの式で表す。 (a) $y = x^2$　(b) $y = \frac{1}{6}x^3$ ⑧ ⑦の理由を (a) $y = \frac{1}{3} \times x \times x \times \frac{1}{2} \times 6$ だから $y = x^2$ (b) $y = \frac{1}{3} \times x \times x \times \frac{1}{2} \times x$ だから $y = \frac{1}{6}x^3$	③で板書した三角すいの体積についての公式を利用する。
三角すいR-POQの形の変化をとらえさせる。	⑨三角すいR-POQの形が変わっていくようすを図にかきこむ。 (a)　(b)  ⑩x、yの変域を考える。 (a) $0 \leq x \leq 10$、$0 \leq y \leq 100$ (b) $0 \leq x \leq 10$、$0 \leq y \leq \frac{500}{3}$	時間がない場合は、教師がTPを重ねて形が変わっていくようすを見せる。

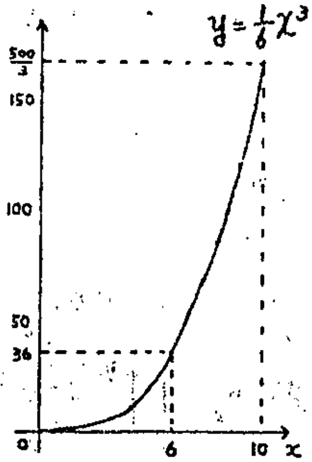
○第９時「いろいろな関数（１）」・・・（第２次）

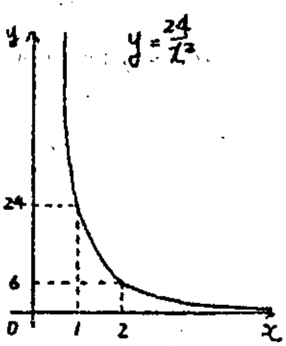
＜ねらい＞・具体的な事象の中からいろいろな関数を見い出し、表、グラフ、式などで表し変化や対応の特徴をとらえ、関数について理解をさせる。

<table>
<tr><th>指導内容</th><th>学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>前時の課題場面を思い出させる。
課題を把握させる。</td><td>⑪ 前時の課題場面を思い出す。
（Ⅲ）点P、Qは頂点Oを出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでA、Bまで動く。そのとき、点Rは三角すいR-POQの体積が４cm³で一定になるように動く点P、QがOを出発してからX秒後のORの長さをYcmとする。XとYとの関係を調べる。</td><td> </td></tr>
<tr><td></td><td>⑫与えられた図に点P、Q、R、三角すいR-POQ、X、Yなどをかきこむ。</td><td>前時の課題場面で提示した上のような図を与える。</td></tr>
<tr><td></td><td>⑬YをXの式で表す。
$y=\frac{24}{x^2}$
⑭ ⑬の理由を確認する。
$4=\frac{1}{3}\times X\times X\times\frac{1}{2}\times Y$ だから $y=\frac{24}{x^2}$</td><td>TPを使い、三角すいR-POQの形の変わっていくようすを見せる。</td></tr>
<tr><td></td><td>⑮点Rが動く方向を考える。
ア.２秒後、３秒後・・・の点Pの位置を計算する。
イ.OP、OQが長くなるのだからORはだんだん短くなる。
・・・
・「CからOの方向に動く。」</td><td>点P、Qは頂点Oから出発できなかったことにふれる。
X、Yの変域は生徒の実態に応じて扱う。</td></tr>
<tr><td>$y=\frac{24}{x^2}$ について、変化のようすを調べさせる。</td><td>⑯$y=\frac{24}{x^2}$について、表をかき、値の変化を調べる。
$\begin{array}{c|cccccc} & & \overset{+1}{\curvearrowright} & & \overset{+1}{\curvearrowright} & & \\ X & \cancel{0} & 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots\cdots \\ \hline Y & \cancel{} & 24 & 6 & \frac{8}{3} & \frac{3}{2} & \cdots\cdots \\ & & \underset{-18}{\curvearrowleft} & & \underset{-\frac{7}{6}}{\curvearrowleft} & & \end{array}$</td><td>時間がない場合は表は教師が示し、生徒は２つくらいのYの値を計算させる程度でよい。
０の扱いに注意する。</td></tr>
<tr><td></td><td>⑰前時②$Y=4X$、⑦(a)$Y=X^2$、(b)$Y=\frac{1}{6}X^3$の値の変化のようすを調べる。</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
②
<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">+1</td><td colspan="2">+1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>・・・・・</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Y</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>・・・・・</td><td>40</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">+4</td><td colspan="2">+4</td><td></td><td></td></tr>
</table>
⑦(a)
<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">+1</td><td colspan="2">+1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>・・・・・</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Y</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>・・・・</td><td>100</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">+3</td><td colspan="2">+7</td><td></td><td></td></tr>
</table>
(b)
<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">+1</td><td colspan="2">+1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>・・・・・</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Y</td><td>0</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>$\frac{9}{2}$</td><td>$\frac{32}{3}$</td><td>・・・・・</td><td>$\frac{500}{3}$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">$+\frac{7}{6}$</td><td colspan="2">$+\frac{37}{6}$</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>Xの値が1増加するときのYの増加量について2カ所くらいで調べる。

Xの値がn倍ならばYの値はn^2倍になるという見方が生徒から出たらそれにふれる。</td>
</tr>
<tr>
<td>第8時、本時で扱った関数のグラフについて調べさせる。</td>
<td>
⑲$y=4x$、$y=x^2$、$y=\frac{1}{6}x^3$、$y=\frac{24}{x^2}$のグラフはどのようなグラフになるのかを考える。

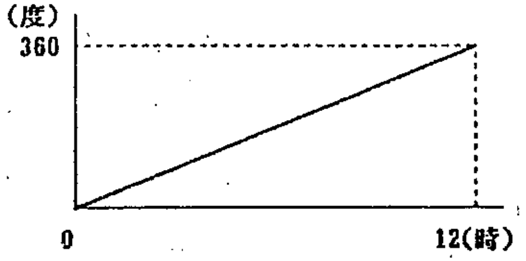
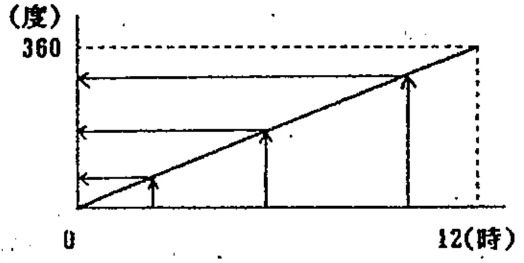
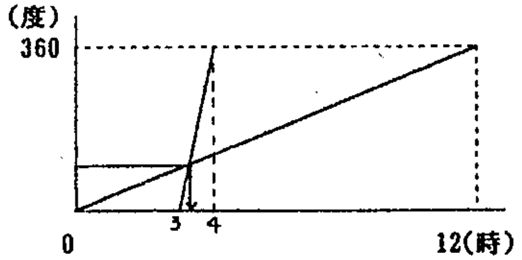
⑳$y=4x$、$y=x^2$、$y=\frac{1}{6}x^3$、$y=\frac{24}{x^2}$（$x>0$）のグラフをかく。


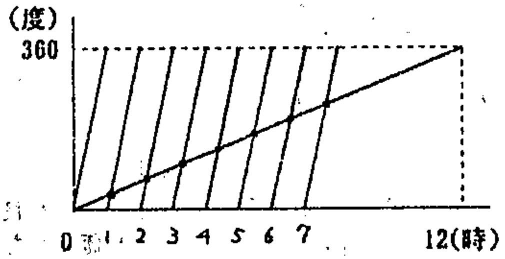
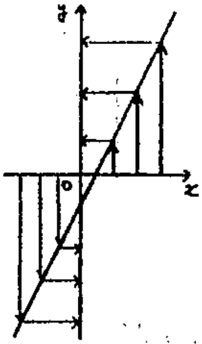
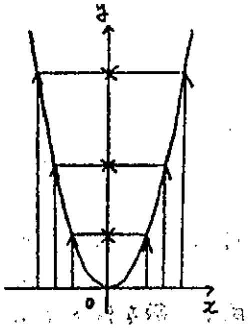
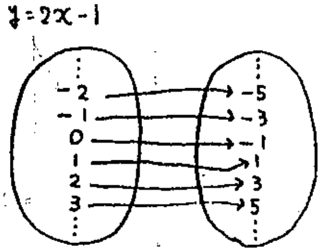
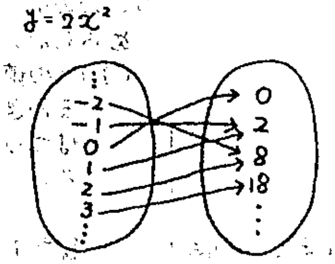


</td>
<td>生徒の実態に応じて教師がグラフを見せて終わらせてもよい。

かきたいグラフを生徒に選ばせ、発表させる方法もある。
生徒の興味に応じてXの変域を0と負の範囲までひろげて考えさせてもよい。</td>
</tr>
</table>

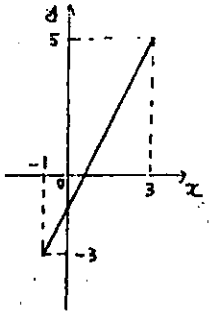
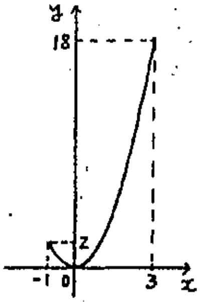
○第１０時指導案「いろいろな関数（２）」・・・（第１次）
（ねらい）・今までに学習した関数を対応による見方で考察し、関数についての理解を深める。

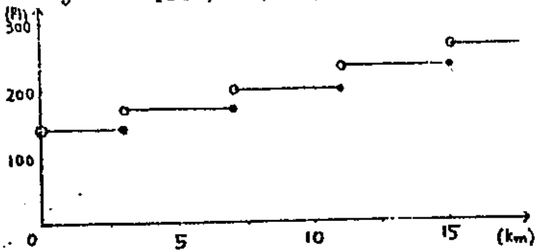
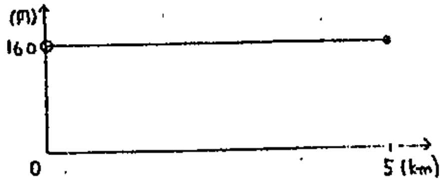
指導内容	学習内容	指導上の留意点
課題を提示する	**課題場面** 次のグラフは時間にともなって角度が変化するようすを表したものである。 	自由に考えさせる。
	（Ⅰ）①グラフからわかることを発表する。 ｱ.直線　ｲ.比例のグラフ　ｳ.y＝３０x ｴ.１２時間で３６０° ｵ.１時間で３０° ｶ.時計の短針の動くようすを表している	０時のときが０°で、それを基準にして、時計回りの方向に角度をはかっていることを確認する。
	②グラフ上で、xの値に対してyの値がただ１つ対応していることを確かめる。 	
	（Ⅱ）上のグラフを使って、３時から４時の間で長針と短針が重なる時刻を求める。	上のグラフが時計の短針の動くようすを表していることを確認する。
	③３時から４時までの間の長針の動くようすをグラフに表す。 	１時間で３６０°動くことに気づかせる。 ３時０分は０°であることを確認する。

	④長針と短針が重なるというのは、グラフ上ではどこに表れているか、考える。 ア.２つのグラフの交点 ⑤２つの直線の式から正確な時刻を求める。 ・長針…$y=360x-360\times3$ ・短針…$y=30x$ $(360x-360\times3)-30x=0$ $x=3-$ ⑥３時から４時以外の場合もグラフで確かめる 	２つのグラフで、xの値に対応するyの値が等しいところを示せばよいことに気づかせる。 ２つの式の差が０であることに気づかせる。 等間隔に交点があることに気づかせる。
対応のようすを確かめさせる。	⑦２つの関数$y=2x-1$と$y=2x^2$について、グラフから対応のようすを調べる。   ア.$y=2x-1$ 異なるxの値に対して、異なるyの値が対応している。 イ.$y=2x^2$ 異なるxの値に対して、同じyの値が対応するものがある。 ウ.対応のようすに違いはあるが、xの値を１つ決めると、yの値がただ１つきまる。 ⑧xの変域をX、yの変域をYと表し、Xを数全体の集合とすると、Yも数全体の集合となることを確かめる。	グラフは教師が与える。 対応のようすを表す図は生徒にかかせる。  
関数を定義する	⑧関数の定義 集合Xにふくまれるxの値に、集合Yにふくまれるyの値がただ１つだけ対応しているときその対応をXからYへの関数という。	「対応」が関数であることを強調する。

○第１１時指導案「いろいろな関数（２）」・・・（第２次）

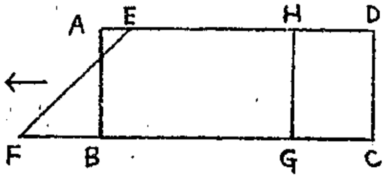
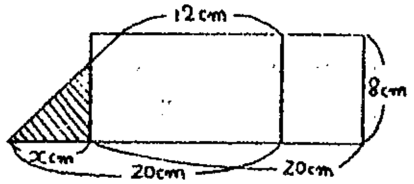
〈ねらい〉・対応による見方で、変域を求めたり、式に表せない関数を考察することにより、関数についての理解をさらに深める。

指導内容	学習内容	指導上の留意点
xの変域からyの変域を求めさせる。	問題 xの変域を$-1\leqq x\leqq 3$とするとき、次の関数(１)(２)について、yの変域を求めなさい。 (１)$y=2x-1$　(２)$y=2x^2$ ①自由に考える。 ア.両端の数を代入　イ.表　ウ.グラフ ②発表する。 (１)$y=2x-1$　(２)$y=2x^2$   $-3\leqq y\leqq 5$　$0\leqq y\leqq 18$ ③(２)の場合、両端の数を代入するだけでは求められない理由を考える。 (１)xの値が増加するとき、yの値はつねに増加する。 (２)yの値は$x=0$を境にして、減少から増加に変わる。	グラフを使って対応のようすを確かめながら求めることのよさを確認する。
式に表せない関数について、対応のようすを調べさせる。	課題１ (１)ある地下鉄の料金は下の表のようになっている。 ０～　３km以下　→　１４０円 ３～　７km以下　→　１７０円 ７～１１km以下　→　２００円 １１～１５km以下　→　２３０円 １５～　km以下　→　２６０円 乗車距離と料金との関係を調べよう。	

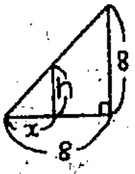
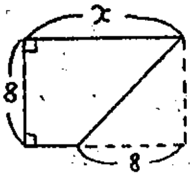
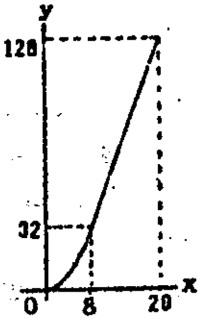
	④自由に考え、発表する。 ア.グラフ　イ.式　ウ.対応のようすを表す図	
	⑤料金は乗車距離の関数かどうか調べる。 $x > 0$ y…… {140,170,200,230,260} 	x、yの変域を確認する。 yの変域のかき方にふれる。 グラフ上の○と●の意味にふれる。
	⑥逆の対応は関数であるかどうか調べる。	関数は対応の向きが大切であることをおさえる。
	課題1 (2)A駅からB団地までのバス料金は均一160円で、A駅からB団地までの道のりは5kmである。乗車距離と料金との関係を調べよう。	生徒の実態に応じて、課題1の(1)と並行して行ってもよい。
	⑦料金は乗車距離の関数かどうか調べる。 $0 < x \leqq 5$　　y…… {160} 	x、yの変域を確認する。
	課題2 xを1けたの自然数とする。xを3で割ったときの余りをyとしたとき、xとyとの関係を調べよう。	1つ1つていねいに対応のようすを調べさせる。
	⑧自由に考え、発表する。 ア.グラフ　イ.表　ウ.式 エ.対応のようすを表す図	
	⑨yはxの関数であるか調べる。	
関数でない例を考えさせる。	⑩関数にならない例を考え、発表し確認する。 例1：yはxの約数である 例2：yはxの平方根である	

○第１２時指導案「関数の利用」

（ねらい）・具体的な事象の中から、関数関係にある２つの数量を取り出し、その関数の特徴を調べられるようにする。

指導内容	学習内容	指導上の留意点
課題を提示する	**課題** 下の図のように、長方形ＡＢＣＤの封筒から台形ＥＦＧＨの画用紙を引き出していく。このとき何が変わりますか。  	１年生で学習したことを思い出させ、封筒を使ってやって見せる。 画用紙には１㎝ごとに線を入れておき、遠くからでも変化が見やすいようにする。
変量を見つけさせる	①変わるものをあげる。 ア.画用紙の引き出した部分の面積 イ.封筒の中の画用紙の面積 ウ.封筒の中のカラの部分の面積 エ.引き出した画用紙にかかれた線の数 オ.引き出した長さ カ.引き出した画用紙と封筒の境の部分の長さ	面積や長さに着目させる。 深入りしない。
変化のようすを調べさせる	画用紙の引き出した部分の面積の変化について調べる。 ②調べるために必要な量を示す。  ③画用紙をx㎝引き出したとき、引き出した部分の面積をy cm^2 とする。このとき、xの変域を求める。 ア.$0 \leqq x \leqq 20$　ただし、$x=8$で変わる。 ④xとyとの関係を調べる。 ア.表をかいて調べる。	生徒から自然に出させる。 ゆっくり引き出し、変化のようすを視覚的にとらえさせる 生徒の考えを生かす。

引き出した長さ	0	1	2	3	4	5	………	16	17	18	19	20
面積	0		2		8			96	104	112	120	128

	イ.式をつくって調べる。 0≦x≦8のとき ・$y = x \times x \times \frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x^2$  直角二等辺三角形より h = x ・xの値が2倍、3倍、…になれば、yの値は2^2倍3^2倍、…になる。 ・xの値が1増えると、yの値の増え方は大きくなる。 8≦x≦20のとき ・$y = 8x - 32$ ・$y = x \times 8 - 8 \times 8 \times \frac{1}{2}$ ・$y = 8 \times 8 \times \frac{1}{2} + (x - 8) \times 8$ ・$y = (x - 8 + x) \times 8 \times \frac{1}{2}$ ・表から、$y = 8x + b$ ・yはxの1次関数。 ・xの値が1ずつ増えると、yの値は8ずつ増える。   ウ.グラフをかいて調べる。 ⑤xとyの変域を求める。 ア.xの変域(集合X) 0≦x≦20 イ.yの変域(集合Y) 0≦x≦128 	x=8のときを境にして考えさせる。 変域に注意して立式させる。 場合によって、2cm引き出したときの面積の求め方を指導する。 いろいろな方法で立式させる x=8のとき、両方の式に代入して成り立つことを確認する。 グラフは、場合により教師が提示する。
関数の確認をさせる	⑥関数の確認をする。 ・この対応は、集合Xのどの要素にも1つだけ集合Yの要素が対応するから、集合Xから集合Yへの関数である。	
求めた式を利用させる	[問] (1)画用紙を 2.5cm引き出したとき、引き出した部分の面積は何cm^{2}か。また、17.5cm引き出したときの面積は何cm^{2}か。 (2)画用紙の引き出した部分の面積が 25cm^{2}になるのは何cm引き出したときか。また、75cm^{2}になるのは何cm引き出したときか。	時間によっては、自宅学習にする。
まとめ	◎関数の特徴を調べるには、表、グラフ、式が有効な手だてである。	

3　今後の課題

本委員会は、今後、次の点について研究を続けていこうと考えている。

（1）　現在の中学校での関数指導の問題点や、小学校や高等学校での実際の指導をふまえて、中学校3か年を見通した関数カリキュラムについて、より綿密な検討を行う。そしてそれにもとづいて特に小学校と中学校との関連を配慮しながら、指導計画や指導案を作成し、授業研究を通して実証的に検討する。

（2）　今年度の研究の中心でもある「関数の利用」の指導について検討を続け、適切な課題を工夫し、関数の分野において数学的な考え方を一層伸ばす指導を追究する。

さらに、そこでの考察をもとに、他の分野との関連も考えて、総合的な課題解決力を伸ばすための指導について考察する。

（3）　関数の分野以外で、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討する。そして、そこでの指導と関数の分野での指導との関連を明らかにし、より適切な関数指導を追究する。

（4）　評価の観点および評価問題を再検討し、適切な関数の評価について追究していく。

（5）　一人ひとりの生徒の関数概念についての理解は、どのように高まり深まるかを考察する。そして、生徒の関数概念についての理解を高めるには、どのような内容をどのように指導すればよいかについての実証的検討を行う。

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

岩木敬二郎	（元 板橋区立中台中）	半田　進	（東京学芸大附属小金井中）
遠藤　國雄	（板橋区立第四中学校）	居駒　永信	（練馬区立谷原中）
須藤　哲夫	（品川区立伊藤中）	奥田佐夫郎	（新宿区立落合第二中）
小澤　慶晃	（品川区立大崎中）	風間喜美江	（墨田区立本所中）
五島　芳夫	（港区立芝浜中）	山田　武司	（保谷市立ひばりが丘中）
橋爪　昭男	（中央区立日本橋中）	関　富美雄	（港区立御成門中）
浜仲　章	（三鷹市立第六中）	髙村　真彦	（練馬区立開進第四中）
髙木登美子	（江東区立東陽中）	吉田　直樹	（調布市立神代中）
近藤　和夫	（世田谷区立桜木中）	船越　泰	（練馬区立大泉南小）
小林　博	（足立区立江南中）	山本　恵悟	（足立区立谷中中）
髙山　康史	（江戸川区立西葛西中）		