中学校関数指導における評価について

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

１．研究の経過とねらい

本委員会では、この10年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

昭和57年度までに、評価問題を作成、実施した結果、「１次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度には、第２学年「１次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第１学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているのかが問題となった。昭和59、60年度には、第１学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。さらに、昭和60年度には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について、提言を行った。昭和61年度には、関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。平成２、３年度は、新学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成した。

以上の経過を踏まえ、今年度は次のことをねらいとして研究を進めた。

・評価の観点及び評価問題を再検討し、適切な関数指導はどのようにすべきかを考察すること

今発表大会では、特に、第２学年を中心に報告する。

２．研究の内容

（１）研究の方法

関数の評価を行うためには、何を評価するのかを明確にする必要がある。本委員会では、具体的・分析的に評価を行うために、評価の観点を明確にした評価問題を作成することにした。まず、縦の欄に内容の要素を、横の欄に行動の要素を配置し、その交わる欄に具体的な評価の観点を書き入れた表をつくる。次に、その評価の観点に沿った評価問題を作成する。（※１）

第２学年の１次関数では、学習内容を「Ⅰ１次関数」「Ⅱ値の変化」「Ⅲグラフ」「Ⅳ式の決定」「Ⅴ利用」に分け、これらを内容の要素とした。また、行動の要素は、「Ａ知識・理解」「Ｂ技能」「Ｃ見方・考え方」「Ｄ関心・態度」とした。

行動の要素 ＼ 内容の要素	A	B	C	D
Ⅰ				
Ⅱ				
Ⅲ				
Ⅳ				
Ⅴ				

(2) １次関数　評価　行動・内容の要素の表

<table>
<tr><th>行動の要素
内容の要素</th><th>A．知識・理解</th><th>B．技能</th><th>C．見方・考え方</th><th>D．関心・態度</th></tr>
<tr><td>Ⅰ．１次関数</td><td>１．1次関数の定義を知る。
２．比例が1次関数の特別な場合であることを理解する。
３．1次関数は、xに比例する量と一定の量との和とみられることを理解する。</td><td></td><td rowspan="5">事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。
・依存関係に着目する
・表現のしかた
表、式、グラフをつくる
・特徴をとらえる
表、グラフの見方と特徴
式の形の特徴
・対応関係に着目する
集合、順序、対応、変数、変域
・直観
・見通し（帰納）
・一般化　抽象化　具体化
・単純化
・置き換え
・論理
・検証
（※２）</td><td rowspan="5">Cに記されたいろいろな見方・考え方を使って、問題を解決しようとする。</td></tr>
<tr><td>Ⅱ．値の変化</td><td>１．変化の割合の定義を知る。
２．1次関数の変化の割合は一定で、aに等しいことを理解する。
３．1次関数の変化の割合は、xの値が1ずつ増加するときのyの増加量であることを理解する。</td><td>１．xの値に対応するyの値を求めることができる。
２．1次関数y＝ax＋bの表を観察しながら、xの増加量に対するyの増加量を求めることができる。
３．変化の割合を求めることができる。
４．変化の割合からyの増加量を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅲ．グラフ</td><td>１．1次関数y＝ax＋bのグラフは直線であることを知る。
２．1次関数y＝ax＋bのグラフは、y＝axのグラフをy軸の正の向きにbだけ平行移動したものであることを理解する。
３．1次関数y＝ax＋bのグラフにおいて、「傾き」、「切片」の意味を理解する。
４．1次関数y＝ax＋bのグラフは、
a＞0のときは右上がりの直線
a＜0のときは右下がりの直線
であることを理解する。</td><td>１．点をプロットしてグラフをかくことができる。
２．グラフが直線であるとき、そのグラフの「傾き」と「切片」を読みとることができる。
３．「傾き」と「切片」を使って、1次関数y＝ax＋bのグラフをかくことができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅳ．式の決定</td><td></td><td>１．表やグラフや条件から、1次関数の式を求めることができる。
aとb　aと1組のx、y
bと1組のx、y　2組のx、y</td></tr>
<tr><td>Ⅴ．利用</td><td colspan="2">（上記の評価の観点について、さらに深める。）</td></tr>
</table>

(3)「Ⅰ　1次関数」の評価問題

A　知識・理解

1．1次関数の定義を知る。

> 空らんをうめて、1次関数の定義を完成させなさい
>
> yがxの関数で、yがxの＿＿＿で表されるとき、つまり
>
> $$y=ax+b$$
>
> のとき、yはxの1次関数であるという。

> 次の式の中から、yがxの1次関数になっているものをあげなさい。
>
> ①　$y=3x+5$　　②　$y=x^2$
>
> ③　$y=-x+3$　　④　$y=3/x$

2．比例が1次関数の特別な場合であることを理解する。

> 次の式の中から、（1）yがxの1次関数になっているもの、（2）yがxに比例しているものをあげなさい。
>
> ①　$y=2x-3$　　②　$y=5/x$
>
> ③　$y=4x$　　④　$y=3x^2$

B　技能

3．1次関数は、xに比例する量と一定の量との和とみられることを理解する。

> 長さが15cmのばねがある。おもりの重さが200gまでの範囲では、ばねののびはおもりの重さに比例し、1gにつき0．04cmずつのびる。xgのおもりをつるしたときのばねの長さをycmとすると、xとyとの関係は、$y=0.04x+15$と表すことができる。このとき、xに比例する量、一定の量はそれぞれ何ですか。式とことばで答えなさい。

C　見方・考え方

> 次の①～③について、yがxの1次関数であるものはどれですか
>
> ①　1辺がxcmの正方形の面積がycm^2
>
> ②　1本が80円の鉛筆をx本と50円の消しゴムを1つ買ったときの代金がy円
>
> ③　90cmのひもから、1本xcmのひもを3本切りとったときのひもの長さがycm

> 深さ80cmの直方体の容器に、底から20cmの高さまで水が入っている。この中に、毎分5cmの割合で高さがふえるように水を入れる。x分後の水の高さをycmとするとき、次の問に答えなさい。
>
> ①　yをxの式で表しなさい。
>
> ②　容器がいっぱいになるのは、何分後ですか。

(4) 「II　値の変化」の評価問題

A　知識・理解

1．変化の割合の定義を知る。

> 変化の割合の意味について、空らんにことばをうめて、完成させなさい。
>
> 変化の割合＝ $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

2．1次関数の変化の割合は一定で、aに等しいことを理解する。

> yはxの1次関数で、次の表のような値をとっている。空らんにあてはまる数を求めなさい。

x	1	2	4	7
y	－1	1	□	□

> 次の1次関数について、変化の割合をいいなさい。
>
> ①　$y=5x-2$　　②　$y=\frac{3}{5}x+1$
> ③　$y=-2x$

3．1次関数の変化の割合は、xの値が1ずつ増加するときのyの増加量であることを理解する。

> 次の1次関数について、xの値が1ずつ増加したときのyの増加量を求めなさい。
>
> ①　$y=2x+4$　　②　$y=\frac{2}{3}x-1$
> ③　$y=-3x+2$

B　技能

1．xの値に対応するyの値を求めることができる。

> 1次関数$y=2x+3$について、$x=-2$、-1、0、1、2、3、4のときのyの値をそれぞれ求めなさい。

2．1次関数$y=ax+b$の表を観察しながら、xの増加量に対するyの増加量を求めることができる。

> 1次関数$y=2x+3$について、次の空らんをうめなさい。
>
> ①　xが1から4まで増加するとき、xの増加量は＿＿であり、yの増加量は＿＿である。
> ②　xが1ずつ増加するごとに、yは＿＿ずつ増加する
> ③　xが2ずつ増加するごとに、yは＿＿ずつ増加する
> ④　xが3ずつ増加するごとに、yは＿＿ずつ増加する

3．変化の割合を求めることができる。

> 次のときの、変化の割合を求めなさい。
>
> ①　1次関数$y=2x+3$について、xが1から4まで増加するとき
> ②　1次関数$y=-2x-5$について、xが－3から2まで増加するとき
> ③　1次関数$y=\frac{7}{3}x-3$について、xが0から6まで増加するとき

4．変化の割合から、yの増加量を求めることができる。

> 1次関数$y=\frac{2}{3}x-4$において、xの値が15増加するときの、yの増加量を求めなさい。

C　見方・考え方

> 高さ50cmの容器に水を一定の割合で入れている。3分後の水の高さが20cm、7分後の水の高さが32cmのとき、次の問に答えなさい。
>
> ①　12分後の水の高さを求めなさい。
> ②　はじめの水の高さを求めなさい。

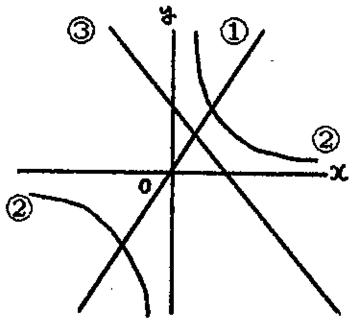
（5）「Ⅲ　グラフ」の評価問題

A　知識・理解

1．1次関数 $y=ax+b$ のグラフは直線であることを知る。

次の関数の中から、グラフが直線であるものを選びなさい。
① $y=2x-1$　② $y=3x$
③ $y=3/x$　④ $y=-2x+1$

次のグラフの中から、1次関数のグラフであるものを選びなさい。



2．1次関数 $y=ax+b$ のグラフは、$y=ax$ のグラフを y 軸の正の向きに b だけ平行移動したものであることを理解する。

次の式の中から、$y=2x$ のグラフを正の向きに5だけ平行移動したグラフになるものを選びなさい。
① $y=2x-5$　② $y=7x$
③ $y=2x+5$　④ $y=-2x+5$

3．1次関数 $y=ax+b$ のグラフにおいて、「傾き」、「切片」の意味を理解する。

次の1次関数について、グラフの傾きと切片をいいなさい。
① $y=3x-4$　② $y=-\frac{3}{2}x+6$

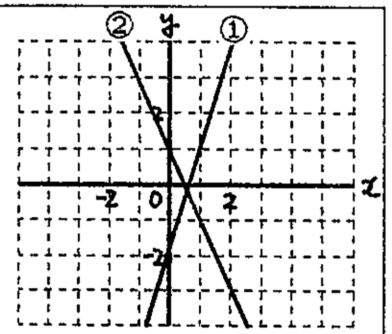
B　技能

1．点をプロットして、グラフをかくことができる。

1次関数 $y=3x-2$ のグラフを、対応する x、y の値の組を求めてかきなさい。

2．グラフが直線であるとき、そのグラフの「傾き」と「切片」を読みとることができる。

次のグラフの傾きと切片を求めなさい。



3．傾きと切片を使って、1次関数 $y=ax+b$ のグラフをかくことができる。

次の1次関数のグラフをかきなさい。
① $y=2x+1$　② $y=-3x+5$
③ $y=\frac{2}{3}x+2$　④ $y=-\frac{4}{3}x-3$

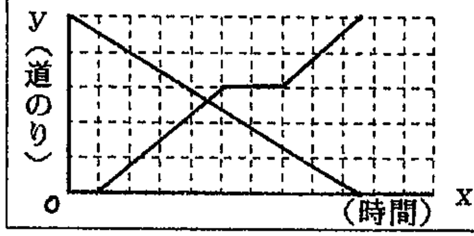
4．1次関数 $y=ax+b$ のグラフは、$a>0$ のときは右上がりの直線、$a<0$ のときは右下がりの直線、であることを理解する。

次の1次関数の中で、グラフが右上がりの直線になっているものを選びなさい。
① $y=3x-5$　② $y=-2x+3$
③ $y=-x-1$　④ $y=2x+5$

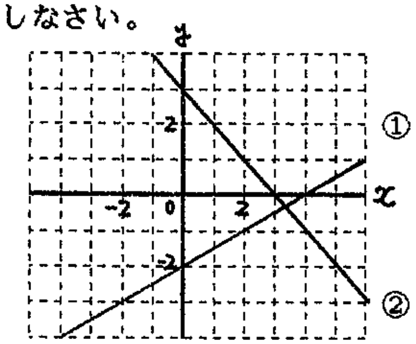
C　見方・考え方

1次関数 $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ のグラフをかきなさい。

下のグラフは、P、Q間を結ぶ道路を、A、Bの2つの車が走ったようすを示している。x 軸に時間を、y 軸にP地点からの道のりを取り、時間と2つの車の位置関係を表している。このグラフからわかることをあげなさい。



次のグラフから、直線の傾きが正であるか、負であるか、判定しなさい。



（６）「Ⅳ　式の決定」の評価問題

B　技能	C　見方・考え方

１．表やグラフや条件から、１次関数の式を求めることができる。

《表》

次の表は、ｙはｘの１次関数であることを表している。ｙをｘの式で表しなさい。

①

x	−1	0	1	2	3	4
y	3	5	7	9	11	13

②

x	3	4	5	6	7
y	15	11	7	3	−1

《ａと１組のｘ、ｙ》

グラフの傾きが２で、ｙ軸上の切片が５の直線の式を求めなさい。

変化の割合が２で、ｘ＝０のときｙ＝５である１次関数の式を求めなさい。

ｘの値が１増加するときのｙの増加量が２で、ｘ＝０のときｙ＝５である１次関数の式を求めなさい

⋮

直線ｙ＝２ｘ−３に平行で、（２、５）を通る直線の式を求めなさい。

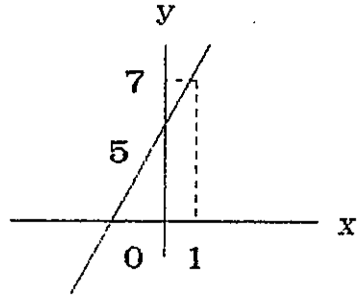
《ｂと１組のｘ、ｙ》

グラフのｙ軸上の切片が５で、（２、９）を通る直線の式を求めなさい。

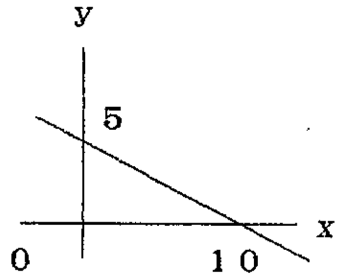
ｘ＝０のときｙ＝５で、ｘ＝２のときｙ＝９となる直線の式を求めなさい。

下の直線の式を求めなさい。

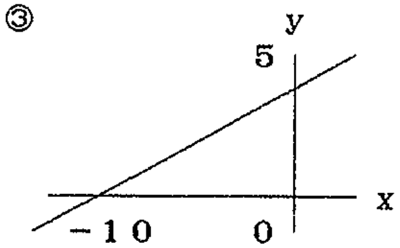
①



②



③

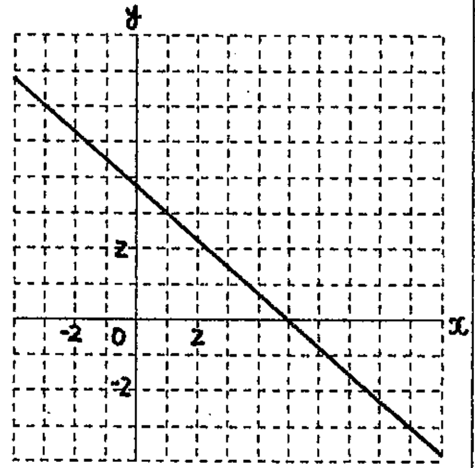


《２組のｘ、ｙ》

ｘ＝１のときｙ＝１、ｘ＝５のときｙ＝１３である１次関数の式を求めなさい。

２点（１、１）、（５、１３）を通る直線の式を求めなさい。

次の直線の式を求めなさい。

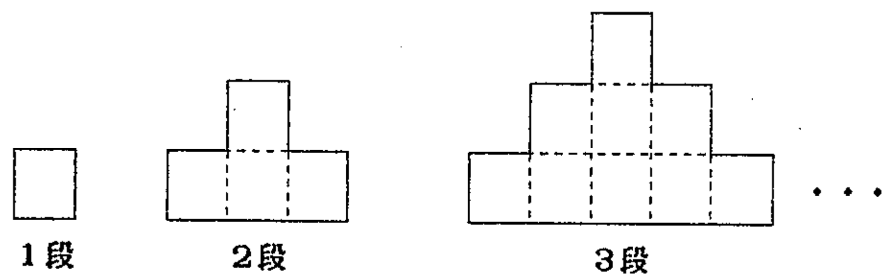


（7）「Ⅴ　利用」の評価問題について

「Ⅴ　利用」の評価問題は、
①「A　知識・理解」「B　技能」がいっそう深まっているか。
②「C　見方・考え方」が広がりを持ちながら身についているか。
を評価できるものでなくてはいけないと考えている。
特に、②について、広がりを持ちながら身についているかを単純に１つの問題で明らかにすることはむずかしい。
そこで、第２学年「１次関数」の「利用」で扱っている課題について、生徒の反応や活動にはどのような「見方・考え方」があるのかを探ることにした。
（ただし、見方・考え方の内容例を明記したことは、分類することが目的ではなく、また、確定しにくい場面も多い。）

①課題場面（第２学年　第１０時「関数の利用」）
［この課題は本委員会が昭和５５年度に開発したものである］

１辺が１cmの正方形を、下の図のように積んで行く。



②課題に対する生徒の反応と「見方・考え方」の内容

（１）４段の図をかきなさい。

（２）１０段のときの図形の周の長さを求めなさい。

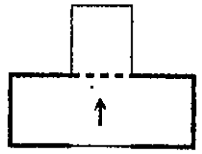
ア．周の長さを求めるときに、段数をもとにして考える。　→依存関係

イ．表、式をつくる。　→表現のしかた

x	$1 \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{1} 4$	…
y	$4 \xrightarrow[6]{} 10 \xrightarrow[6]{} 16 \xrightarrow[6]{} 22$	…

→特徴

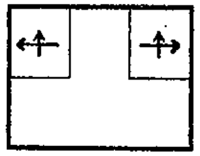
表の変化のようすから、変化の割合が６となるだろう。　→見通し（帰納）



底辺の中央部分を移動する。　→見通し（帰納）置き換え

太線の部分から変化の割合が６と考えてよい。　→論理

ウ．図形から考える。



辺を移動し、長方形をつくって考える。　→単純化・置き換え

（３）１０段のときの図形の１番下の段の正方形の数を求めなさい。

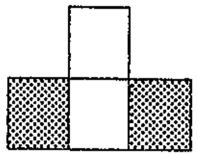
ア．表、式をつくる　→表現のしかた

x	$1 \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{1} 4$	…
y	$1 \xrightarrow[2]{} 3 \xrightarrow[2]{} 5 \xrightarrow[2]{} 7$	…

→特徴

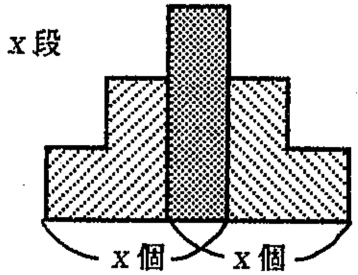
表の変化のようすから、変化の割合は２となるだろう。　→見通し（帰納）

イ．１段増えると、両端に２つの正方形が増える。　→直観



$1+2\times(10-1)=19$　→論理

ウ．段数と１番下の段の正方形の数が同じである片側の階段に分ける。　→<u>単純化・一般化</u>



２×１０－１＝１９

（４）１０段のときの図形の面積を求めなさい。

ア．表をつくる。　→<u>表現のしかた</u>

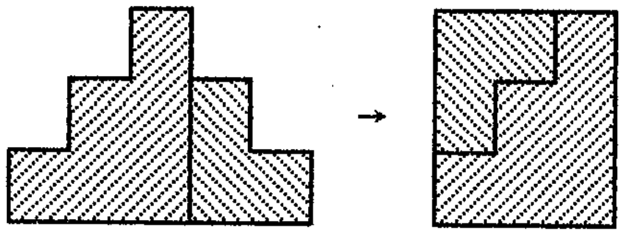
x	$1 \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{1} 4$	…
y	$1 \underset{3}{\rightarrow} 4 \underset{5}{\rightarrow} 9 \underset{7}{\rightarrow} 16$	…

１次関数ではない。　→<u>特徴</u>

イ．式をつくる。

ａ．表から　$y = x^2$　→<u>直観</u>

ｂ．図形から　→<u>単純化・論理</u>



３．今後の課題

中学校関数指導の評価について、再検討を行う入口に立ったばかりであるので、課題は山積みであるが、本委員会では、次のことを中心に研究を続けるつもりである。

（１）行動・内容の要素から評価の観点を見直したわけであるが、その観点をさらに考察し、それらに沿った評価問題の作成を続ける。そして、次に「Ａ　知識・理解」「Ｂ　技能」「Ｃ　見方・考え方」を複合した評価問題を作成する。

（２）「Ｃ　見方・考え方」の内容をさらに分析し、「Ｖ　利用」の評価問題について作成、考察する。

（３）「Ｄ　関心・態度」の内容について考察する。

（４）第１、３学年についても、第２学年と同様の研究を進める。

（５）評価問題を生徒に実施し、分析・考察を行う。それをもとに、関数指導をどのように改善すべきかを考察する。

参考文献　※１　石田恒好「評価目標の規定とその具体化」
※２　片桐重男「数学的考え方の具体化」

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

岩木敬二郎　（元　板橋区立中台中）
遠藤　国雄　（板橋区立第四中）
須藤　哲夫　（品川区立伊藤中）
小澤　慶晃　（品川区立大崎中）
五島　芳夫　（港区立芝浜中）
橋爪　昭男　（中央区立日本橋中）
浜仲　章　（国分寺市立第五中）
吉田　直樹　（調布市立神代中）
船越　泰　（練馬区立大泉南小）
山本　恵悟　（足立区立谷中中）
鈴木　恒男　（台東区立上野中）
大沢　弘典　（品川区立城南中）
半田　進　（東京学芸大附属小金井中）
居駒　永信　（練馬区立谷原中）
奥田佐夫郎　（新宿区立落合第二中）
風間喜美江　（墨田区立本所中）
山田　武司　（保谷市立ひばりが丘中）
関　富美雄　（港区立御成門中）
高村　真彦　（練馬区立開進第四中）
近藤　和夫　（世田谷区立桜木中）
小林　博　（練馬区立大泉中）
高山　康史　（江戸川区立西葛西中）
吉田　裕行　（品川区立伊藤中）