中学校関数指導における評価について

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

１．研究の経過とねらい

本委員会では、この10年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

昭和57年度まで[1]に、評価問題を作成、実施した結果、「１次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度[2]には、第２学年「１次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第１学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているのかが問題となった。昭和59、60年度[3]には、第１学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。さらに、昭和60年度[4]には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について提言を行った。昭和61年度[5]には、関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度[6]は、各学年の関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。平成２、３年度[7]は、新学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成した。平成４、５年度[8]は、第２学年の評価の観点及び評価問題を再検討、実施し、結果の考察及び評価問題の改訂を行った。

以上の経過を踏まえ、今年度は次のことをねらいとして研究を進めた。

・評価の観点を再検討し、改訂評価問題を作成、実施する。そして、結果を考察する。
・数学的な見方・考え方の評価の観点を探る学習指導案を作成する。そして、授業研究を通して検討し、改訂指導案を作成する。さらに授業後に、数学的な見方・考え方の評価問題を作成、実施する。

今発表大会では、特に、第１学年・第３学年を中心に報告する。

２．研究の内容

（１）研究の方法

関数の評価を行うためには、何を評価するのかを明確にする必要がある。本委員会では、具体的・分析的に評価を行うために、評価の観点を明確にした評価問題を作成することにした。まず、縦の欄に内容の要素を、横の欄に行動の要素を配置し、その交わる欄に具体的な評価の観点を書き入れた表をつくる。次に、その評価の観点に沿った評価問題を作成する。（※１）

第１学年では、学習内容を「Ⅰともなって変わる量」「Ⅱ関数ｙ＝ａｘ」「Ⅲ関数ｙ＝ａｘのグラフ」「Ⅳ関数ｙ＝ａ／ｘとそのグラフ」「Ⅴ関数の利用」に分け、これらを内容の要素とした。第３学年では、学習内容を「Ⅰ２次関数」「Ⅱ関数$y=ax^2$のグラフ」「Ⅲ変化の割合」「Ⅳいろいろな関数」「Ⅴ関数の利用」に分け、これらを内容の要素とした。また、行動の要素は、「Ａ知識・理解」「Ｂ表現・処理」「Ｃ見方・考え方」「Ｄ関心・意欲・態度」とした。

行動の要素 ＼ 内容の要素	A	B	C	D
Ⅰ				
Ⅱ				
Ⅲ				
Ⅳ				
Ⅴ				

<table>
<tr><th></th><th>A．知識・理解</th><th>B．表現・処理</th><th>C．見方・考え方</th><th>D関心・意欲・態度</th></tr>
<tr><td>Ⅰ．ともなって変わる量</td><td>1　関数の考えを理解する。
・ともなって変わる量
・ともなって変わる2つの量
・変化と対応
2　変数、変域の意味を理解する。</td><td>1　具体的な事象から、ともなって変わる2つの量を見出すことができる。
2　ともなって変わる2つの量の関係を表に表すことができる。
3　ともなって変わる2つの量の変化のようすや対応の仕方を、表や式でとらえることができる。
4　変域を不等号を用いた式で表すことができる。</td><td rowspan="5">事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。
・依存関係に着目する
・表、グラフ、式をつくる
・表、グラフ、式からその特徴をとらえる
・対応関係に着目する
（集合、順序、対応、変数、変域）
・直観　見通し
・帰納的に考える
・演繹的に考える
・合理的に考える
・一般化する　特殊化する
・抽象化する　具体化する
・単純化する
・図形化する
・置き換えをする
・検証する</td><td rowspan="5">身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。
具体的な事象を関数的にとらえようとする。
解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。
・既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。
・簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。
関数的な見方・考え方のよさを実感する。
新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。</td></tr>
<tr><td>Ⅱ．関数 y＝ax</td><td>1　比例の定義を知る。
2　比例は一方が2倍、3倍、…になれば他方も2倍、3倍、…になることを理解する。
3　比例定数の意味を理解する。
4　変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも比例の関係が成り立つことを理解する。</td><td>1　ともなって変わる2つの量の間に、比例の関係を見出すことができる。
2　表からy＝axの形に表すことができる。
3　与えられた条件から、比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅲ．関数 y＝ax のグラフ</td><td>1　x軸、y軸、座標軸、原点、x座標、y座標の用語や座標の意味を理解する。
2　関数y＝axのグラフは、原点を通る直線であることを知る。
3　関数y＝axのグラフで
a＞0のときは右上がりの直線
a＜0のときは右下がりの直線
であることを理解する。</td><td>1　座標平面上の点の座標を求めたり、座標から点をプロットすることができる。
2　点をプロットして比例のグラフをかくことができる。
3　「比例定数」を使って、比例のグラフをかくことができる。
4　グラフから比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅳ．関数 y＝a／x とそのグラフ</td><td>1　反比例の定義を知る。
2　反比例は一方が2倍、3倍、…になれば、他方は1/2倍、1/3倍、…になることを理解する。
3　比例定数の意味を理解する。
4　変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも反比例の関係が成り立つことを理解する。
5　関数y＝a／xのグラフは、双曲線になることを知る。
6　反比例のグラフで
a＞0のときは第1象限、第3象限にあらわれる双曲線
a＜0のときは第2象限、第4象限にあらわれる双曲線
であることを理解する。</td><td>1　ともなって変わる2つの量の間に、反比例の関係を見出すことができる。
2　反比例の関係をy＝a／xの形に表すことができる。
3　点をプロットして、反比例のグラフをかくことができる。
4　与えられた条件やグラフから、反比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅴ．関数の利用</td><td colspan="2">（上記の評価の観点について、さらに深める。）</td></tr>
</table>

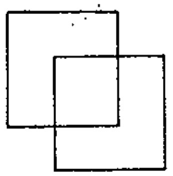
（3）第3学年　評価基準

	A．知識・理解	B．表現・処理	C．見方・考え方	D．関心･意欲･態度
Ⅰ．2次関数	1　事象のなかに比例でも反比例でも1次関数でもない関数があることを知る。 2　2次関数の定義を知る。 3　関数$y=ax^2$ が2次関数の特別な場合であることを知る。	1　1組のx，yの値から関数$y=ax^2$を導くことができる。 2　$y=ax^2$ で表される関係を、表や式で表すことができる。	事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。 ・依存関係に着目する ・表、グラフ、式をつくる ・表、グラフ、式からその特徴をとらえる ・対応関係に着目する （集合、順序、対応、変数、変域） ・直観　見通し ・帰納的に考える ・演繹的に考える ・合理的に考える ・一般化する　特殊化する ・抽象化する　具体化する ・単純化する ・図形化する ・置き換えをする ・検証する	身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。 具体的な事象を関数的にとらえようとする。 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。 ・既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。 ・簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。 関数的な見方・考え方のよさを実感する。 新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。
Ⅱ．関数$y=ax^2$のグラフ	1　関数$y=ax^2$ のグラフはなめらかな曲線であることを知る。 2　関数$y=ax^2$のグラフは原点を通り、y軸について対称であることを知る。 3　関数$y=ax^2$ のグラフは、$a>0$のときは上に開き、$a<0$のときは下に開いた放物線であることを知る。 4　関数$y=ax^2$ のグラフは、aの絶対値が等しく符号が異なる場合、x軸について対称であることを知る。 5　関数$y=ax^2$ のグラフは、aの絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなることを知る。	1　関数$y=x^2$ のグラフをかくことができる。 2　関数$y=ax^2$ のグラフについて、aの値をいろいろ変えてグラフをかくことができる。 3　与えられたグラフから､関数$y=ax^2$の式を求めることができる。 4　関数$y=ax^2$ の値の変化をグラフからとらえることができる。		
Ⅲ．変化の割合	1　関数$y=ax^2$ では、1次関数の場合と違って、その値の変化の割合は一定でないことを理解する。 2　変化の割合はグラフ上では直線の傾きに等しいことを理解する。 3　具体的な場面で、関数$y=ax^2$ の値の変化の割合の意味を理解する。	1　変化の割合を求めることができる。 2　平均の速さを求めることができる。		
Ⅳ．いろいろな関数	1　集合Xにふくまれるxの値に、集合Yにふくまれるyの値がただ1つだけ対応しているとき、その対応をXからYへの関数であることを理解する。 2　対応による見方で、変域の意味を理解する。	1　表やグラフ、式から、変化や対応のようすを読み取ることができる。 2　対応による見方で、変域を求めることができる。		
Ⅴ．関数の利用	（上記の評価の観点について、さらに深める。）			

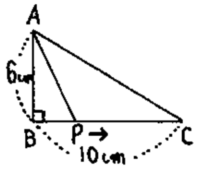
（４）第１学年　評価問題

（Ⅰ－ＡＢ－１）
１．いろいろな大きさの正方形をかくとき、正方形の１辺の長さが変わると、それにともなってどんな量が変わりますか。

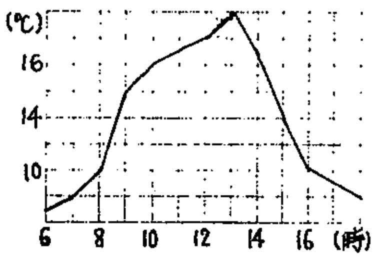
（Ⅰ－ＡＢ－１）
２．右の図は、２枚の折り紙の重なった部分が正方形になるように重ねたものである。
　どんな量を変えると、それにともなって全体の面積が変わりますか。



（Ⅰ－Ａ－２）
３．右の図のような直角三角形ＡＢＣがある。点Ｐは、辺ＢＣ上をＢからＣまで動くとき、△ＡＢＰの面積のとる値の範囲を答えなさい。



（Ⅰ－Ａ－１）
４．下のグラフは、ある町でのある日の６時から１８時までの１時間ごとの気温の変化のようす表したものである。気温と時刻の関係について正しいものをすべて選びなさい。
①時刻が変われば気温も変わる。
②時刻を決めると気温が決まる。
③気温を決めると時刻が決まる。
④気温は時刻の関数である。



（Ⅰ－Ｂ－２、３）
５．１枚の紙を２等分に切り、切ってできた２枚の紙を重ねて、また２等分する。これをくり返して、できる紙の枚数を６０枚以上にしたい。何回切ればよいですか。x回切ったとき、できた紙の枚数がy枚になったとして、次の表を完成させ答えなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	4					

（Ⅰ－Ｂ－３）
６．200ページの本を読んでいく。30ページ読んだときの残りのページを求めなさい。また、xページ読んだときの残りのページをyページとし、yをxの式で表しなさい。

（Ⅰ－Ｂ－４）
７．４０l　の水が入っている水そうから、１分間に5l　の割合で水を出していく。水を出し始めてからx分後 の水そうに残った水の量をy l　とする。このとき、xの変域とyの変域を求めなさい。

（Ⅱ－Ａ－１）
８．次の式の中から、yがxに比例する ものをすべて選びなさい。
①　$y=5x$　　②　$y=x+3$
③　$y=-4x$　　④　$y=\dfrac{6}{x}$

（Ⅱ－Ａ－２）
９．yがxに比例しているとき、 次の表の□にあてはまる数を入れなさい。

x	…	0	1	…	4	…
y	…	□	3	…	□	…

（Ⅱ－Ａ－３、４）
１０．次の関数について、比例定数を答えなさい。
①$y=5x$　　②$y=-\dfrac{1}{2}x$

（Ⅱ－Ａ－３、４）
１１．yはxに比例し、 次の表のような値をとっている。比例定数を求めなさい。

①
x	0	1	2	3	4
y	0	6	12	18	24

②
x	-4	-3	-2	-1	0
y	-2	$-\dfrac{3}{2}$	-1	$-\dfrac{1}{2}$	0

③
x	-4	-3	-2	-1	0
y	6	3	0	-3	-6

（Ⅱ－Ａ－４）
１２．関数$y=-5x$ について、次の表を完成させなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

（Ⅱ－Ｂ－１）
１３．次の①～⑦のxとy の関係について、yがxに比例 するものには○、そうでないものには×をそれぞれつけなさい。

①
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

②
x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	2.4	2

③
x	1	2	3	4	5	6
y	-3	-6	-9	-12	-15	-18

④
x	1	2	3	4	5	6
y	4	7	10	13	16	19

⑤１辺x㎝の正方形の周の長さがy㎝

⑥毎時40㎞で走る車が、x時間に進む道のりがy㎞

⑦縦x㎝、横y㎝の長方形の面積が20ｃ㎡

（Ⅱ－Ｂ－２）
１４．次の表のx,y について、yをxの式で表しなさい。

①
x	-2	-1	0	1	2
y	-14	-7	0	7	14

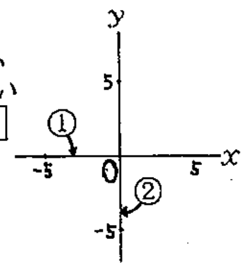
②
x	-2	-1	0	1	2
y	3	1.5	0	-1.5	-3

（Ⅱ－Ｂ－３）
１５．yがxに比例し、$x=8$のとき$y=-8$である。yをxの式で表しなさい。

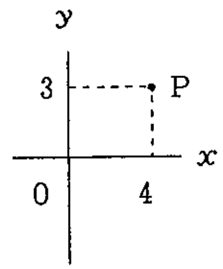
（Ⅱ－Ｂ－３）
１６．yがxに比例し、$x=2$のとき$y=-8$である。yをxの式で表しなさい。

（Ⅲ－Ａ－１）
１７．下の図について述べた文章の□に、あてはまる言葉を入れなさい。

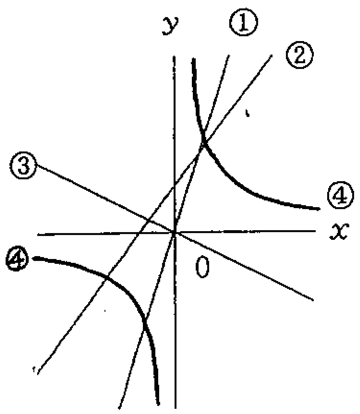
①の数直線を□、②の数直線を□といい、両方合わせて□という。
①と②の数直線の交点Ｏを□という。



（Ⅲ－ＡＢ－１）
１８．下の図の点Ｐの座標をかきなさい。また、点Ｐのx座標、y座標をそれぞれ 答えなさい。



（Ⅲ－Ａ－２）
１９．次のグラフの①～④の中で、比例のグラフであるものに○、そうでないものに×を付けなさい。

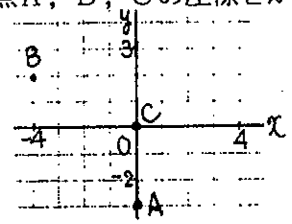


（Ⅲ－A－3）
２０．次の関数の中で、グラフが右上がりの直線であるものをすべて選びなさい。

① $y=3x$　　② $y=-3x$

③ $y=\frac{1}{4}x$　　④ $y=-\frac{1}{4}x$

（Ⅲ－B－1）
２１．下の図の点A，B，Cの座標をかきなさい。



（Ⅲ－B－1）
２２．次の点の位置を座標平面上に示しなさい。

①点P（4，－2）　②点Q（－5，－3）

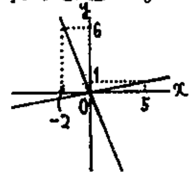
（Ⅲ－B－2）
２３．関数$y=-2x$ のグラフを下の表を利用してかきなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

（Ⅲ－B－3）
２４．次の関数のグラフをかきなさい。

①$y=4x$　　②$y=-\frac{1}{3}x$

（Ⅲ－B－4）
２５．グラフが下の①，②になるような関数の式をそれぞれ求めなさい。



（Ⅳ－A－1）
２６．次の式の中から、yがxに反比例するものをすべて選びなさい。

① $y=5x$　　② $y=\frac{x}{3}$

③ $y=\frac{6}{x}$　　④ $y=10-x$

（Ⅳ－A－2）
２７．yがxに反比例しているとき、次の表の □ にあてはまる数を入れなさい。

x	1	2	3	4	6	12
y	12	□	□	□	□	□

2倍　3倍　4倍　□倍　□倍　□倍

（Ⅳ－A－3、4）
２８．次の関数について、比例定数を答えなさい。

① $y=\frac{6}{x}$　　② $y=-\frac{24}{x}$

（Ⅳ－A－3、4）
２９．yはxに反比例し、次の表のような値をとっている。比例定数を求めなさい。

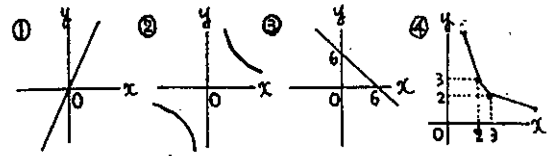
①

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1

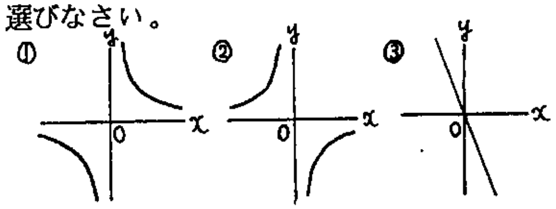
②

x	-10	-5	-2	-1
y	1	2	5	10

（Ⅳ－A－5）
３０．関数$y=\frac{6}{x}$のグラフがある。それを選びなさい。



（Ⅳ－A－5）
３１．関数$y=-\frac{8}{x}$のグラフがある。それを選びなさい。



（Ⅳ－B－1）
３２．次の①～⑦のxとyの関係について、yがxに反比例するものに○、そうでないものに×をそれぞれつけなさい。

【①～⑦は問題１３と同じ】

（Ⅳ－B－2）
３３．次のそれぞれの表は、yがxに反比例している。yをxの式で表しなさい。

①

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-8	-12	-24	×	24	12	8

②

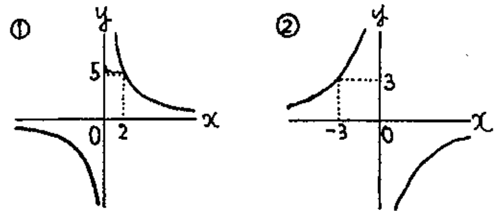
x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y	4	8	16	×	-16	-8	-4

（Ⅳ－B－3）
３４．関数$y=\frac{18}{x}$のグラフを、下の表を利用してかきなさい。

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y							×						

（Ⅳ－B－4）
３５．yがxに反比例し、$x=2$のとき$y=8$である。yをxの式で表しなさい。

（Ⅳ－B－4）
３６．次のそれぞれのグラフは双曲線である。関数の式を求めなさい。



（Ⅰ、Ⅱ－C）
３７．花子さんは、$y=\frac{240}{x}$の式を見て、

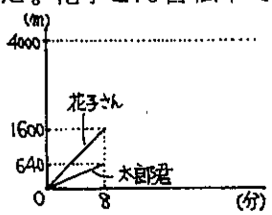
「240ページの本を１日xページずつ、y日間読む。yをxの式で表しなさい。」

という問題をつくりました。

『$y=5x$』の式から、花子さんのように、x, yの意味を与えて、$y=5x$を求めるような問題をつくりなさい。

（Ⅱ、Ⅲ－C）
３８．花子さんと太郎君は、A駅から4000m離れた公園に行きました。花子さん自転車で、太郎君は歩きました。

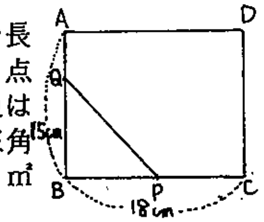
右のグラフは、２人が駅から出発してから途中までの２人の動くようすを表したものです。次の問いに答えなさい。



① このグラフから、どのようなことがわかりますか。わかることをできるだけ多くかきなさい。

② このグラフから予想すると、太郎君は花子さんより何分遅れて着きましたか。

（Ⅳ－C）
３９．右の図のような長方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは辺ＢＣ上を、点Ｑは辺ＡＢ上を、つねに三角形ＰＱＢの面積が45ｃ㎡になるように動く。



BPの長さがx㎝のときのBQの長さをy㎝とするとき、次の問いに答えなさい。

① $x=5$のときのyの値を求めなさい。

② xの変域を求めなさい。

（5）第３学年　評価問題

（Ⅰ－Ａ－１）
１．比例でも、反比例でも、１次関数でもない関数の例を答えなさい。

（Ⅰ－Ａ－２，３）
２．次の式の中から、yがxの２次関数であるものをすべて選びなさい。

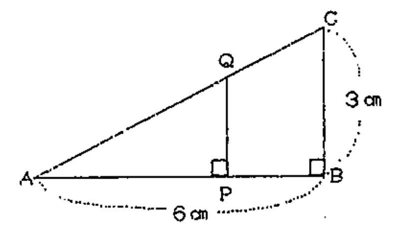
ア $y=3x$　　　イ $y=4x^2$

ウ $y=\dfrac{6}{x}$　　　エ $y=x^2+4x+1$

オ $y=-5x+2$　　　カ $y=x-3x^2$

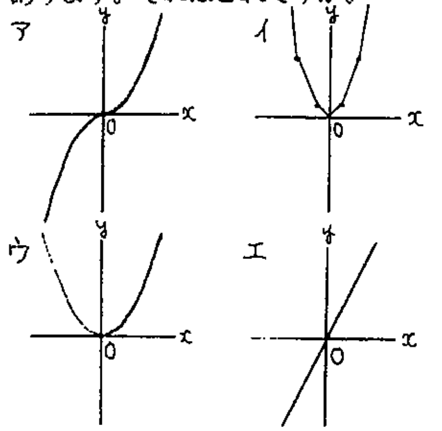
（Ⅰ－Ｂ－１）
３．xとyとの間には、$y=ax^2$ の関係があり、$x=4$のとき$y=48$であるという。
yをxの式で表しなさい。

（Ⅰ－Ｂ－２）
４．下の図の直角三角形ＡＢＣで、点Ｐは辺ＡＢ上を点ＡからＢまで動くものとする。
ＡＰが$x$cm のときの△ＡＰＱの面積を$y$cm² として、xとyの関係を表や式で表しなさい。



x	0	1	2	3	4	5	6
y							

（Ⅱ－Ａ－１）
５．下のア～エの中に、関数$y=x^2$ のグラフがあります。それはどれですか。



（Ⅱ－Ａ－２）
６．次の式の中から、グラフがy軸について対称となるものをすべて答えなさい。
　また、グラフが原点を通るものをすべて答えなさい。

ア $y=x^2$　　　イ $y=-3x^2$

ウ $y=5x-3$　　　エ $y=2x$

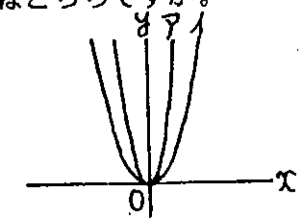
（Ⅱ－Ａ－３）
７．次の関数の中で、グラフが放物線であるものをすべて選びなさい。また、その選んだ中で、グラフが上に開いているものをすべて選びなさい。

ア $y=-3x$　　　イ $y=-\dfrac{1}{3}x^2$

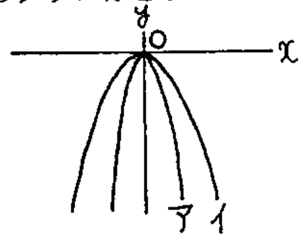
ウ $y=5x^2$　　　エ $y=\dfrac{1}{4}x^2$

（Ⅱ－Ａ－４）
８．関数$y=3x^2$のグラフとx軸について対称となるグラフについて、yをxの式で表しなさい。

（Ⅱ－Ａ－５）
９．下のグラフは、$y=x^2$, $y=3x^2$である。アのグラフはどちらですか。



（Ⅱ－Ａ－５）
１０．下のグラフは、$y=-2x^2$, $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ である。アのグラフはどちらですか。

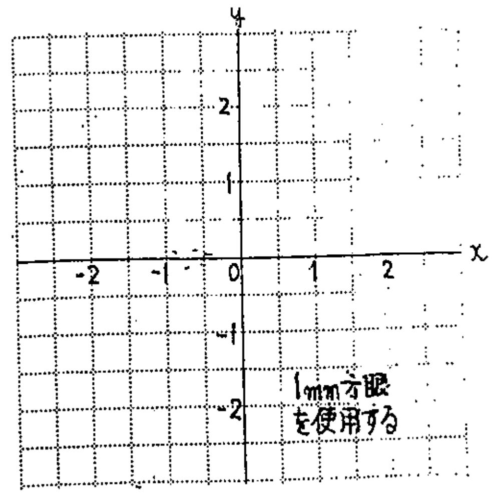


（Ⅱ－Ａ）
１１．関数$y=ax^2$ のグラフの特徴を答えなさい。

（Ⅱ－Ｂ－１）
１２．関数$y=x^2$のグラフをかきなさい。

x	-2	-1.5	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2
y							

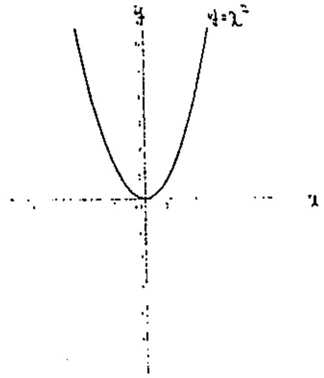
x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2
y								



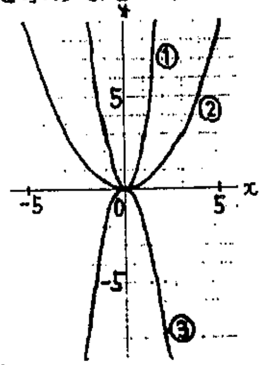
（Ⅱ－Ｂ－２）
１３．次のグラフをかきなさい。

① $y=2x^2$　　　② $y=\dfrac{1}{4}x^2$

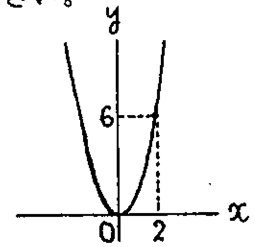
③ $y=-x^2$



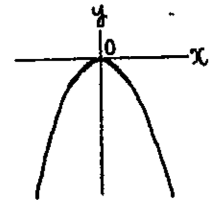
（Ⅱ－Ｂ－３）
１４．次の①～③のグラフは放物線である。それぞれの式を求めなさい。



（Ⅱ－Ｂ－３）
１５．グラフが下のような放物線になる関数の式を求めなさい。



（Ⅱ－Ｂ－４）
１６．右のグラフは放物線である。このグラフの関数について、正しいものを下の①～④からすべて選びなさい。

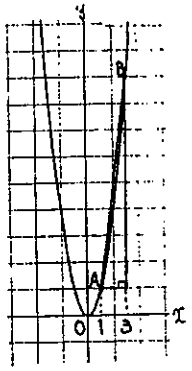


① $x>0$ のとき、xの値が増加するにつれてyの値も増加する。
② $x>0$ のとき、xの値が増加するにつれてyの値は減少する。
③ $x<0$ のとき、xの値が増加するにつれてyの値も増加する。
④ $x<0$ のとき、xの値が増加するにつれてyの値は減少する。

(Ⅲ－A－1)
１７．関数$y=x^2$ について、xの値が１ずつ増加するとき、yの値は同じ数ずつ増加したり、減少したりしますか。その理由を下の表を完成させて述べなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

(Ⅲ－A－2)
１８．関数$y=2x^2$ のグラフ上で、$x=1$、$x=3$に対応する点をA，Bとする。
このとき、xの値が1から3まで増加したときの変化の割合は8であるが、これはグラフ上で何を表しているか。



(Ⅲ－A－3)
１９．ある斜面に置かれたボールが、転がり始めてからx秒間に転がる距離を ymとしたとき、$y=0.5x^2$ であるという。この関係を表に表すと、下のようになる。
このとき、次の平均の速さを求めなさい。
① １秒後から２秒後までの間
② ２秒後から３秒後までの間

x	0	1	2	3	4
y	0	0.5	2	4.5	8

(Ⅲ－B－1)
２０．関数$y=3x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
① １から３
② －３から０

(Ⅲ－B－1)
２１．関数$y=-\frac{2}{3}x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。
① １から５
② －４から－２

(Ⅲ－B－2)
２２．ある電車が動き始めてからx秒間にy m進むとき、$0\leqq x\leqq60$ の範囲では、

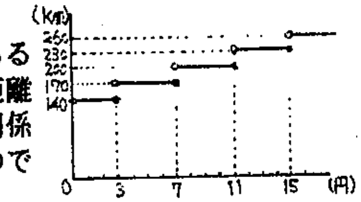
$$y=\frac{1}{4}x^2$$

の関係があるという。
このとき、10秒後から30秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

(Ⅲ－C)
２３．関数$y=ax^2$について、xの値が1から3まで増加するときの変化の割合が16である。aの値を求めなさい。

(Ⅲ－C)
２４．ある斜面に置かれたボールが転がり始めてから、x秒後までに転がった距離をymとする。xとyの間に$y=\frac{1}{5}x^2$という関係があるという。転がり始めてからある４秒間の平均の速さが毎秒２mであるとき、それは何秒後から何秒後までの間ですか。

(Ⅳ－AB－1)
２５．集合Xに含まれるxの値から、集合Yに含まれるyの値の対応を考えるとき、XからYへの関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。
① 時計の針が１時から２時まで動くとき、１時からx分後の長針と短針のつくる角度を$y°$とする。
② １から１０までの整数をxとするとき、その数の約数をyとする。
③ $y=-2x+5$
④ $y=3x^2$
⑤ 右の表はある電車の乗車距離と運賃との関係を表したものである。

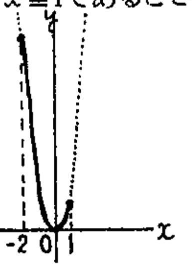


乗車距離$x$kmのときの運賃をy円とする。

(Ⅳ－B－1)
２６．関数$y=x^2$ を表に表すと下のようになる。xの変域が$-2\leqq x\leqq3$であるとき、yの変域を求めなさい。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	9	4	1	0	1	4	9	…

(Ⅳ－AB－2)
２７．下の図は、関数$y=2x^2$ のグラフである。xの変域が$-2\leqq x\leqq1$であるとき、yの変域を求めなさい。



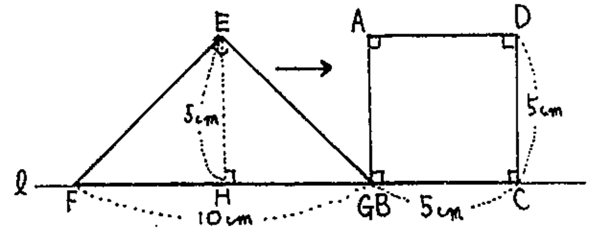
(Ⅳ－AB－2)
２８．関数$y=-\frac{3}{4}x^2$について、xの変域が$-2\leqq x\leqq3$であるとき、yの変域を求めなさい。

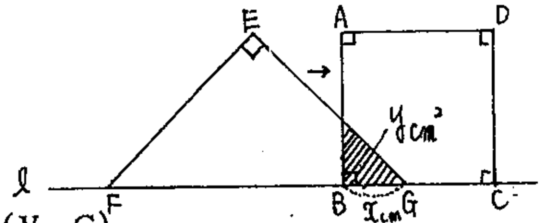
(Ⅳ－C)
２９．関数$y=ax^2$ について、xの変域が$-1\leqq x\leqq3$であるとき、yの変域が$-6\leqq y\leqq0$である。aの値を求めよ。

(Ⅳ－C)
３０．関数$y=x^2$のグラフと直線ℓが、2点A，Bで交わっている。A，Bのx座標をそれぞれ-2，4であるとき、直線ℓの式を求めなさい。

(Ⅳ－C)
３１．問題３０で、△ＯＡＢの面積を求めなさい。

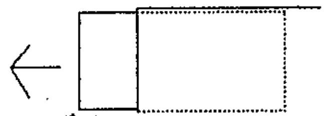
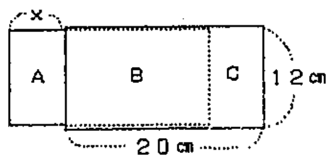
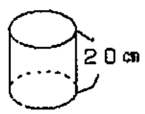
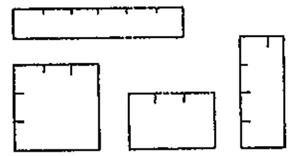
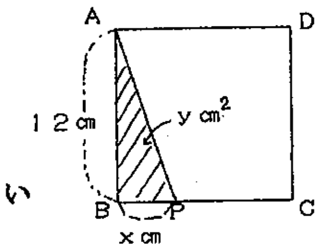
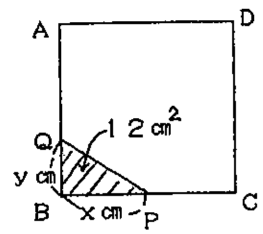
(Ⅴ－C)
３２．図のように、１辺が5cmの正方形ＡＢＣＤと∠Ｅ＝90°、ＦＧ＝10cm、ＥＨ＝5cmの直角二等辺三角形ＥＦＧが直線ℓ上に並んでいる。正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に移動させ、点Bと点Gとの距離が$x$cm のときの重なってできる図形の面積を$y$cm²とする。xの変域を$0\leqq x\leqq10$ とするとき、xが変わるとyはどのように変化しますか。





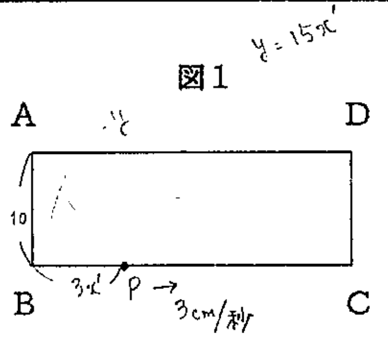
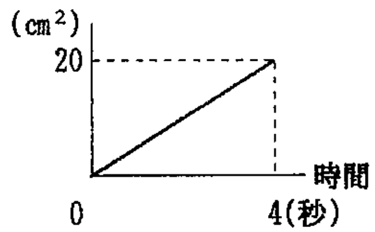
(Ⅴ－C)
３３．問題３２で、xの変域を$0\leqq x\leqq15$とするとき、面積が8cm²になるのは、BGが何cmのときですか。

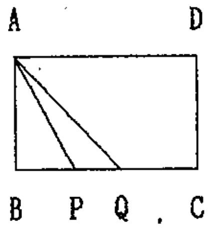
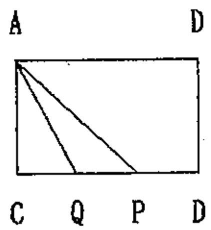
（6）　第1学年の指導計画（全12時間）

時数	項　目	指　導　内　容
1	ともなって変わる量	［課題］封筒から画用紙を 引き出してゆくと 何が変わりますか。  (1)変化する量・変化しない量をあげる。 ［1］引きだした長さと周囲の長さとの関係を調べる。 $y=2x+64$ ［2］引きだした長さと Aの部分の面積との 関係を調べる。 $y=12x$  (2)「変数」を定義する。
2		［3］引きだした長さと全体の面積との関係を調べる。 $y=240+12x$ ［4］引きだした長さとBの部分の面積との関係を調べる。 $y=240-12x$ (1)「yはxの関数である」ことを定義する。 (2)「変域」を定義する。
3	関数 $y=ax$	(1)2つの変数x，yの間に、$y=2x$，$y=-3x$という 関係があるとき、x，yの変化の様子を調べる。 (2)「yはxに比例する」ことを定義する。
4	（式の決定）	(1)右の図のような円柱状の空の容器に、 一定の割合で水をいれたところ、3分後に 6cmの深さまで、水が入った。x分後の水 の深さをycmとして、yをxの式で表す。 $y=2x$  (2)いくつかの具体的な事象について比例の関係を確かめる
5	関数 $y=ax$ のグラフ	(1)$y=2x$グラフをかく。 (2)グラフをかくときに座標の考え方が有効であることを知る。 (3)「座標軸、原点、x軸、y軸、x座標、y座標」の用語を与える。 (4)点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。
6		(1)$y=2x$、$y=-3x$のグラフをかく。 (2)$y=ax$のグラフの特徴をまとめる。
7		(1)原点と他の1点で$y=ax$のグラフをかく。 (2)グラフから式を求める。 (3)変域を不等号を使って表現する。
8	関数 $y=a/x$ とそのグラフ	［課題］ 右の4つの長方形の中で、一つだけ 他と違うものをあげなさい。  ・面積が6cm^2である長方形 について調べる。 (1)$y=6/x$について調べる。 （xの変域を負に拡張する） (2)$y=-12/x$について調べる。 (3)「yはxに反比例する」ことを定義する。
9		(1)A地からB地までの道のりを、行きは時速4kmの速さで 5時間歩いた。帰りには時速xkmの速さでy時間歩くと きyをxの式で表す。 (2)練習問題　・表から立式 ・既習の関数について、具体的事象で立式
10		(1)$y=6/x$、$y=-12/x$のグラフをかく。 (2)$y=a/x$のグラフの特徴をまとめる。
11	関数の利用	［課題］ 右の図のような正方形ABCDがある。 点Pは辺BC上を頂点Bを出発して、 頂点Cまで動く。BPの長さがxcm のときの三角形ABPの面積をycm^2と するとき、xとyの関係を調べなさい  ［課題］ 右の図のような正方形ABCDがある。 点Pは辺BC上を、点Qは辺AB上を、 三角形PQBの面積は12cm^2になる ように動く。BPの長さがxcmの BQの長さをycmとするとき、 xとyの関係を調べなさい。 
12	問　題　練　習	

（7）第１学年「Ⅴ関数の利用」の学習指導案

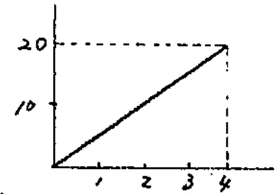
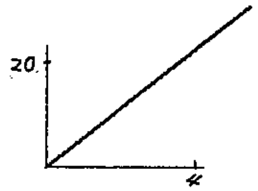
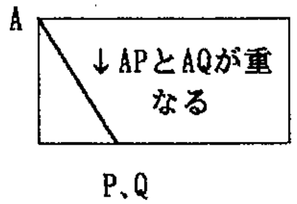
１．日時　１９９４年6月２３日（木）　第6校時（２：１０～３：００）
２．対象　江戸川区立西葛西中学校　第２学年３組　３８名（男子２０名　女子１８名）
３．指導者　江戸川区立西葛西中学校　　教諭　　高山　康史
４．題材　第１学年「Ⅴ関数の利用」
５．指導目標　　・身近な具体的事象から関数関係にある２つの数量を見いだすことができるようにする。
　　　　　　　　・関数関係にある２つの数量の特徴を調べ、比例関係や反比例関係を見いだし、表、式、グラフなどからその特徴を考察する。
　　　　　　　　・関数的な見方・考え方を利用して、問題の解決を図ることができるようにする。
６．本時の指導のねらい
　具体的な事象から関数関係を見い出し、関数的な見方・考え方を利用して、問題の解決を図ることができる。
７．本時の指導の展開例

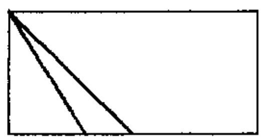
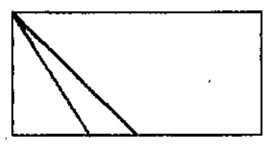
			数学的な見方・考え方		関心・意欲・態度	
指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題を提示する	課題[(6)(7)] （条件１） 図１のようなＡＢ＝１０cm ＢＣ＝２４cmの長方形がある。２点Ｐ、Ｑは辺ＢＣ上を動くものとする。ただし、点Ｐは毎秒３cmの速さで頂点Ｂを出発し、頂点Ｃまで動く。 図１  （条件２） また、図２は点ＰがＢを出発してから４秒までの時間と△ＡＰＱの面積との関係を表したグラフである。 図２  このとき、点Ｑはどのように動いたか。					
条件１だけで考えさせる	①点Ｑがどのように動いているか、思いつくままに言う。 ア．わからない。 イ．自由に動く。 ウ．頂点Ｃから出発して頂点Ｂまで動く。	・課題の条件１だけを最初に示し問う。条件１だけでは答えられない生徒の声を尊重する。このあと条件２を示し、②に移る。	見通し	課題解決のための条件が不足していることに気がつく。	身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気がつく。	課題の内容を把握しようとする。

条件１と２をあわせて、点Ｑの動きを具体的に考えさせる。	②与えられたグラフから点Ｑがどのように動いているか考える。 ア．点Ｐと同じ速さで動いている。 イ．点Ｐと点Ｑは同時に出発する。 ウ．点Ｑは４秒後に止まる。 エ．点Ｑの速さは毎秒５㎝である。 オ．点Ｑは往復している。 カ．点Ｑはずっと動いている。 キ．点ＱはＣから動く。 ク．点Ｑは点Ｐとすれちがう。 ケ．点Ｐとはちがう速さで動く。 コ．点Ｐより速く（遅く）動く。 サ．点ＱはＢより出発してＣまで動く。 シ．点Ｑは一定の速さである。 ス．毎秒４㎝で動いている。 セ．毎秒２㎝で動いている。	・課題プリントを配布する。ただし、プリントには図２にグラフが示していない教師が提示した図２を生徒に写させる。 ・教師はグラフがきちんとかけたかどうか確認する。	グラフの特徴から点Ｑの動きをさぐる。 依存関係に着目する。 帰納的に考える。	時間と面積の関係をとらえる ＢＰ（長さ）の動きと面積との関係をとらえる。 ＢＱ（長さ）の動きと面積との関係をとらえる。		自分なりに考えて何らかの答えを出そうとする。
		・「どのように動くか」とはどんなことがはっきりすればよいかを問う。 ・意見が出ないときは、③に移る。スやセが出ても③を取り上げる。	帰納的に考える。 具体化する。	ある時間の△ＡＰＱの面積、点Ｐ、点Ｑの位置から考える		
４秒後の点Ｐ点Ｑの位置を調べる。	③４秒後の△ＡＰＱの図をかく。 （図３）  （図４）  	・点Ｑの位置は２通りあるが、一方しか出ない場合は、ＢＰ ＢＱ、ＰＱの長さを求める計算の中で取り上げる。	具体化する 帰納的に考える。		既習の数学の知識・技能や既有の経験を新しい学習に進んで活かそうとする。	
	④４秒後のＢＰ、ＢＱ、ＰＱの長さをどのように求めるか、発表する。 ア．$BP=3\times4=12$（㎝） イ．$PQ\times10\times\frac{1}{2}=20$ から $PQ=4$（㎝） ウ．図３から $BQ=BP+PQ$ $=12+4=16$（㎝） エ．図４から $BQ=BP-PQ$ $=12-4=8$（㎝）	・ＢＰ、ＢＱ、ＰＱの長さを求める順序は指示しない。			解決方法をいろいろ試したり、工夫しようとする。	解決はできなくても、何かわかろう、解決しようとして、図をかいたり、計算したりする。

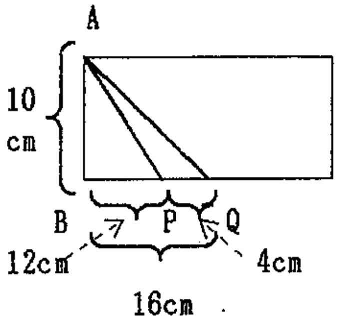
点Qの速さを求めさせる	⑤点Qの速さを求める。 ア．図３から １６÷４＝４（cm／秒） イ．図４から ８÷４＝２（cm／秒）	・点Qが等速運動をしていると初めから思いこんでいる生徒がいるが、そのことに疑問を持たせて、⑥に移る。				
点Qが一定の速さであることを調べる	⑥１、２、３秒後の△ＡＰＱの面積を求めるそれに応じて、ＢＱの長さも求める。 ア．１秒後…５cm^2 イ．２秒後…１０cm^2 ウ．３秒後…１５cm^2 エ．表をつくる 図３の時 時間（x）｜ 0　1　2　3　4 ＢＱ（y）｜ 0　4　8　12　16 式　y＝４x 図４の時 時間（x）｜ 0　1　2　3　4 ＢＱ（y）｜ 0　2　4　6　8 式　y＝２x	・出発点がＢであることを確認する。 ・ＢＱの長さは時間に比例することを確認する。	検証する	１秒ごとに点Qの位置を確認する。	簡潔さ、明確さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けている。	表、グラフ、式からその特徴を活用しようとする。
	⑦△ＡＰＱの高さが一定であることに着目して、点Qの動きを考える。 ・高さが一定で、面積は底辺に比例することから、点Ｐ、Qの動きを考える	・⑦は②の段階で出てくる可能性もある	依存関係に着目する 一般化する	時間と面積、ＰＱと面積、ＢＰと面積、ＢＱと面積の依存関係を考える。 一定量と比例している量の見きわめができる。	関数的な見方考え方を進んで問題解決に活用しようとする。	
まとめ	比例における表、グラフ、式の特徴を使ってどのように解決したかをまとめる。					

（8）授業記録（第10時）
平成6年6月23日　第6校時実施
授業者　高山　康史　　対象　東京都江戸川区立西葛西中学校2年3組

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応
「定規と筆記用具を用意してください」	
（条件1を黒板に提示する） 「問題を読んでください」	P（黒板に示された問題を読む）
「点Qの動きはどうなりますか」	P（考える）
「どんな動きが予想されますか」	P（考える）
「どの辺上に点Pがあり、どの辺上に点Qがあって・・・・・と考えていくと、点Qはどのように動いていると思いますか」	P_1「点PはBC上を8秒ではしります」
「点Qはどのように動きますか」	P_2「点Qは後からくっついてきます」
「よく考えてみてください。何かたりない気がしませんか」	P（考える） P_3「点Qは毎秒何cmで動くかわかりません」
「そうですね。何か条件がたりないようです」	P_4「何かよくわかりません」
「もう1つ条件を加えてみましょう」 （条件2を条件1の下に提示する）	P（条件2を読む）
「条件2を加えたので、ウヤムヤだったところがわかるようになりましたか？」	P_5「まだ・・・・・・・・・ よくわかりません」
「この2つの条件で点Qの動きを考えてみましょう。では定規を用意してください。今からプリントを配ります。プリントに条件2の図のグラフを写してから、点Qの動きを考えましょう」 （条件1、2がかかれたプリントを配布する。ただしプリントの条件2には、時間と△APQとの関係を表すグラフは除いてある）	P（黒板に提示されて条件2のグラフをプリントに写す）
（机間巡視）	P_6  （x軸に1秒ごとの目盛りを入れて、y軸には10cm²ごとの目盛りを入れグラフを決めてかいた）
	P_7 
（P_7のような生徒には変域に着目するように注意する）	（x、yの変域を考えないで、半直線を伸ばすようにかいた） P_8（P6と同じようなグラフをかいたが、グラフの概形を写してから目盛りを入れた）
「黒板の図をよく見てください。時間は4秒まででですから、4秒より先にグラフは突き抜けてはいけません」	P_9「このグラフ4秒まででいいんですか」
「これで条件2まででました。この2つの条件からわかることを考えてみましょう。そして、点Qがどのように動いたかをわかることをプリントにかいてください」	P（xの変域に注意をしてグラフをかこうとする）
	P（5分程度考える） P_{10}「点PとQは同じ速さではありません」 P（驚きの声があがる）
「どうしてですか」	P_{11}「同じ速さだと△APQが直線になってしまい、三角形にはなりません」 
「そうだね。同じ速さだと三角形にはなりませんね」	

	（上のような図になることを述べた）
「他には？」	P_{12}「1秒ごとに5cm^{2}ずつ増えています」
「そうですね。ではP_{13}さん」	P_{13}「・・・・」
「（黒板の図を示しながら）条件1の図のBC上に点P、Qをとって△APQがどういう形になっているか、かいてみましょう」	P（プリントの図1に△APQをかきいれる）
（黒板の条件1の図に、まず点Pを、次に点Qを下の図のようにかく） A  －図ア－ P　Q	P_{14}「えー！（図アを示して）この図なんですか。PとQは逆だと思うのですが」
「（図アを示しながら）このような図をかいた人はいますか？」 A  －図イ－ Q　P	P（6人挙手）
「（図イを示しながら）このような図をかいた人はいますか？」	P（9人挙手）
「いろいろな意見があるようですが、これは2つの場合が考えられるませんか。でも2つ考えるのは、大変ですから、まず、初めの場合（図ア）で考えてみましょう」	P_{14}（うなずく）
「（図アの△APQを示し）この面積が、グラフのように変化しています。その変化をみて点Qの動きを考えてみましょう。点Qはどのように動きましたか」	P（考える）
「さっきP12君達が発表してくれた、1秒ごとに5cm^{2}増えていく、点PとQは同じ速さではないなどのことも思いだしてください」	

「4秒後の△APQの面積は？」	P_{15}「20cm^{2}です」
「では、そのときの△APQを図にかいてみましょう」	P（4秒後の△APQを図にかきいれる）
「ところで、点Pは毎秒何cmで動くのですか」	P_{16}「毎秒3cmの速さで動きます。条件1にかいてあります」
「そうでしたね。点Pは毎秒3cmの速さで動くから、4秒後にはどこにいますか」	P_{17}「Bから12cmのところです」
「そうですね」（図アにBPが12cmであることをかき入れる） 「ところで、このABは何cmでしたか」	P_{18}「えーっと・・・？10cmです」
「そうですね」（図アにABが10cmであることをかき入れる） 「そうするとこのときのPQの長さは？」	P_{19}「4cmです」 P_{20}「4cmです」
「どのように考えたのですか」	P_{19}「PQをxとして、$10\times x\times\frac{1}{2}=20$で、$x=4$となります」
（P_{19}の発言を板書する） （図アにPQのが4cmであることをかき入れる） 「このときの三角形の高さは？」	P_{20}「さっき誰かがいったように、ABで、12cmです」
「P_{19}君はどのような式にあてはめたのですか」	P_{21}「（底辺）×（高さ）×$\frac{1}{2}$にあてはめました」
「そうですね。PQが4cmということがわかったから、BQは何cmですか」	P_{22}「16cmです」
（図アにBQが16cmであることをかき入れる）	

「線分の長さでわかった長さを図にかき込みましょう」	P（図ウのようにかき込む）  －図ウ－
「次に点Qがどのように動いたかという問題に戻りましょう。ここでは、BからCまで動くことしかかいてません。同じ位置から出発したかどうかわかりませんグラフをよくみて点Qの出発点を考えましょう」	P_{23}「えー？・・そうか」 P_{24}「Bです」 P_{25}「点QはPと同時に出発しています。グラフの最初の原点を通っていますから」
「よく考えましたね。グラフのx＝０、のときy＝０だから、点PがBから出発したのならQもBから点Pと同時に出発したことになります」 「この他にわかることは？」	P（チャイムが鳴る） P（・・・・）
「グラフから、点Qは同じ速さで動いているといえます。１秒間に５cmずつ増えているし、グラフは原点を通っているからこれは比例ですね。だから、点Pが一定の速さで動くのならQも一定の速さで動くことがわかります。しっかりと条件やグラフを考えましょう」	

（９）研究協議

◎研究授業について

・条件１で、「点Qは後からついてくる」と答えた生徒の理由を聞きたかった。直観が正しかったなら、その生徒の意欲を喚起することになるだろう。
・どうして、グラフをワークシートにかかせたのか疑問である。
ただ写すだけでは、意味がない。どんなグラフであるのか、確認しながらかかせた方がよい。
・動点が２つある問題は、むずかしいのではないか。
・条件１から条件２に入るときが唐突である。
・導入の段階で、もっと生徒の意欲を喚起する話題がないだろうか。
・比例の利用なら、もっと簡単な問題の方がよいのではないか。
・グラフを読みとったり、グラフから考えさせることが重要である。
・もっと考える時間を与えたり、グループで考えさせるとよい。

◎評価の観点と方法について

・どのように考えたかを評価するには、プリントを小さくして、その都度回収する方法がよいのではないか。友達の意見を自分の意見と一緒にかいてしまう生徒がいると、後で評価しにくいと思う。
・条件１の提示の後、点Qの動きを考えさせる場面で、「数学的な見方・考え方」の評価基準である「見通し」を削除し、「点Qがどのように動いたかを知るには、何がわかればよいか」という問いかけをした方がよい。
・「関心・意欲・態度」の評価の観点については、表現などを再検討した方がよい。

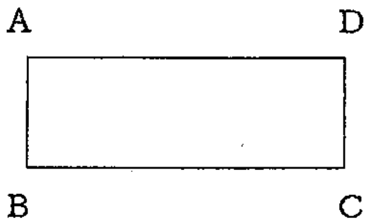
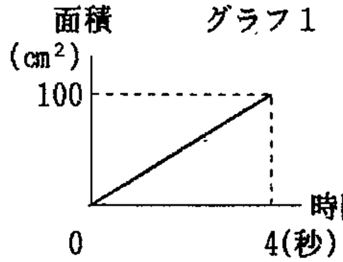
◎指導案の改訂について

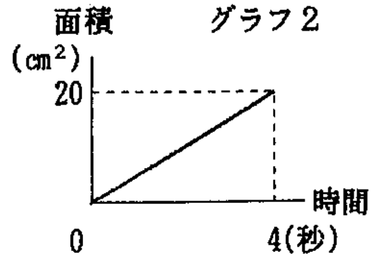
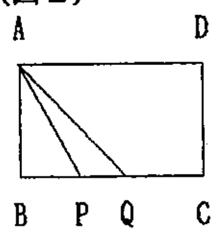
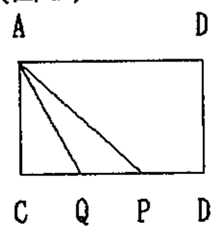
・いきなり動点が２つの問題では、むずかしいと思われるので、まず、動点が１つの場合、次に、動点が２つの場合と段階に分けて、課題を提示する。
・グラフはかかせないが、どのようなグラフであるか、十分に読みとらせるようにする。
・４秒後の図を正確にかかせて、点Qの位置をきちんとつかませる。
・「△APQの高さが一定であることに着目して、点Qの動きを考える」については、生徒の直観を大切にし、生徒の不十分な表現を教師が補足し、もう一度考察させる。

(１０) 改訂指導案

本時の指導のねらい　　具体的な事象から関数関係を見い出し、関数的な見方・考え方を利用して、問題の解決を図ることができる。

本時の指導の展開例

			数学的な見方・考え方		関心・意欲・態度	
指導内容	学　習　内　容	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題を提示する	**課題** 図１のようなＡＢ＝１０cm ＢＣ＝２４cmの長方形がある。２点Ｐ、Ｑは辺ＢＣ上を動くものとする。ただし、点Ｐは毎秒３cmの速さで頂点Ｂを出発し、頂点Ｃまで動く。 このとき、点Ｑはどのように動いたか。 図１ 					
課題から考えさせる	①（１）点Ｑがどのように動いているか、思いつくままに発表する。 ア．わからない。 イ．自由に動く。 ウ．頂点Ｃから出発して頂点Ｂまで動く。 （２）点Ｑがどのように動いたか知るには何がわかればよいか考える。 ア．点Ｑは点Ｂを出発した。 イ．点Ｑの速さ	・課題だけを最初に提示して問う。 ・課題だけでは答えられないことに気づいた生徒を尊重する ・軽く扱う。			身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。	課題の内容を把握しようとする。
条件１を提示する	**条件１** グラフ１は点ＰがＢを出発してから４秒までの時間と△ＡＢＱの面積との関係を表したグラフである。 このとき、点Ｑはどのように動いたか。 グラフ１ 					
課題と条件１から点Ｑの動きを考えさせる	②条件１から、点Ｑがどのように動いているかを考える。 ア．点ＱはＢから動く。 イ．点Ｑは４秒後に止まる。 ウ．点Ｑの速さは毎秒５cmである。 エ．ＢＱは４秒間に２０cm動いた。	・グラフからわかることを十分に考えさせる。たとえば０秒後の面積は０cm² であるなど。	グラフの特徴をとらえる 依存関係に着目する 帰納的に考える	時間と面積の関係をとらえる ＢＱの長さと面積との関係をとらえる。 時間とＢＱの長さとの関係をとらえる。	既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。	ＢＱの長さと面積の依存関係に着目しながら、グラフを読みとろうとする。

条件２を提示する	**条件２** グラフ２は点ＰがＢを出発してから４秒までの時間と△ＡＰＱの面積との関係を表したグラフである。 このとき、点Ｑはどのように動いたか。 					
課題と条件２から点Ｑの動きを考えさせる	③（１）条件２から、点Ｑがどのように動いているかを考える。 ア．点Ｐと同じ速さで動いている。…× イ．点Ｐと点Ｑは同時に出発する。 ウ．点Ｑは４秒後に止まる。 エ．点Ｑの速さは毎秒５㎝である。…× オ．点Ｑは往復している。…× カ．点Ｑは常に動いている。 キ．点ＱはＣから動く。…× ク．点Ｑは点Ｐとすれ違う。…× ケ．点Ｐとは違う速さで動く。 コ．点Ｐより速く（遅く）動く。 サ．点ＱはＢより出発する。 シ．点Ｑは一定の速さで動く。 ス．点Ｑの速さは毎秒４㎝で動く。 セ．点Ｑの速さは毎秒２㎝で動く。	・グラフからわかることを十分に考えさせる。 ・スやセの意見が出ないときは（２）に移る。 ・スやセの意見が出ても（２）を取り上げる。	グラフの特徴をとらえる 依存関係に着目する 帰納的に考える	時間と面積の関係をとらえる 原点を通ることの意味をとらえる。 ＰＱの長さと面積との関係をとらえる。 点Ｐの動きと面積から点Ｑの動きをとらえる。	既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。	ＰＱの長さと面積の依存関係に着目しながら、グラフを読みとろうとする。
４秒後の点Ｐ点Ｑの位置を調べる。	（２）４秒後の△ＡＰＱの図をかく。 (図２)  (図３) 	・点Ｑの位置は２通りあるが、一方しか出ない場合は、ＢＰ ＢＱ、ＰＱの長さを求める計算の中で取り上げる。	具体化する	４秒後の点Ｐ、Ｑの位置から点Ｑの速さを求める。	簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。	正しい図をかいて、考えようとする。
	（３）４秒後のＢＰ、ＢＱ、ＰＱの長さをどのように求めるか、発表する。 ア．ＢＰ＝３×４＝１２（㎝） イ．$PQ \times 10 \times \frac{1}{2} = 20$からＰＱ＝４㎝	・ＢＰ、ＢＱ、ＰＱの長さを求める順序は指示しない。			既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既	ＰＱの長さと面積の依存関係に着目しながら求めようとする。

<table>
<tr><td></td><td>ウ．図２から
ＢＱ＝ＢＰ＋ＰＱ
＝１２＋４＝１６（cm）
エ．図３から
ＢＱ＝ＢＰ－ＰＱ
＝１２－４＝８（cm）</td><td></td><td></td><td></td><td>有の経験を進んで活かそうとする。</td><td></td></tr>
<tr><td>点Ｑの速さを求めさせる</td><td>（４）点Ｑの速さを求める。
ア．図２から
１６÷４＝４（cm／秒）
イ．図３から
８÷４＝２（cm／秒）</td><td>・点Ｑが等速運動をしていると初めから思いこんでいる生徒がいるが、そのことに疑問を持たせて、（５）に移る。</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>点Ｑが一定の速さで動くことを確かめさせる</td><td>（５）１、２、３秒後の△ＡＰＱの面積を求める。それに応じてＢＱの長さも求める
ア．１秒後…５cm²
イ．２秒後…１０cm²
ウ．３秒後…１５cm²
エ．表をつくる
図２の時<table><tr><td>時間（x）</td><td>０</td><td>１</td><td>２</td><td>３</td><td>４</td></tr><tr><td>ＢＱ（y）</td><td>０</td><td>４</td><td>８</td><td>12</td><td>１６</td></tr></table>式　y＝４x

図３の時<table><tr><td>時間（x）</td><td>０</td><td>１</td><td>２</td><td>３</td><td>４</td></tr><tr><td>ＢＱ（y）</td><td>０</td><td>２</td><td>４</td><td>６</td><td>８</td></tr></table>式　y＝２x</td><td>・出発点がＢであることを確認する。
・ＢＱの長さは時間に比例することを確認する。</td><td>検証する</td><td>１秒ごとに点Ｑの位置を確認する。</td><td>簡潔さ、明確さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。</td><td>表、グラフ、式からその特徴を活用しようとする。</td></tr>
<tr><td></td><td>④△ＡＰＱの高さが一定であることに着目して、点Ｑの動きを考える。
ア．高さが一定だから、面積は底辺に比例する。
イ．面積は時間に比例するから、底辺ＰＱは時間に比例する。
ウ．底辺ＰＱ＝ＢＱ－ＢＰ（ＢＰ－ＢＱ）で、ＢＰの長さは時間に比例するからＢＱの長さも時間に比例する。</td><td>・④は③の段階で出てくる可能性もある</td><td>依存関係に着目する</td><td>時間と面積、時間とＰＱ、ＰＱと面積、ＢＰと面積、ＢＱと面積などの依存関係を考える。</td><td>既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。</td><td>時間と面積、時間とＰＱ、ＰＱと面積、ＢＰと面積、ＢＱと面積などの依存関係に着目しながら考えようとする。</td></tr>
<tr><td>まとめ</td><td>比例における表、グラフ、式の特徴を使ってどのように解決したかをまとめる。</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3．今後の課題

中学校関数指導の評価について、それぞれの観点の評価規準を明らかにし、評価問題を作成、検討を重ねてきた。今後も、研究授業を通して次の課題を追究したい。

（1）評価規準を見直したわけであるが、その規準をさらに考察し、それらに沿った評価問題を作成する。

（2）「C　数学的見方・考え方」と同様に、「D　関心・意欲・態度」の内容について、その評価規準を明確にし、それを盛り込んだ指導案を作成、実施する。

（3）評価問題を実施し、分析、考察する。さらに、いくつかの観点を網羅した評価問題を作成、実施する。

（4）評価を意識した関数指導展開例を作成、実施する。

（5）一人ひとりの生徒の関数概念が、どのように高まり、深まるかを考察する。そして、どのような内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討する。

（6）３年間を見通した関数カリキュラムを再検討し、さらによりよい関数指導のあり方について追究する。

[参考・引用文献]

※1　石田　恒好「評価目標の規定とその具体化」図書センター

※2　片桐　重男「数学的考え方の具体化」明治図書

※3　元木　靖則「『数学への関心・意欲・態度』を育てる指導と評価に関する研究」（都立教育研究所研究生論文）

以下の文献は、東京都中学校数学研究会　関数委員会の作成したものである。

（1）「授業研究と評価問題」
　〈日数教（東京、山形、岡山）大会発表資料〉1980(S55)～1982(S57)

（2）「関数領域における授業研究と評価問題」
　〈日数教（埼玉）大会発表資料〉1983(S58)

（3）「第１学年　関数指導について」
　〈日数教（福井）大会発表資料〉1984(S59)
　「中学校関数指導について」
　〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)

（4）「中学校関数指導について」
　〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)

（5）「中学校関数指導について」
　〈日数教（東京）大会発表資料〉1986(S61)

（6）「関数の導入および利用の指導について」
　〈日数教（福岡）大会発表資料〉1987(S62)
　「『関数の利用』の指導について」
　〈日数教（静岡、千葉）大会発表資料〉1988(S63)～1989(H1)

（7）「『関数の利用』の指導について」
　〈日数教（愛媛）大会発表資料〉1990(H2)
　「中学校関数指導展開例－第３学年－」
　〈日数教（盛岡）大会発表資料〉1991(H3)

（8）「中学校関数指導における評価について」
　〈日数教（神奈川、滋賀）大会発表資料〉1992(H4)～1993(H5)

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

岩木敬二郎	（元板橋区立中台中）	遠藤　國雄	（板橋区立向原中）
遠藤　浪江	（練馬区立開進三中）	大澤　弘典	（品川区立城南中）
小澤　慶晃	（品川区立大崎中）	風間喜美江	（足立区立第三中）
高山　康史	（江戸川区立西葛西中）	小嶋　節雄	（新宿区立戸山中）
五島　芳夫	（港区立御成門中）	小林　博	（練馬区立大泉中）
近藤　和夫	（東京都立教育研究所）	須藤　哲夫	（元品川区立伊藤中）
関　富美雄	（港区立御成門中）	高村　真彦	（ｼｱﾄﾙ日本語補習校）
橋爪　昭男	（大田区立大森六中）	半田　進	（東学大附属小金井中）
村上　史子	（世田谷区立桜木中）	山本　恵悟	（足立区立谷中中）
吉田　直樹	（調布市立神代中）	吉田　裕行	（品川区立伊藤中）