

# 中学校関数指導における評価について

東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会

## 1. 研究の経過とねらい

本委員会では、この15年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

昭和57年度まで<sup>(1)</sup>に、評価問題を作成、実施した結果、「1次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度<sup>(2)</sup>には、第2学年「1次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第1学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているのかが問題となった。昭和59、60年度<sup>(3)</sup>には、第1学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。さらに、昭和60年度<sup>(4)</sup>には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について提言を行った。昭和61年度<sup>(5)</sup>には関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度<sup>(6)</sup>は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。平成2、3年度<sup>(7)</sup>は、新学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成した。平成4、5年度<sup>(8)</sup>は、第2学年の評価の観点及び評価問題を再検討、実施し、結果の考察及び評価問題の改訂を行った。平成6年度<sup>(9)</sup>は、第1学年と第3学年の評価の観点を再検討し、改訂評価問題を作成、実施した。また、数学的な見方・考え方の評価の観点を探る学習指導案を作成して授業研究を通して検討し、改訂指導案を作成した。さらに、授業後に、数学的な見方・考え方の評価問題を作成、実施した。

以上の経過を踏まえ、今年度は次のことをねらいとして研究を進めた。

- ・評価の規準及び評価問題の検討を重ね、適切な関数指導はどのようにすべきかを考察する。
- ・今年度は特に、関心・意欲・態度の評価について授業実践等を通して研究する。

なお、本大会の、「数量関係」分科会では平成4年度からの研究のまとめを、「評価」分科会では「関心・意欲・態度」の評価について報告する。


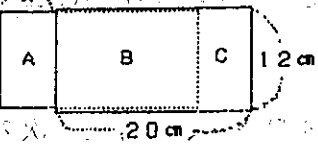

## 2. 研究の内容

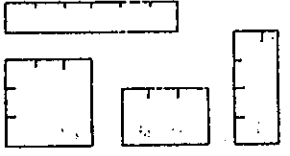
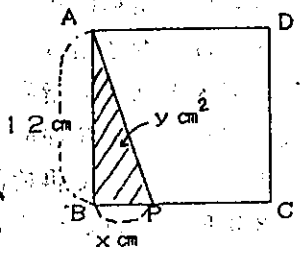
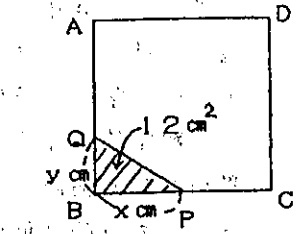
### (1) 研究の方法

関数の評価を行うためには、何を評価するのかを明確にする必要がある。本委員会では、具体的・分析的に評価を行うために、評価の観点を明確にした。次に、その評価の観点に沿った評価問題を作成した。(※1)

そして、今年度はこれまでに作成し実施した指導案の授業記録等を分析・考察することにより、関心・意欲・態度の評価規準を明確にし、授業の中でどのように評価することができるか検討する。その上で、再度研究授業を行い、関心・意欲・態度についての評価の規準や評価方法を再検討する。また授業実践に伴い、作成した評価問題も実施し、授業改善に役立てる。

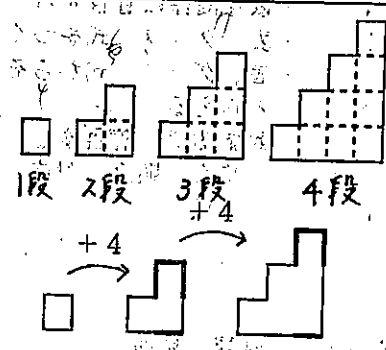
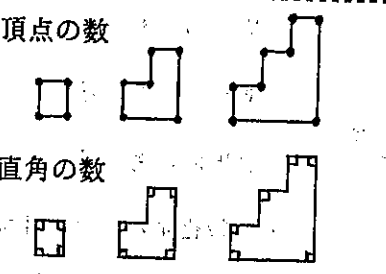
(2) 第1学年 指導計画

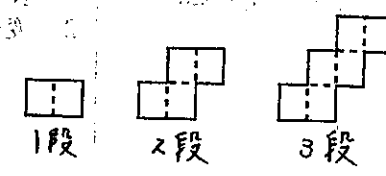
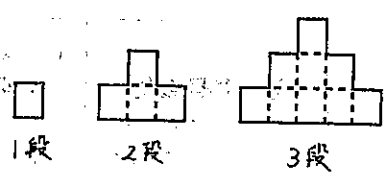
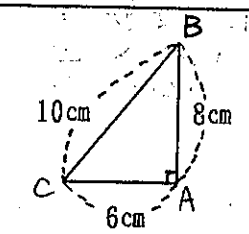
時数	項目	指導内容
1	ともなって変わる量	<p>【課題】封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。</p>  <p>(1) 変化する量・変化しない量をあげる。                  [1] 引きだした長さ<math>x</math>と周囲の長さとの関係調べる。  <math>y = 2x + 64</math>                  [2] 引きだした長さ<math>x</math>とAの部分の面積との関係調べる。  <math>y = 12x</math></p> 
2		<p>[3] 引きだした長さ<math>x</math>と全体の面積との関係調べる。  <math>y = 240 + 12x</math>                  [4] 引きだした長さ<math>x</math>とBの部分の面積との関係調べる。  <math>y = 240 - 12x</math>                  (1) 「<math>y</math>は<math>x</math>の関数である」ことを定義する。                  (2) 「変域」を定義する。</p>
3	関数 $y = ax$	<p>(1) 2つの変数<math>x, y</math>の間に、<math>y = 2x, y = -3x</math>という関係があるとき、<math>x, y</math>の変化の様子を調べる。                  (2) 「<math>y</math>は<math>x</math>に比例する」ことを定義する。</p>
4	(式の決定)	<p>(1) 右の図のような円柱状の空の容器に、一定の割合で水をいれたところ、3分後に6cmの深さまで、水が入った。<math>x</math>分後の水の深さを<math>y</math>cmとして、<math>y</math>を<math>x</math>の式で表す。  <math>y = 2x</math></p>  <p>(2) いくつかの具体的な事象について比例の関係を確かめる</p>
5	関数 $y = ax$ のグラフ	<p>(1) <math>y = 2x</math> グラフをかく。                  (2) グラフをかくときに座標の考え方が有効であることを知る。                  (3) 「座標軸、原点、<math>x</math>軸、<math>y</math>軸、<math>x</math>座標、<math>y</math>座標」の用語を与える。                  (4) 点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。</p>

6		<p>(1) <math>y = 2x, y = -3x</math>のグラフをかく。                  (2) <math>y = ax</math>のグラフの特徴をまとめる。</p>
7		<p>(1) 原点と他の1点で<math>y = ax</math>のグラフをかく。                  (2) グラフから式を求める。                  (3) 変域を不等号を使って表現する。</p>
8	関数 $y = a/x$ とそのグラフ	<p>【課題】右の4つの長方形の中で、一つだけ他と違うものをあげなさい。                  ・面積が<math>6\text{cm}^2</math>である長方形について調べる。                  (1) <math>y = 6/x</math>について調べる。                  (<math>x</math>の変域を負に拡張する)                  (2) <math>y = -12/x</math>について調べる。                  (3) 「<math>y</math>は<math>x</math>に反比例する」ことを定義する。</p> 
9		<p>(1) A地からB地までの道のりを、行きは時速4kmの速さで5時間歩いた。帰りには時速<math>x</math>kmの速さで<math>y</math>時間歩くと、<math>y</math>を<math>x</math>の式で表す。                  (2) 練習問題 ・表から立式                  ・既習の関数について、具体的事象で立式</p>
10		<p>(1) <math>y = 6/x, y = -12/x</math>のグラフをかく。                  (2) <math>y = a/x</math>のグラフの特徴をまとめる。</p>
11	関数の利用	<p>【課題】右の図のような正方形ABCDがある。点Pは辺BC上を頂点Bを出発して、頂点Cまで動く。BPの長さが<math>x</math>cmのときの三角形ABPの面積を<math>y\text{cm}^2</math>とすると、<math>x</math>と<math>y</math>の関係を調べなさい</p>  <p>【課題】右の図のような正方形ABCDがある。点Pは辺BC上を、点Qは辺AB上を、三角形PQBの面積は<math>12\text{cm}^2</math>になるように動く。BPの長さが<math>x</math>cm、BQの長さを<math>y</math>cmとすると、<math>x</math>と<math>y</math>の関係を調べなさい。</p> 
12	問題練習	

	A. 知識・理解	B. 表現・処理	C. 見方・考え方	D. 関心・意欲・態度
I. ともな なって変 わる量	1 関数の考えを理解する。 ・ともなって変わる量 ・ともなって変わる2つの量 ・変化と対応 2 変数、変域の意味を理解する。	1 具体的な事象から、ともなって変わる2つの量を見出すことができる。 2 ともなって変わる2つの量の関係を表に表すことができる。 3 ともなって変わる2つの量の変化のようすや対応の仕方を、表や式でとらえることができる。 4 変域を不等号を用いた式で表すことができる。	事象の中から数量の関係を見だし、次のようないろいろな見方・考え方を使得って問題を解決する。 ・依存関係に着目する ・表、グラフ、式をつくる ・表、グラフ、式からその特徴をとらえる ・対応関係に着目する (集合、順序、対応、変数、変域) ・直観 見通し ・帰納的に考える ・演繹的に考える ・合理的に考える ・一般化する 特殊化する ・抽象化する 具体化する ・単純化する ・図形化する ・置き換えをする ・検証する	(1) 身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。 (2) 具体的な事象を関数的にとらえようとする。 (3) 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。 ①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既存の経験を進んで活かそうとする。 ②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。 (4) 関数的な見方・考え方のよさを実感する。
II. 関数 $y = ax$	1 比例の定義を知る。 2 比例は一方が2倍、3倍、…になれば他方も2倍、3倍、…になることを理解する。 3 比例定数の意味を理解する。 4 変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも比例の関係が成り立つことを理解する。	1 ともなって変わる2つの量の間、比例の関係を見出すことができる。 2 表から $y = ax$ の形に表すことができる。 3 与えられた条件から、比例の式を求めることができる。		
III. 関数 $y = ax$ のグラフ	1 x軸、y軸、座標軸、原点、x座標、y座標の用語や座標の意味を理解する。 2 関数 $y = ax$ のグラフは、原点を通る直線であることを知る。 3 関数 $y = ax$ のグラフで $a > 0$ のときは右上がりの直線 $a < 0$ のときは右下がりの直線であることを理解する。	1 座標平面上の点の座標を求めたり、座標から点をプロットすることができる。 2 点をプロットして比例のグラフをかくことができる。 3 「比例定数」を使って、比例のグラフをかくことができる。 4 グラフから比例の式を求めることができる。		
VI. 関数 $y = a/x$ とその グラフ	1 反比例の定義を知る。 2 反比例は一方が2倍、3倍、…になれば、他方は1/2倍、1/3倍、…になることを理解する。 3 比例定数の意味を理解する。 4 変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも反比例の関係が成り立つことを理解する。 5 関数 $y = a/x$ のグラフは、双曲線になることを知る。 6 反比例のグラフで $a > 0$ のときは第1象限、第3象限にあらわれる双曲線 $a < 0$ のときは第2象限、第4象限にあらわれる双曲線であることを理解する。	1 ともなって変わる2つの量の間、反比例の関係を見出すことができる。 2 反比例の関係を $y = a/x$ の形に表すことができる。 3 点をプロットして、反比例のグラフをかくことができる。 4 与えられた条件やグラフから、反比例の式を求めることができる。		(5) 新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。
V. 関数 の利用	(上記の評価の観点について、さらに深める。)			

(4) 第2学年 指導計画

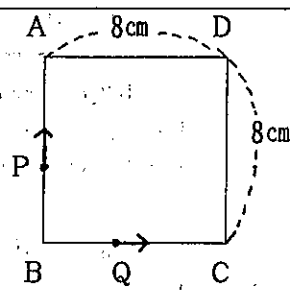
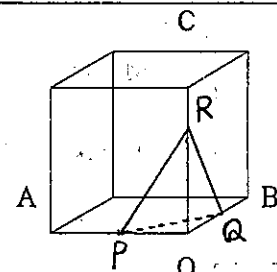
時数	項目	指導内容
1	1次関数の意味	<p>〔課題〕 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。</p> <p>〔I〕 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、その変化のようすを調べる。</p> <p>②表、グラフ、式(<math>y = 4x</math>)を求める。</p> <p>③<math>y = 4x</math>で、定数4の意味を考える。</p> 
2	4	<p>〔II〕 階段の数がx段のときの頂点の数をy個として、その変化のようすを調べる。</p> <p>〔III〕 階段の数がx段のときの直角の数をy個として、その変化のようすを調べる。</p> <p>①yはxの1次関数である」ことを定義する。</p> 
3	1次関数の値の変化とグラフ	<p>①<math>y = 2x + 3</math>、<math>y = -5x + 4</math>について、変化のようすを調べる。</p> <p>②「変化の割合」を定義する。</p> <p>③1次関数についての変化の割合の特徴をまとめる。</p>
4		<p>①<math>y = 2x + 3</math>、<math>y = 2x</math>のグラフをかく。</p> <p>②<math>y = -2x + 4</math>、<math>y = -2x</math>のグラフをかく。</p> <p>③1次関数のグラフと比例のグラフとの関係性を調べる。</p> <p>④「切片」を定義する。</p>
5		<p>①<math>y = 2x + 3</math>、<math>y = -2x + 4</math>のグラフの傾きぐあいを調べる。</p> <p>②「傾き」を定義する。</p> <p>③1次関数<math>y = ax + b</math>で、<math>a &gt; 0</math>のときと<math>a &lt; 0</math>のときの変化のようすの違いを調べる。</p>
6	3	<p>①<math>y = 2x + 1</math>、<math>y = -x + 1</math>、<math>y = -\frac{1}{2}x + 3</math>のグラフを傾きや切片を使ってかく。</p> <p>②グラフが平行になるときの特徴をまとめる。</p>

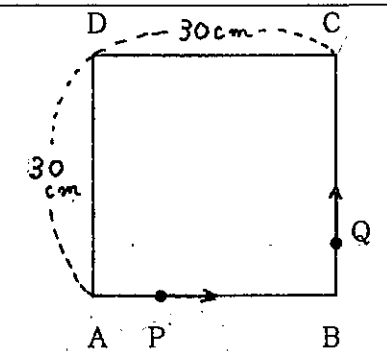
7	1次関数を求める	<p>〔課題〕 縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。</p> <p>〔I〕 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、yをxの式で表す。<math>(y = 4x + 2)</math></p> <p>②各自、どのように式を求めたかを発表する。</p> <p>③1次関数の式は、変化の割合aと1組のx、yの値から、また、2組のx、yの値から求められることをまとめる。</p> 
8		(1次関数の式の決定についての問題練習)
9		(測定値の資料などから1次関数を求めさせる。-実験式-)
10	1次関数の利用	<p>〔課題〕 1辺が1cmの正方形を右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p> <p>〔I〕 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、yをxの式で表す。<math>(y = 6x - 2)</math></p> <p>〔II〕 x段目にある正方形の個数をy個として、yをxの式で表す。<math>(y = 2x - 1)</math></p> <p>〔III〕 x段のときの全体の面積を<math>y \text{ cm}^2</math>として、yをxの式で表す。<math>(y = x^2)</math></p> 
11		<p>〔課題〕 右のような<math>\triangle BCA</math> (<math>\angle A = 90^\circ</math>)がある。点PはCを出発して、毎秒1cmの速さでAを通過してBまで動く。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。</p> <p>〔I〕 点PがCを出発してからx秒後の<math>\triangle BCP</math>の面積を<math>y \text{ cm}^2</math>として、変化のようすを調べる。(変域に注意させる)</p> 

(5) 第2学年 評価規準

	A. 知識・理解	B. 表現・処理	C. 見方・考え方	D. 関心・意欲・態度
I. 1次関数	<ol style="list-style-type: none"> <li>1次関数の定義を知る。</li> <li>比例が1次関数の特別な場合であることを理解する。</li> <li>1次関数は、<math>x</math> に比例する量と一定の量との和とみられることを理解する。</li> </ol>		<p>事象の中から数量の関係を見だし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>依存関係に着目する</li> <li>表、グラフ、式をつくる</li> <li>表、グラフ、式からその特徴をとらえる</li> <li>対応関係に着目する (集合、順序、対応、変数、変域)</li> </ul>	<p>(1) 身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。</p>
II. 値の変化	<ol style="list-style-type: none"> <li>変化の割合の定義を知る。</li> <li>1次関数の変化の割合は一定で、<math>a</math> に等しいことを理解する。</li> <li>1次関数の変化の割合は、<math>x</math> の値が1ずつ増加するときの<math>y</math> の増加量であることを理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>x</math> の値に対応する<math>y</math> の値を求めることができる。</li> <li>1次関数 <math>y = ax + b</math> の表を観察しながら、<math>x</math> の増加量に対する<math>y</math> の増加量を求めることができる。</li> <li>変化の割合を求めることができる。</li> <li>変化の割合から<math>y</math> の増加量を求めることができる。</li> </ol>		<p>(2) 具体的な事象を関数的にとらえようとする。</p>
III. 1次関数のグラフ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1次関数 <math>y = ax + b</math> のグラフは直線であることを知る。</li> <li>1次関数 <math>y = ax + b</math> のグラフは、<math>y = ax</math> のグラフを<math>y</math> 軸の正の向きに<math>b</math> だけ平行移動したものであることを理解する。</li> <li>1次関数 <math>y = ax + b</math> のグラフにおいて、「傾き」、「切片」の意味を理解する。</li> <li>1次関数 <math>y = ax + b</math> のグラフは、 <math>a &gt; 0</math> のときは右上がりの直線 <math>a &lt; 0</math> のときは右下がりの直線であることを理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>点をプロットしてグラフをかくことができる。</li> <li>グラフが直線であるとき、そのグラフの「傾き」と「切片」を読みとることができる。</li> <li>「傾き」と「切片」を使って、1次関数 <math>y = ax + b</math> のグラフをかくことができる。</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>直観 見通し</li> <li>帰納的に考える</li> <li>演繹的に考える</li> <li>合理的に考える</li> <li>一般化する 特殊化する</li> <li>抽象化する 具体化する</li> <li>単純化する</li> <li>図形化する</li> </ul>	<p>(3) 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。</p> <p>①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有的な経験を進んで活かそうとする。</p> <p>②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。</p>
IV. 1次関数の式の決定		<ol style="list-style-type: none"> <li>表やグラフや条件から、1次関数の式を求めることができる。 <math>a</math> と <math>b</math>    <math>a</math> と1組の <math>x</math>、<math>y</math> <math>b</math> と1組の <math>x</math>、<math>y</math>    2組の <math>x</math>、<math>y</math></li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>置き換えをする</li> <li>検証する</li> </ul>	
V. 1次関数の利用	(上記の評価の観点について、さらに深める。)			

(6) 第3学年 指導計画

時数	項目	指導内容
1	2次関数	<p>【課題場面】1辺が8 cmの正方形ABCDがある。点Pは頂点BからAを通過して点Dまで、点Qは頂点BからCを通過して頂点Dまで同時に出発し、それぞれ1秒間に2 cmの速さで動く。</p> <p>(I) 何がかわるかを考える。 (II) 時間と面積(△PBQ, 五角形PQABC)との関係を調べる。</p> <p><math>0 \leq x \leq 4</math> のとき <math>y = 2x^2</math> <math>4 \leq x \leq 8</math> のとき <math>y = -2x^2 + 32x - 64</math></p> 
2		<p>① 2次関数の定義 ② 具体的な例(立方体の表面積、高さ一定の正四角すいの体積)について立式する。 ③ <math>y = x^2</math> のグラフがどんな形になるか予想する。</p>
3	関数 $y = ax^2$ のグラフ	<p>① <math>y = x^2</math> のグラフを完成させる。 ② <math>y = 2x^2</math> のグラフをかき、<math>y = x^2</math> のグラフと比べる。 ③ <math>y = x^2</math> のグラフをもとに、<math>y = 1/2x^2</math> のグラフをかく。</p>
4		<p>① <math>y = -x^2</math> のグラフをかき、<math>y = x^2</math> のグラフと比べる。 ② <math>y = x^2</math> のグラフをもとに、<math>y = -2x^2</math> のグラフをかく。 ③ <math>y = -x^2</math> のグラフをもとに、<math>y = -1/2x^2</math> のグラフをかく。 ④ 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフの特徴をまとめる。</p>
5	変化の割合	<p>① 車の速さと空走距離、制動距離の関係について調べ、変化の割合を求める。 ② 変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③ 関数 <math>y = ax^2</math> と1次関数の値の変化の割合を比較する。 ④ 関数 <math>y = x^2</math> について、変化の割合を調べる。</p>
6		<p>① <math>y = -x^2</math> について、変化の割合を調べる。 ② 変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③ 関数 <math>y = ax^2</math> の値の変化の割合についてまとめる。 ④ 具体的な場面(落体運動)で、変化の割合の意味について考える。</p>
7	問題練習	(斜面を転がるボールの問題も扱う)
8	いろいろな関数I	<p>【課題場面】右の図のような1辺が10 cmの立方体がある。点P、Q、Rはそれぞれ辺OA、OB、OC上の点である。</p> <p>(I) 点Q、RはOQ = 4 cm、OR = 6 cmの位置に停止し、点Pは頂点Oを出発してからx秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を <math>y \text{ cm}^3</math> とする。xとyとの関係を調べる。( <math>y = 4x</math> )</p> <p>(II) 次の(a)(b)のそれぞれの条件についてxとyとの関係を調べる。</p> <p>(a) 点RはOR = 6 cmの位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1 cmの速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してからx秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を <math>y \text{ cm}^3</math> とする。( <math>y = x^2</math> )</p> 

		<p>(b) 点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒1 cmの速さでA、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してからx秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を <math>y \text{ cm}^3</math> とする。( <math>y = 1/6x^3</math> )</p> <p>・ <math>y = 4x</math>、<math>y = x^2</math>、<math>y = 1/6x^3</math> の値の変化を表で調べる。</p>
9		<p>(III) 前時の課題場面で、点P、Qは頂点Oを出発し、それぞれ毎秒1 cmの速さでA、Bまで動く。そのとき点Rは三角すいR-P-O-Qの体積が <math>4 \text{ cm}^3</math> で一定になるように動く。点P、QがOを出発してからx秒後のORの長さをy cmとする。xとyとの関係を調べる。( <math>y = 24/x^2</math> )</p> <p>・ <math>y = 24/x^2</math> について、変化や対応のようすを調べる。 ・ <math>y = 4x</math>、<math>y = x^2</math>、<math>y = 1/6x^3</math>、<math>y = 24/x^2</math> のグラフについて調べる。</p>
10	いろいろな関数II	<p>① 時計の短針と長針の動くようすを表したグラフから、短針と長針の重なる時間を求める。 ② 1次関数 <math>y = 2x - 1</math> と関数 <math>y = 2x^2</math> について、式、グラフ、対応のしかたや増減のようすは異なるが、「xの値を1つ決めれば、yの値がただ1つ決まる」ことは共通していることを確認する。 ③ 集合による関数の定義をする。</p>
11		<p>① xの変域を <math>-1 \leq x \leq 3</math> とするとき、<math>y = 2x - 1</math> と <math>y = 2x^2</math> のyの変域を求める。 ② ある地下鉄の運賃は、次の表のようになっている。(表略) 乗車距離と料金との関係を調べる。 ③ A駅からB団地行きのバスの料金は180円均一で、A駅からB団地までの道のりは5 kmである。乗車距離と料金との関係を調べる。 ④ xを1けたの自然数とする。xを3でわったときの余りをyとしてxとyとの関係を調べる。 ⑤ 関数にならない例について考える。</p>
12	関数の利用	<p>【課題場面】右の図のように、1辺が30 cmの正方形ABCDがある。点PはAを出発して毎秒5 cmの速さでBを通りCまで動く。点QはBを出発して毎秒2 cmの速さでCまで動く。</p>  <p>・ △APQの面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。 ・ △APQの面積が最大になるのは何秒後かを考える。 ・ △APQの面積が45 cmになるのは何回あるかを考える。 ・ △APQの面積が125 cmになるのは何秒後かを考える。</p> <p>① グラフを利用することの良さを実感する。 ② いろいろな関数があることを知る。</p>

(7) 第3学年 評価規準

	A. 知識・理解	B. 表現・処理	C. 見方・考え方	D. 関心・意欲・態度
I. 2次関数	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 事象のなかに比例でも反比例でも1次関数でもない関数があることを知る。</li> <li>2 2次関数の定義を知る。</li> <li>3 関数 <math>y = ax^2</math> が2次関数の特別な場合であることを知る。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 1組の <math>x, y</math> の値から関数 <math>y = ax^2</math> を導くことができる。</li> <li>2 <math>y = ax^2</math> で表される関係を、表や式で表すことができる。</li> </ol>	<p>事象の中から数量の関係を見だし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・依存関係に着目する</li> <li>・表、グラフ、式をつくる</li> <li>・表、グラフ、式からその特徴をとらえる</li> <li>・対応関係に着目する (集合、順序、対応、変数、変域)</li> </ul>	<p>(1) 身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。</p>
II. 関数 $y = ax^2$ のグラフ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフはなめらかな曲線であることを知る。</li> <li>2 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフは原点を通り、<math>y</math> 軸について対称であることを知る。</li> <li>3 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフは、<math>a &gt; 0</math> のときは上に開き、<math>a &lt; 0</math> のときは下に開いた放物線であることを知る。</li> <li>4 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフは、<math>a</math> の絶対値が等しく符号が異なる場合、<math>x</math> 軸について対称であることを知る。</li> <li>5 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフは、<math>a</math> の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなることを知る。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 関数 <math>y = x^2</math> のグラフをかくことができる。</li> <li>2 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフについて、<math>a</math> の値をいろいろ変えてグラフをかくことができる。</li> <li>3 与えられたグラフから、関数 <math>y = ax^2</math> の式を求めることができる。</li> <li>4 関数 <math>y = ax^2</math> の値の変化をグラフからとらえることができる。</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直観 見通し</li> <li>・帰納的に考える</li> <li>・演繹的に考える</li> <li>・合理的に考える</li> <li>・一般化する 特殊化する</li> <li>・抽象化する 具体化する</li> <li>・単純化する</li> <li>・図形化する</li> <li>・置き換えをする</li> <li>・検証する</li> </ul>	<p>(2) 具体的な事象を関数的にとらえようとする。</p> <p>(3) 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。</p> <p>①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既存の経験を進んで活かそうとする。</p> <p>②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。</p>
III. 変化の割合	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 関数 <math>y = ax^2</math> では、1次関数の場合と違って、その値の変化の割合は一定でないことを理解する。</li> <li>2 変化の割合はグラフ上では直線の傾きに等しいことを理解する。</li> <li>3 具体的な場面で、関数 <math>y = ax^2</math> の値の変化の割合の意味を理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 変化の割合を求めることができる。</li> <li>2 平均の速さを求めることができる。</li> </ol>		<p>(4) 関数的な見方・考え方のよさを実感する。</p>
IV. いろいろな関数	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 集合 <math>X</math> にふくまれる <math>x</math> の値に、集合 <math>Y</math> にふくまれる <math>y</math> の値がただ1つだけ対応しているとき、その対応を <math>X</math> から <math>Y</math> への関数であることを理解する。</li> <li>2 対応による見方で、変域の意味を理解する。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 表やグラフ、式から、変化や対応のようすを読み取ることができる。</li> <li>2 対応による見方で、変域を求めることができる。</li> </ol>		<p>(5) 新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。</p>
V. 関数の利用	(上記の評価の観点について、さらに深める。)			

(8) 第1学年 第11時「関数の利用」学習指導案

① 本時の指導のねらい 具体的な事象から関数関係を見出し、関数的な見方、考え方を利用して、問題の解決を図ることができる。

② 本時の指導の展開例

指導内容	学 習 内 容	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題を提示する	<p>課題</p> <p>図1のような <math>AB = 10\text{ cm}</math>  <math>BC = 24\text{ cm}</math> の長方形がある。                  2点P、Qは辺BC上を動くものとする。ただし、点Pは毎秒 <math>3\text{ cm}</math> の速さで頂点Bを出発し、頂点Cまで動く。                  このとき、点Qはどのように動いたか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・課題だけを最初に提示して問う。</li> <li>・課題だけでは答えられないことに気づいた生徒を尊重する</li> <li>・軽く扱う。</li> </ul>				
課題から考えさせる	<p>① (1) 点Qがどのように動いているか、思いつくままに発表する。                  ア. わからない。                  イ. 自由に動く。                  ウ. 頂点Cから出発して頂点Bまで動く。</p> <p>(2) 点Qがどのように動いたか知るには何がわかればよいか考える。                  ア. 点Qは点Bを出発した。                  イ. 点Qの速さ</p>				身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な関係に気づく	課題の内容を把握しようとする。
条件1を提示する	<p>条件1</p> <p>グラフ1は点PがBを出発してから4秒までの時間と <math>\triangle ABQ</math> の面積との関係を表したグラフである。                  このとき、点Qはどのように動いたか。</p>					
課題と条件1から点Qの動きを考えさせる	<p>② 条件1から、点Qがどのように動いているかを考える。                  ア. 点QはBから動く。                  イ. 点Qは4秒後に止まる。                  ウ. 点Qの速さは毎秒 <math>5\text{ cm}</math> である。                  エ. BQは4秒間に <math>20\text{ cm}</math> 動いた。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフからわかることを十分に考えさせる。たとえば0秒後の面積は <math>0\text{ cm}^2</math> であるなど。</li> </ul>	<p>グラフの特徴をとらえる                  依存関係に着目する                  帰納的に考える</p>	<p>時間と面積の関係をとらえる                  BQの長さとの関係をとらえる。                  時間とBQの長さとの関係をとらえる。</p>	<p>関数的な見方考え方を進んで問題解決に活用しようとする。</p>	<p>BQの長さとの関係の依存関係に着目しながら、グラフを読みとろうとしている。</p>

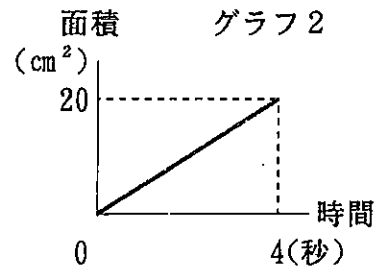


条件2を提示する

条件2

グラフ2は点PがBを出発してから4秒までの時間と $\triangle APQ$ の面積との関係を表したグラフである。

このとき、点Qはどのように動いたか。



課題と条件2から点Qの動きを考えさせる

- ③ (1) 条件2から、点Qがどのように動いているかを考える。
- ア. 点Pと同じ速さで動いている。…×
  - イ. 点Pと点Qは同時に出発する。
  - ウ. 点Qは4秒後に止まる。
  - エ. 点Qの速さは毎秒5cmである。…×
  - オ. 点Qは往復している。…×
  - カ. 点Qは常に動いている。
  - キ. 点QはCから動く。…×
  - ク. 点Qは点Pとすれ違う。…×
  - ケ. 点Pとは違う速さで動く。
  - コ. 点Pより速く(遅く)動く。
  - サ. 点QはBより出発する。
  - シ. 点Qは一定の速さで動く。
  - ス. 点Qの速さは毎秒4cmで動く。
  - セ. 点Qの速さは毎秒2cmで動く。

・グラフからわかることを十分に考えさせる。

・スやセの意見が出ないときは(2)に移る。  
 ・スやセの意見が出ても(2)を取り上げる。

・点Qの位置は2通りあるが、一方しか出ない場合は、BP、BQ、PQの長さを求める計算の中で取り上げる。

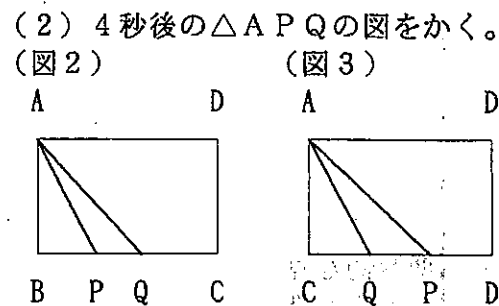
グラフの特徴をとらえる  
 依存関係に着目する  
 帰納的に考える

時間と面積の関係をとらえる  
 原点を通ることの意味をとらえる。  
 P、Qの長さとの関係をとらえる。  
 点Pの動きと面積から点Qの動きをとらえる。

関数的な見方  
 考え方を進んで問題解決に活用しようとする。

P、Qの長さとの関係の依存関係に着目しながら、グラフを読みとろうとしている。

4秒後の点P、点Qの位置を調べる。



具体化する

4秒後の点P、Qの位置から点Qの速さを求める。

(3) 4秒後のBP、BQ、PQの長さをどのように求めるか、発表する。

ア.  $BP = 3 \times 4 = 12$  (cm)

イ.  $PQ \times 10 \times \frac{1}{2} = 20$  から  
 $PQ = 4$  (cm)

ウ. 図2から

$$BQ = BP + PQ \\ = 12 + 4 = 16 \text{ (cm)}$$

エ. 図3から

$$BQ = BP - PQ \\ = 12 - 4 = 8 \text{ (cm)}$$

(4) 点Qの速さを求める。

ア. 図2から

$$16 \div 4 = 4 \text{ (cm/秒)}$$

イ. 図3から

$$8 \div 4 = 2 \text{ (cm/秒)}$$

(5) 1、2、3秒後の△APQの面積を求める。それに応じて、BQの長さも求める。

ア. 1秒後…5 cm<sup>2</sup>

イ. 2秒後…10 cm<sup>2</sup>

ウ. 3秒後…15 cm<sup>2</sup>

エ. 表をつくる

図2の時

時間(x)	0	1	2	3	4
BQ(y)	0	4	8	12	16

式  $y = 4x$

図3の時

時間(x)	0	1	2	3	4
BQ(y)	0	2	4	6	8

式  $y = 2x$

④△APQの底辺と高さに着目して、点Qの位置を考える。

ア. 高さが一定だから、面積は底辺に比例する。

イ. 面積は時間に比例するから、底辺PQは時間に比例する。

・BP、BQ、PQの長さを求める順序は指示しない。

・点Qが等速運動をしていると初めから思いこんでいる生徒がいるが、そのことに疑問を持たせて、(5)に移る。

・出発点がBであることを確認する。  
 ・BQの長さは時間に比例することを確認する。

・④は③の段階で出てくる可能性もある

検証する

依存関係に着目する

1秒ごとに点Qの位置を確認する。

時間と面積、時間とPQ、PQと面積、BPと面積、BQと面積などの依存関係を考える。

簡潔さ、明確さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けている。

関数的な見方考え方を進んで問題解決に活用しようとする。

表、グラフ、式からその特徴を活用しようとする。

<p>まとめ</p>	<p>ウ. 底辺 <math>PQ = BQ - BP</math> (<math>BP - BQ</math>)        で、<math>BP</math>の長さは時間に比例するから  <math>BQ</math>の長さも時間に比例する。</p> <p>比例における表、グラフ、式の特徴を使って        どのように解決したかをまとめる。</p>					
------------	--	--	--	--	--	--

(9) 第2学年 第11時「関数の利用」 (その2) 学習指導案

① 本時の指導のねらい 具体的な課題から関数関係を見だし、表や式に表したり、変化の特徴をとらえ課題を解決する力を養う。

② 本時の指導の展開例

指導内容	学 習 内 容	指導上の留意点	数学的な見方・考え方			関心・意欲・態度																										
			評価規準	具体的な評価規準	評価方法	評価規準	具体的な評価規準	評価方法																								
課題を提示する。	<p>課題</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>14</td> <td>16</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>22</td> <td>20</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>26</td> <td>28</td> <td>30</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(単位は秒)</p> <p>直線上に2m間隔で、点A、B、C、Dの順に点が並んでいる。動点PはAD間を往復運動するものとする。 上の図は、動点Pが点Aを出発してからのそれぞれの点を通じたときの時間を示したものである。 どのようなことがわかるか。</p>	A	B	C	D		2	4	6	12	10	8			14	16	18	24	22	20			26	28	30	<p>課題は模造紙に書いて、黒板に貼る。</p> <p>ワークシートを配る。</p> <p>「往復運動」の意味を確認しておく。</p>				関心を示す。	課題の内容を真剣に把握しようとする。	観察と挙手等で確認する。
A	B	C	D																													
	2	4	6																													
12	10	8																														
	14	16	18																													
24	22	20																														
	26	28	30																													
課題の図によって規則性を発見させる。	<p>①課題の図を見て、どのようなことがわかるかを発表する。 ア. 動点Pの速さは毎秒1mである。 イ. 動点Pは30秒間だけ動いた。 ウ. 点Aを縦に見ると、「12, 24・・・」というように12ずつ増えている。 エ. 点Dを縦にみると、「6, 18, 30・・・」というように12ずつ増える。 .....</p>	<p>発表がないときには、動点Pの速さについて聞く。</p>	課題の図から特徴をとらえる。	課題の図を縦に見たり横に見たりしてその規則性や特徴をとらえる。	発表とワークシートで評価する。	身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。具体的な事象を関数的にとらえようとする。	自分なりに調べて何らかの答えを出そうとする。	発表とワークシートで評価する。																								
点Aについて通過した回数から通過した時間を考えさせる。	<p>②点Aを10回目通過したときの時間を考える。</p>	<p>30秒以降も同じ動きをすることに注意する。 点Aの1回目は、12秒後であることに注意する。</p>	対応関係に着目する。	2秒ごとに点の位置が変わり、それぞれの場所で、何回目が何秒で通過するか気づく。	発表とワークシートで評価する。机間指導で評価する。	解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。	解決はできなくても、何とかしようとしてワークシートにいろいろと書き記す。	ワークシートで評価する。机間指導で評価する。																								

<p>(予想される生徒の反応)</p> <p>ア. 10回目まで書き続ける (カレンダー型)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>12</td><td>10</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>24</td><td>22</td><td>20</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>26</td><td>28</td><td>30</td></tr> <tr><td>36</td><td>34</td><td>32</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>38</td><td>40</td><td>42</td></tr> <tr><td>48</td><td>46</td><td>44</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>50</td><td>52</td><td>54</td></tr> <tr><td>60</td><td>58</td><td>56</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>62</td><td>64</td><td>66</td></tr> <tr><td>72</td><td>70</td><td>68</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>74</td><td>76</td><td>78</td></tr> <tr><td>84</td><td>82</td><td>80</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>86</td><td>88</td><td>90</td></tr> <tr><td>96</td><td>94</td><td>92</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>98</td><td>100</td><td>102</td></tr> <tr><td>108</td><td>106</td><td>104</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>110</td><td>112</td><td>114</td></tr> <tr><td>120</td><td>118</td><td>116</td><td></td></tr> </tbody> </table>	A	B	C	D		2	4	6	12	10	8			14	16	18	24	22	20			26	28	30	36	34	32			38	40	42	48	46	44			50	52	54	60	58	56			62	64	66	72	70	68			74	76	78	84	82	80			86	88	90	96	94	92			98	100	102	108	106	104			110	112	114	120	118	116		<p>十分に時間をとり、一人ひとりの生徒の思考を大切にします。</p>	<p>帰納的に考える。</p>	<p>ワークシートに左の図のようなものを書く。</p>	<p>発表とワークシートで評価する。</p>	<p>関数的な見方・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。</p>	<p>1回ごとの点Pの位置がどこにあるかをかこうとする。</p>	<p>ワークシートで評価する。発表と挙手でも確認する。</p>
A	B	C	D																																																																																								
	2	4	6																																																																																								
12	10	8																																																																																									
	14	16	18																																																																																								
24	22	20																																																																																									
	26	28	30																																																																																								
36	34	32																																																																																									
	38	40	42																																																																																								
48	46	44																																																																																									
	50	52	54																																																																																								
60	58	56																																																																																									
	62	64	66																																																																																								
72	70	68																																																																																									
	74	76	78																																																																																								
84	82	80																																																																																									
	86	88	90																																																																																								
96	94	92																																																																																									
	98	100	102																																																																																								
108	106	104																																																																																									
	110	112	114																																																																																								
120	118	116																																																																																									
<p>イ. 表を完成つくる (点Aの場合)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>通過した回数(回)</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>...</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>通過した時間(秒)</td> <td>12</td> <td>24</td> <td>36</td> <td>...</td> <td>120</td> </tr> </tbody> </table>	通過した回数(回)	1	2	3	...	10	通過した時間(秒)	12	24	36	...	120		<p>対応関係に着目する。表をつくる。</p>	<p>表をつくり、関数的にとらえる。</p>	<p>発表とワークシートで評価する。</p>	<p>既習の数学の知識・技能や既習の経験を新しい学習に進んで生かそうとする。</p>	<p>表をつくらうとする。</p>	<p>発表とワークシートで評価する。</p>																																																																								
通過した回数(回)	1	2	3	...	10																																																																																						
通過した時間(秒)	12	24	36	...	120																																																																																						
<p>ウ. 式をつくる <math>y=12x</math></p> <p>エ. グラフをかく タイプI</p>		<p>対応関係に着目する。式をつくる。対応関係に着目する。</p>	<p>式をつくり、何回目が何秒で通過するかを一般化しよう。グラフをかき、それを読みとり、何過するかを視覚的にとらえる。</p>	<p>発表とワークシートで評価する。ワークシートで評価する。</p>	<p>関数的な見方・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。</p>	<p>式に表そうとする。グラフをかこうとする。</p>	<p>発表とワークシートで評価する。発表とワークシートで評価する。</p>																																																																																				

<p>タイプII</p>																																											
	<p>オ. 「12秒間で1往復」ということに着目する。 → 12秒ごとにAは1回通過する。 点A <math>12 \times 10 = 120</math> (単位は秒)</p>		<p>合理的に考える。</p>	<p>そこに隠れている規則性を見出し12秒間で1往復することに気づく。</p>	<p>ワークシートで評価する。</p>																																						
<p>点B, C, Dについて、通過した回数から通過した時間を考えさせる。</p>	<p>③点B, C, Dについても、10回目にも通過したときの時間をそれぞれ考える。</p> <p>(予想される生徒の反応) ア. 書き続けた図で考える。</p>		<p>帰納的に考える。</p>			<p>関数的な見方・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。</p>	<p>ワークシートで評価する。机間指導で評価する。</p>																																				
	<p>イ. 表をつくる (点Bの場合)</p> <table border="1" data-bbox="315 917 891 975"> <tr> <td>通過した回数(回)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>通過した時間(秒)</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>14</td> <td>...</td> <td>58</td> </tr> </table> <p>〈偶数回するとき〉</p> <table border="1" data-bbox="315 994 891 1052"> <tr> <td>通過した回数(回)</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>...</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>通過した時間(秒)</td> <td>10</td> <td>22</td> <td>34</td> <td>...</td> <td>58</td> </tr> </table> <p>〈奇数回するとき〉</p> <table border="1" data-bbox="315 1072 891 1130"> <tr> <td>通過した回数(回)</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>...</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>通過した時間(秒)</td> <td>2</td> <td>14</td> <td>26</td> <td>...</td> <td>50</td> </tr> </table> <p>ウ. 式をつくる (偶数回するとき) <math>y = 6x - 2</math> (奇数回するとき) <math>y = 6x - 4</math></p>	通過した回数(回)	1	2	3	...	10	通過した時間(秒)	2	10	14	...	58	通過した回数(回)	2	4	6	...	10	通過した時間(秒)	10	22	34	...	58	通過した回数(回)	1	3	5	...	9	通過した時間(秒)	2	14	26	...	50	<p>表をつくっている生徒に対して、偶数回、奇数回という分類がでなければ、教師の方で指示する。</p> <p>場合分けをして式を選ぶことをおさえる。</p>	<p>対応関係に着目する。 表をつくる。 直感 見通し 合理的に考える。</p> <p>対応関係に着目する。 式をつくる。 一般化する。</p>	<p>表をつくり、関数的にとらえる。 規則性から偶数回と奇数回に分けて考える。</p>		<p>表をつくらうとする。 式をつくらうとする。</p>	<p>ワークシートで評価する。机間指導で評価する。</p>
通過した回数(回)	1	2	3	...	10																																						
通過した時間(秒)	2	10	14	...	58																																						
通過した回数(回)	2	4	6	...	10																																						
通過した時間(秒)	10	22	34	...	58																																						
通過した回数(回)	1	3	5	...	9																																						
通過した時間(秒)	2	14	26	...	50																																						
	<p>エ. グラフをかく (点Bの場合)</p>		<p>対応関係に着目する。 グラフをつくる。</p>			<p>グラフをかこうとする。</p>																																					

	<p>オ. 「12秒間で1往復」ということに着目する。  → 12秒ごとにBとCは2回、とDは1回通過する。  点B <math>12 \times 5 - 2 = 58</math>  点C <math>12 \times 5 - 4 = 56</math>  点D <math>12 \times 10 - 6 = 114</math>  (単位は秒)</p>		合理的に考える。	12秒間で1往復することに気づく。				
数えきれない回数から通過した時間を考えさせる。	④点A, B, C, Dのそれぞれの点が100回目に通過した時間を考える。	全く手をつけられない生徒には、点Aから点Dのどれかひとつに絞って考えさせる。	直感 見通し 合理的に考える。		ワークシートで評価する。	<p>解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。  関数的な見方  ・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。  関数的な見方  ・考え方の良さを実感する</p>	<p>今日学習した方法を活用しようとする。(表、式、グラフなど)</p> <p>表、式、グラフなどで問題解決できることを知り、その良さに気づく。</p>	ワークシートで評価する。
通過した時間から、動点Pの位置を考えさせる。	⑤3分30秒後の動点Pの位置を考える。	時間がなければ次回にまわす。	直感 見通し 合理的に考える。		ワークシートで評価する。	<p>解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。  関数的な見方  ・考え方を進んで問題解決に活用しようとする。  関数的な見方  ・考え方の良さを実感する</p>	<p>今日学習した方法を活用しようとする。(表、式、グラフなど)</p> <p>こんなふうにして解くことができるんだと感心する。</p>	ワークシートで評価する。

(10) 第3学年 第12時 「関数の利用」 (その2) 学習指導案

- ① 本時の指導のねらい
- ・いろいろな関数があることを知る。
  - ・具体的な事象を図・表・式やグラフに表すことができる。
  - ・具体的な事象から対応関係に着目し、グラフなどの関数的な見方・考え方を利用して問題解決ができる。
  - ・グラフを使って問題解決することのよさを実感する。
- ② 本時の指導の展開例

指導内容	学 習 内 容	指導上の留意点	数学的な見方・考え方		関心・意欲・態度	
			評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題を提示する	<p>課題場面</p> <p>図のような1辺が30cmの正方形ABCDがある。 点PはAを出発して毎秒5cmの速さでBを通りCまで動く。 点QはBを出発して毎秒2cmの速さでCまで動く。</p> 					
△APQの面積の変化について考えさせる	<p>① △APQの面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。</p> <p>ア. 面積は増えたり減ったりする …○ イ. 途中で面積が0になる …○ ウ. 点Pは点Qを追い越す …○ エ. 点Pは先にCにつく …○ オ. 点Qは先にCにつく …× カ. 面積は増え続ける …×</p>	<p>・点QがCに着くまでの面積について考えることを確認する</p> <p>・面積だけでなく、点P、Qの動きについて、気づいたことをあげてもよい。</p> <p>・どうしてよいかわからないときは、2年生のときにやった三角形の例を提示し思い出させる。</p> <p>・軽く扱う。</p>	依存関係に着目する 帰納的に考える	時間と面積の関係をとらえる 時間とAPの長さとの関係をとらえる。 時間とBQの長さとの関係をとらえる。	身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。	課題の内容を把握しようとする。
点P、Qの位置関係について考えさせる	<p>② 面積が0になるのは点P、Qがどんな位置にあるときかを考える。</p> <p>ア. 0秒後 イ. 点Pが点Qに追いついたとき ウ. 点P、QがCにあるとき</p> <p>③ 点Pが点Qに追いつくのは何秒後かを考える。</p> <p>ア. <math>5x = 30 + 2x</math> <math>x = 10</math> (秒)</p> <p>④ 出発してからの点P、Qの位置関係を考える。</p> <p>ア. 図で場合分けをする</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・点PがAB上に、点QがBC上にあるとき</li> <li>・点PがBに着いたとき</li> <li>・点P、点QがBC上にあるとき (点Qが先)</li> <li>・点Pと点QがBC上で一致したとき</li> </ul>	<p>・ウの状態になるのは何秒後か確認する</p> <p>・意見がなかなかでないときは、ワークシートにかかせる。</p>	直観 見通し  一般化する  見通し	三角形にならない場合は、2点P、Qが一致したときであることに気づく。  方程式をつくって求める。  変化の変わり目からとらえる	簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般性、論理性などに目を向ける。 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。 簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般性、論理性などに目を向ける。 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。	三角形にならない場合に着目しようとする。  方程式をつくろうとする。  変化の変わり目に着目しようとする。  ワークシートにかいて考えようとする。



△APQの面積の変化について調べる

- ・点P、点QがBC上にあるとき (点Pが先)
  - ・点PがCに着いたとき
  - ・点QがCに着いたとき
- ⑤ △APQの面積が最大になるのは何秒後かを考える。

ア. 図から求める

- ・点PがBについたとき (6秒後)  
 $\triangle APQ = 30 \times 12 \div 2 = 180$
- ・点PがCについたとき (12秒後)  
 $\triangle APQ = 6 \times 30 \div 2 = 90$

したがって6秒後

イ. 表から求める (略)

ウ. 式から求める

$$y = 5x^2 \quad (0 \leq x \leq 6)$$

$$y = -45x + 450 \quad (6 \leq x \leq 10)$$

$$y = 45x - 450 \quad (10 \leq x \leq 12)$$

$$y = -30x + 450 \quad (12 \leq x \leq 15)$$

・x = 6のとき

$$y = 5 \times 6^2 = 180$$

$$y = -45 \times 6 + 450 = 180$$

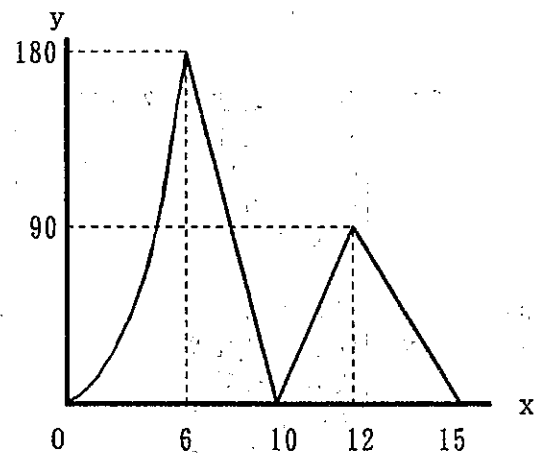
・x = 12のとき

$$y = 45 \times 12 - 450 = 90$$

$$y = -30 \times 12 + 450 = 90$$

したがって6秒後

エ. グラフから求める



・自由に考えさせる

帰納的に考える

増加から減少している状態を図からとらえる。

帰納的に考える

表から最大値を求める

表をつくる

表からその特徴をとらえる

一般化する

式をつくる

式からその特徴をとらえる

変化の特徴から1次関数であることに気づく。

比例定数や変化の割合が+から-に変わるところに着目する。

グラフをかく  
 グラフからその特徴をとらえる

グラフから最大値を求める。

解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。

ワークシートの図から求めようとする

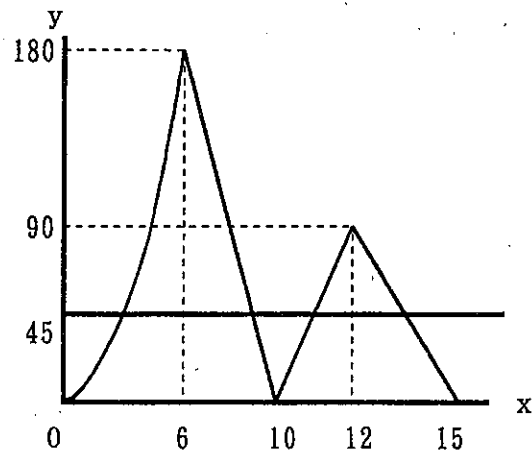
表から求めようとする。

式から求めようとする。

グラフから求めようとする。

⑥  $\triangle APQ$ の面積が $45\text{cm}^2$ になるのは何回あるかを考える。

ア. グラフを利用して求める。



したがった4回

イ. 式に代入して成り立つ $x$ の値が存在するかを確認する。

$$\cdot 45 = 5x^2 \quad (0 \leq x \leq 6)$$

$$x = 3$$

$$\cdot 45 = -45x + 450 \quad (6 \leq x \leq 10)$$

$$x = 9$$

$$\cdot 45 = 45x - 450 \quad (10 \leq x \leq 12)$$

$$x = 11$$

$$\cdot 45 = -30x + 450 \quad (12 \leq x \leq 15)$$

$$x = 13.5$$

ウ. 表に表す。(略)

⑦  $\triangle APQ$ の面積が $90\text{cm}^2$ になるのは何回あるかを考える。

ア. グラフを利用して求める  
グラフ略

⑧  $\triangle APQ$ の面積が $125\text{cm}^2$ になるのは何秒後かを考える。

ア. 式に代入して求める。

$$\cdot 125 = 5x^2 \quad (0 \leq x \leq 6)$$

$$x = 5 \quad \text{----- 成り立つ}$$

$$\cdot 125 = -45x + 450 \quad (6 \leq x \leq 10)$$

$$x = 65/9 \quad \text{----- 成り立つ}$$

$$\cdot 125 = 45x - 450 \quad (10 \leq x \leq 12)$$

$$x = 115/9 \quad \text{----- 成り立たない}$$

$$\cdot 125 = -30x + 450 \quad (12 \leq x \leq 15)$$

$$x = 65/6 \quad \text{----- 成り立たない}$$

したがって、5秒後と $65/9$ 秒後

・面積が0になるときが3回あることを確認する。

・意見がなかなかでないときは、どういう調べ方があるかを確認させる。

・最終的には全員にグラフをかかせる。

・最初の区間が2次関数になっていなくてもよい。

グラフからその特徴をとらえる  
合理的に考える

式からその特徴をとらえる

検証する

式からその特徴をとらえる

・前問で考えたグラフをもとに別の場面で利用できることを確認する。

グラフから何回あるか求める

式に代入して $x$ の値を求め、その値が変域内にあることを確認する。

$y = 90$ のグラフとの交点を数えて求める。

式に代入して $x$ の値を求め、その値が変域内にあることを確認する。

解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。

グラフから求めようとする。

式から求めようとする。

既習の数学の知識・技能や既習の経験を次の学習にすすんで生かそうとする。  
既習の数学の知識・技能や既習の経験を次の学習にすすんで生かそうとする。

グラフから求めようとする。

式から求めようとする。

初めの区間が  
2次関数にな  
ることを確認  
させる

イ. グラフから2回あることを確認する。  
あとは最初の2つの区間の式に  $y = 125$   
を代入して  $x$  の値を求める。

⑨  $0 \leq x \leq 6$  の区間においては、2次関数に  
なることを確認する。

ア. 表から確認する

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	5	20	45	80	125	180

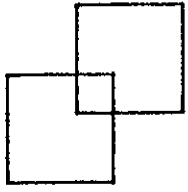
イ. 式から確認する

$$y = 5x \times 2x \times \frac{1}{2} = 5x^2$$

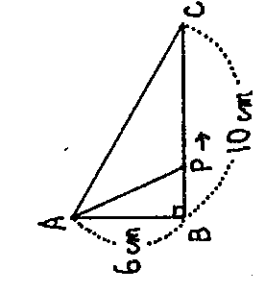
対応関係に着  
目する

表や式の形などから2次関数  
になることに気づく。

1. いろいろな大きさの正方形をかくとき、正方形の1辺の長さが変わると、それにともなつてどんな量が変わりますか。



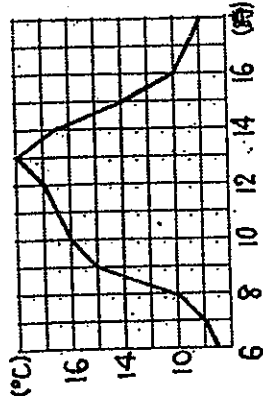
2. 右の図は、2枚の折り紙の重なつた部分が正方形になるように重ねたものである。どんな量を変えたと、それにともなつて全体の面積が変わりますか。



3. 右の図のような直角三角形ABCがある。点Pは、辺BC上をBからCまで動くとき、 $\triangle ABP$ の面積のとり値の範囲を答えなさい。

4. 下のグラフは、ある町でのある日の6時から18時までの1時間ごとの気温の変化のようすを表したものである。気温と時刻の関係について正しいものをすべて選びなさい。

- ①時刻が変われば気温も変わる。
- ②時刻を決めると気温が決まる。
- ③気温を決めると時刻が決まる。
- ④気温は時刻の関数である。



5. 1枚の紙を2等分に切り、切つてできた2枚の紙を重ねて、また2等分する。これをくり返して、できる紙の枚数を60枚以上にしたい。何回切ればよいか。x回切つたとき、できた紙の枚数がy枚になったとして、次の表を完成させ答えなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	4					

6. 200ページの本文を読んでいく。30ページ読んだときの残りのページ数を求めなさい。  
また、xページ読んだときの残りのページ数をyページとし、yをxの式で表しなさい。

7. 40 lの水が入っている水そうから、1分間に5 lの割合で水を出していく。水を出し始めてからx分後の水そうに残った水の量をy lとする。このとき、xの変域とyとyの変域を求めなさい。

8. 次の式の中から、yがxに比例するものをすべて選びなさい。

- ①  $y=5x$
- ②  $y=x+3$
- ③  $y=-4x$
- ④  $y=\frac{6}{x}$

9. yがxに比例しているとき、次の表のA、イにあてはまる数を入れなさい。

x	...	0	1	...	4	...
y	...	A	3	...	I	...

10. 次の関数について、比例定数を答えなさい。

- ①  $y=5x$
- ②  $y=-\frac{1}{2}x$

11. yはxに比例し、次の表のような値をとっている。比例定数を求めなさい。

①

x	0	1	2	3	4
y	0	6	12	18	24

②

x	-4	-3	-2	-1	0
y	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0

12. 関数  $y=-5x$  について、次の表を完成させなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

13. 次の①~⑦のxとyの関係について、yがxに比例するものには○、そうでないものには×をそれぞれつけなさい。

①

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

②

x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	2.4	2

③

x	1	2	3	4	5	6
y	-3	-6	-9	-12	-15	-18

④

x	1	2	3	4	5	6
y	4	7	10	13	16	19

⑤ 1辺x cmの正方形の周の長さがy cm

⑥ 毎時40 kmで走る車が、x時間に進む道のりがy km

⑦ 縦x cm、横y cmの長方形の面積が20 cm<sup>2</sup>

14. 次の表の  $x, y$  について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

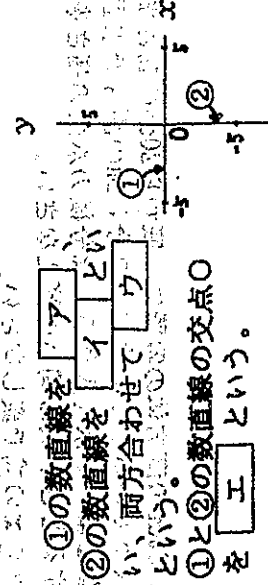
① $x$	-2	-1	0	1	2
$y$	-14	-7	0	7	14

② $x$	-2	-1	0	1	2
$y$	3	-1.5	0	-1.5	-3

15.  $y$  が  $x$  に比例し、 $x=8$  のとき  $y=-8$  である。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

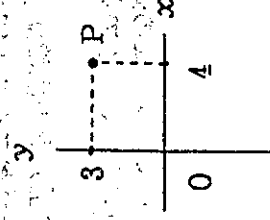
16.  $y$  が  $x$  に比例し、 $x=2$  のとき  $y=-8$  である。  
 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

17. 下の図について述べた文章のア～エに、あてはまる言葉を入れなさい。

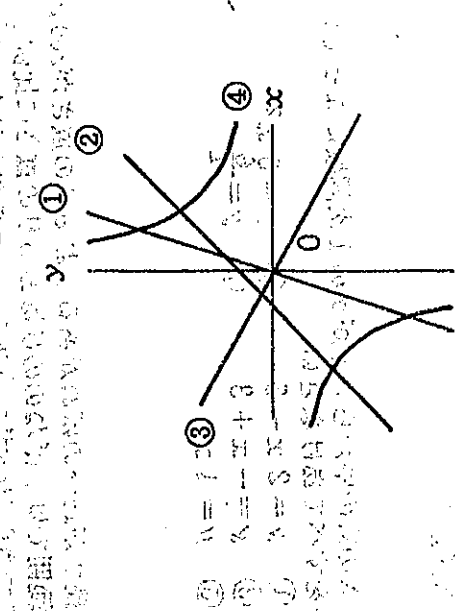


①の数直線を **ア**  
②の数直線を **イ** とい  
い、両方を合わせて **ウ**  
という。  
①と②の数直線の交点 **オ**  
を **エ** という。

18. 下の図の点  $P$  の座標をかきなさい。また、点  $P$  の  $x$  座標、 $y$  座標をそれぞれ 答えなさい。



19. 次のグラフの①～④の中で、比例のグラフであるものに○、そうでないものに×を付けなさい。

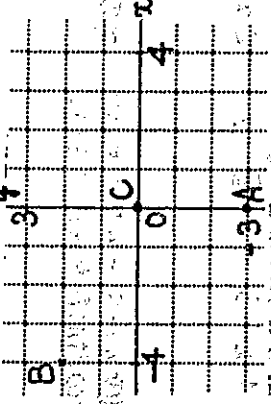


①  $y = 7x$  ○  
②  $y = -x + 3$  ×  
③  $y = 8x$  ○  
④  $y = \frac{1}{x}$  ×

20. 次の関数の中で、グラフが右上がりの直線であるものをすべて選びなさい。

- ①  $y=3x$       ②  $y=-3x$   
③  $y=\frac{1}{4}x$       ④  $y=-\frac{1}{4}x$

21. 下の図の点  $A, B, C$  の座標をかきなさい。



22. 次の点の位置を座標平面上に示しなさい。

- ①点  $P(4, -2)$       ②点  $Q(-5, -3)$

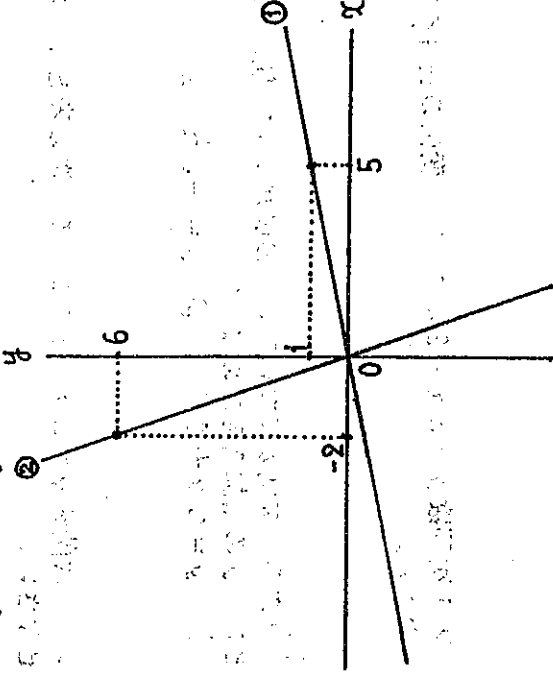
23. 関数  $y=-2x$  のグラフを下の表を利用してかきなさい。

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

24. 次の関数のグラフをかきなさい。

- ①  $y=4x$       ②  $y=-\frac{1}{3}x$

25. グラフが下の①, ②になるような関数の式をそれぞれ求めなさい。



その1

1 次の式の中から、 $y$ が $x$ の1次関数になっているものをすべてあげなさい。

- ①  $y = 2x - 5$
- ②  $y = 3x^2$
- ③  $y = -x + 3$
- ④  $y = \frac{6}{x}$
- ⑤  $y = 4x$

2 長さが15cmのばねがある。おもりの重さが200gまでの範囲では、ばねののびはおもりの重さに比例し、1gにつき0.04cmずつのびる。 $x$ gのおもりをつるしたときのばねの長さを $y$ cmとすると、 $x$ と $y$ との関係は、 $y = 0.04x + 1.5$ と表すことができる。  
このとき、 $x$ に比例する量と一定の量をそれぞれ答えなさい。

3 次の①~③について、 $y$ を $x$ の式で表し、 $y$ が $x$ の1次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

- ① 1辺が $x$ cmの正方形の面積が $y$ cm<sup>2</sup>
- ② 1本80円の鉛筆を $x$ 本と1個50円の消しゴムを1つ買ったときの代金が $y$ 円
- ③ 90cmのひもから、1本 $x$ cmのひもを3本切り取ったときのひもの長さが $y$ cm

4 深さ80cmの直方体の容器に、底から30cmの高さまで水が入っている。この中に、毎分5cmの割合で水面が高くなるように水を入れる。 $x$ 分後の水面の高さを $y$ cmとすると、次の問いに答えなさい。

- ①  $y$ を $x$ の式で表しなさい。
- ② 容器がいっぱいになるのは、何分後ですか。
- ③  $x$ ,  $y$ の変域をそれぞれ求めなさい。

5  $x$ の値が4増加すると、それに対応して $y$ の値が20増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

6  $x$ の値が2から5まで増加すると、それに対応して $y$ の値が4から16まで増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

7 次の表から、 $y$ が $x$ の1次関数になっているものをすべて選びなさい。

①	$x$	1	2	3	4		$y$	1	2	3	4
								1	4	9	16
③	$x$	1	2	3	4		$y$	1	2	3	4
								13	9	5	1

8  $y$ は $x$ の1次関数で、次のような値をとっている。空らんにあてはまる数を答えなさい。

$x$	1	2	...	4	...	7
$y$	-2	1	...	7	...	11

9 1次関数  $y = 5x - 2$  について、変化の割合を答えなさい。

10 次の1次関数について、 $x$ の値が1ずつ増加したときの $y$ の増加量を求めなさい。

- ①  $y = 2x + 4$
- ②  $y = -3x + 2$

11 1次関数  $y = 2x + 3$  について、次の表を完成させなさい。

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$							

12 1次関数  $y = 2x + 3$  について、11の表を見ながら次の空らんにあてはまる数を入れなさい。

- ①  $x$ の値が1から4まで増加するとき、 $x$ の増加量は  であり、 $y$ の増加量は  である。
- ②  $x$ の値が1ずつ増加することに $y$ は  ずつ増加する。
- ③  $x$ の値が2ずつ増加することに $y$ は  ずつ増加する。
- ④  $x$ の値が3ずつ増加することに $y$ は  ずつ増加する。

13  $x$ の値が1から4まで増加するとき、次の1次関数の変化の割合を求めなさい。

- ①  $y = 4x - 3$
- ②  $y = -2x + 5$

14 1次関数  $y = 3x + 7$  において、 $x$ の増加量が1のときの $y$ の増加量を求めなさい。

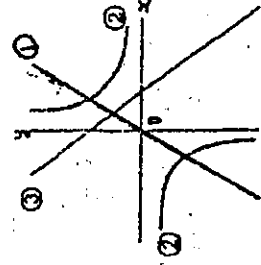
15 1次関数  $y = \frac{2}{3}x - 4$  において、 $x$ の値が15増加するときの $y$ の増加量を求めなさい。

16 高さ50cmの容器に水を一定の割合で入れていく。3分後の水の高さが20cm、7分後の水の高さが32cmのとき、次の問いに答えなさい。

- ① 12分後の水の高さを求めなさい。
- ② はじめの水の高さを求めなさい。

①のズ

1 次のグラフの①~③の中で、1次関数であるものに○、そうでないものに×を付けなさい。



2 次の式の中から、 $y=2x$ のグラフをy軸の正の向きに3だけ平行移動したグラフになるものを選びなさい。

- ①  $y=2x-3$     ②  $y=5x$   
 ③  $y=2x+3$     ④  $y=-2x+3$

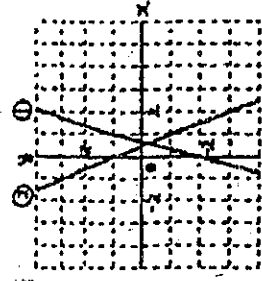
3 次の1次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。

- ①  $y=3x-4$     ②  $y=-\frac{3}{2}x+6$

4 次の1次関数の中で、グラフが右上がりの直線になっているものをすべて選びなさい。

- ①  $y=3x-5$     ②  $y=-2x+3$   
 ③  $y=-x-1$     ④  $y=2x+5$

5 次のグラフの傾きと切片を求めなさい。

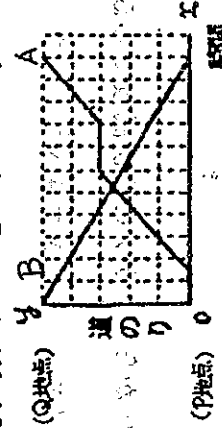


6 次の1次関数のグラフをかきなさい。

- ①  $y=2x+1$     ②  $y=-3x+5$   
 ③  $y=-\frac{4}{3}x-3$

7 1次関数  $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$  のグラフをかきなさい。

8 下のグラフは、P、Q間を結ぶ道路を、A、Bの2つの車が違ったようすを示している。x軸に時間を、y軸にP地点からの道のりをとり、時間と2つの車の位置関係を表している。このグラフから読み取れることをあげなさい。



9 次の表は、 $y$ が $x$ の1次関数であることを表している。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

①

$x$	-1	0	1	2	3	4
$y$	3	5	7	9	11	13

②

$x$	3	4	5	6	7
$y$	15	11	7	3	-1

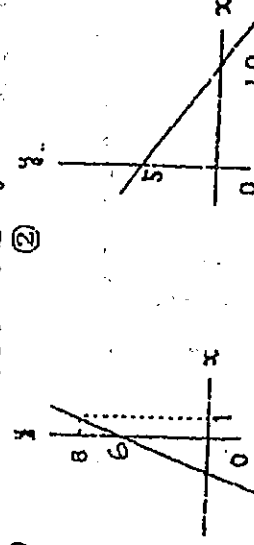
10 変化の割合が3で、 $x=1$ のとき  $y=5$  である1次関数の式を求めなさい。

11  $x$ の値が1増加するときの $y$ の増加量が-2で、 $x=3$ のとき  $y=1$  である1次関数の式を求めなさい。

12 直線  $y=4x-3$  に平行で、 $(-2, -1)$  を通る直線の式を求めなさい。

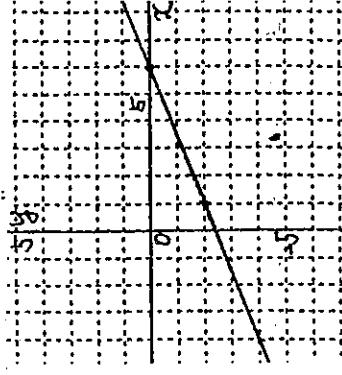
13  $x=0$ のとき  $y=5$  で、 $x=2$ のとき  $y=-3$  となる直線の式を求めなさい。

14 下の直線の式を求めなさい。



15 2点  $(-1, -2)$ 、 $(2, 10)$  を通る直線の式を求めなさい。

16 次の直線の式を求めなさい。



(13) 第3学年 評価問題

1. 比例でも、反比例でも、1次関数でもない関数の例を答えなさい。

2. 次の式の中から、 $y$ が $x$ の2次関数であるものをすべて選びなさい。

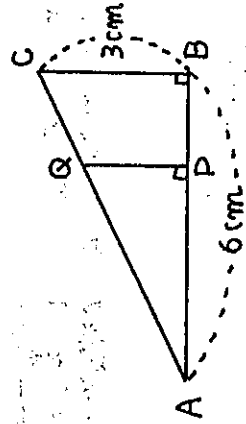
ア.  $y = 3x$     イ.  $y = 4x^2$     ウ.  $y = \frac{6}{x}$

エ.  $y = x^2 + 4x + 1$     オ.  $y = -5x + 2$

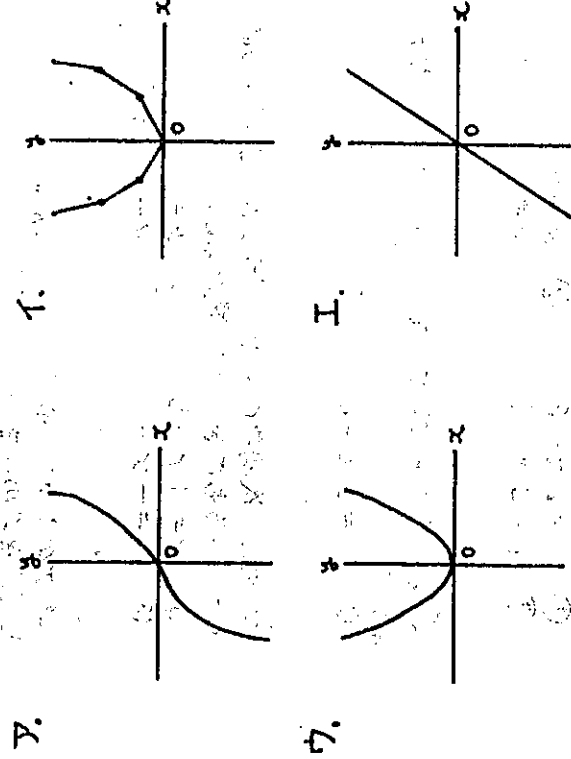
カ.  $y = x - 3x^2$

3.  $x$ と $y$ との間には、 $y = ax^2$ の関係があり、 $x = 4$ のとき、 $y = 48$ であるという。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

4. 下の図の直角三角形ABCで、点Pは辺AB上を点AからBまで動くものとする。APの長さが $x$ cmのときの $\triangle APQ$ の面積を $ycm^2$ として、 $x$ と $y$ の関係を表や式で表しなさい。



5. 下のア～エの中に、関数 $y = ax^2$ のグラフがある。それはどれですか。



6. 次の式の中から、グラフが $y$ 軸について対称となるものを選びなさい。また、グラフが原点を通るものを選びなさい。

ア.  $y = x^2$     イ.  $y = -3x^2$

ウ.  $y = 5x - 3$     エ.  $y = 2x$

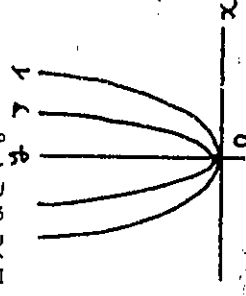
7. 次の関数の中で、グラフが放物線であるものを選びなさい。また、その選んだ中で、グラフが上に開いているものを選びなさい。

ア.  $y = -3x$     イ.  $y = -\frac{1}{3}x^2$

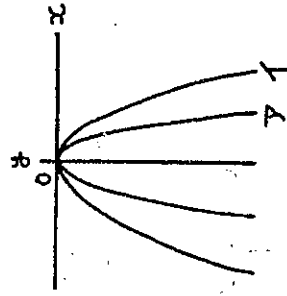
ウ.  $y = 5x^2$     エ.  $y = \frac{1}{4}x^2$

8. 関数 $y = 3x^2$ のグラフと $x$ 軸について対称となるグラフについて、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

9. 下のグラフは、 $y = x^2$ と $y = 3x^2$ のグラフである。アのグラフはどちらか答えなさい。



10. 下のグラフは、 $y = -2x^2$ と $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。アのグラフはどちらか答えなさい。



11. 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を答えなさい。

12. 関数 $y = x^2$ のグラフをかきなさい。(解用紙へ)

$x$	-2	-1.5	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2
$y$							

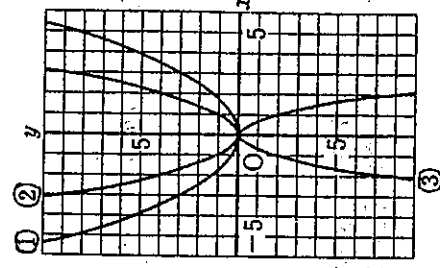
$x$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2
$y$								

13. 次のグラフをかきなさい。(解用紙へ)

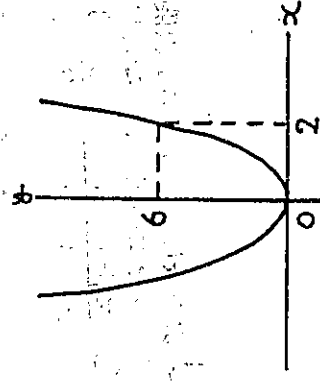
①  $y = 2x^2$     ②  $y = \frac{1}{4}x^2$

③  $y = -x^2$

14. 次の①～③のグラフは放物線である。それぞれ $y$ を $x$ の式で表しなさい。

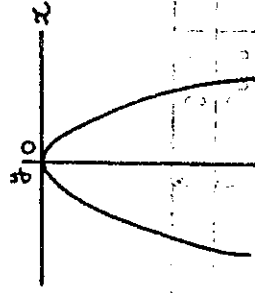


15. グラフが下のような放物線になる関数の式を求めなさい。





16. 下のグラフは放物線である。このグラフの関数について、正しいものを次の①~④の中から選びなさい。

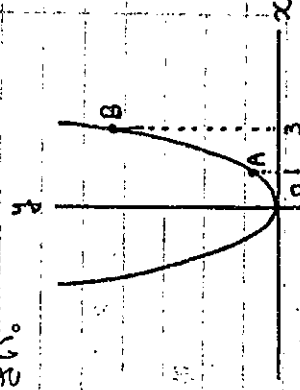


- ①  $x > 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて  $y$  の値も増加する。
- ②  $x > 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて  $y$  の値は減少する。
- ③  $x < 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて  $y$  の値も増加する。
- ④  $x < 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて  $y$  の値は減少する。

17. 関数  $y = x^2$  について、 $x$  の値が1ずつ増加するとき、 $y$  の値は同じ数ずつ増加したり、減少したりしますか。下の表を完成させて調べ、結果を述べなさい。

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

18. 関数  $y = 2x^2$  のグラフ上で、 $x = 1$ 、 $x = 3$  に対応する点を A、B とする。このとき、 $x$  の値が1から3まで増加したときの変化の割合は8であるが、これはグラフ上では何を表しているか、答えなさい。



19. ある斜面におかれたボールが、転がり始めてから  $x$  秒間に転がる距離を  $y$  m としたとき、 $x$  と  $y$  の間に、 $y = 0.5x^2$  という関係があるという。この関係を表に表すと、下のようになる。このとき、次の平均の速さを求めなさい。

- ① 1秒後から2秒後までの間
- ② 2秒後から3秒後までの間

$x$	0	1	2	3	4
$y$	0	0.5	2	4.5	8

20. 関数  $y = 3x^2$  について、 $x$  の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- ① 1から3まで
- ② -3から0まで

21. 関数  $y = -\frac{2}{3}x^2$  について、 $x$  の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- ① 1から5まで
- ② -4から-2まで

22. ある電車が動き始めてから  $x$  秒間に  $y$  m 進むとき、 $x$  の範囲が  $0 \leq x \leq 60$  のとき、 $y = \frac{1}{4}x^2$  の関係があるという。

このとき、1.0秒後から3.0秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

23. 関数  $y = ax^2$  について、 $x$  の値が1から3まで増加するときの変化の割合が16である。 $a$  の値を求めなさい。

24. ある斜面におかれたボールが、転がり始めてから  $x$  秒間に転がる距離を  $y$  m としたとき、 $x$  と  $y$  の間に、

$$y = \frac{1}{5}x^2$$

という関係があるという。転がり始めてからある4秒間の平均の速さが毎秒2mであるとき、それは何秒後から何秒後まで求めなさい。

25. 集合  $X$  に含まれる  $x$  の値から、集合  $Y$  に含まれる  $y$  の値の対応を考えると、 $X$  から  $Y$  への関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

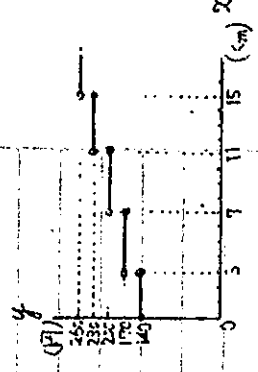
① 時計の針が1時から2時まで動くとき、1時から  $x$  分後の長針と短針のつくる角度を  $y^\circ$  とする。

② 1から10までの整数を  $x$  とするとき、その数の約数を  $y$  とする。

③  $y = -2x + 5$

④  $y = 3x^2$

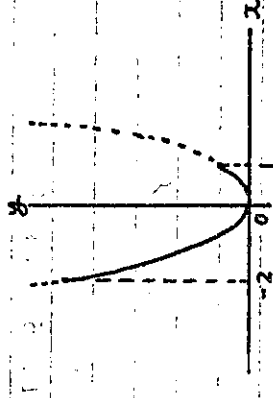
⑤ 右のグラフは、ある電車の乗車距離と運賃との関係を表したものである。乗車距離が  $x$  km のときの運賃を  $y$  円とする。



26. 関数  $y = x^2$  を表に表すと下のようになる。 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 3$  であるとき、 $y$  の変域を求めなさい。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	9	4	1	0	1	4	9	...

27. 下の図は、関数  $y = 2x^2$  のグラフである。 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 1$  であるとき、 $y$  の変域を求めなさい。



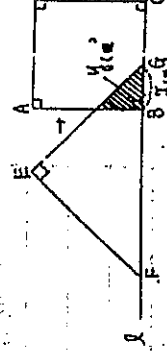
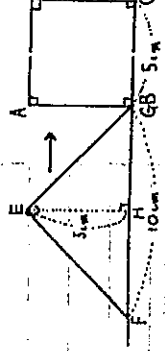
28. 関数  $y = -\frac{3}{4}x^2$  について、 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 3$  であるとき、 $y$  の変域を求めなさい。

29. 関数  $y = ax^2$  について、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 3$  であるとき、 $y$  の変域が  $-6 \leq y \leq 0$  である。 $a$  の値を求めなさい。

30. 関数  $y = x^2$  のグラフと直線  $l$  が、2点 A、B で交わっている。A、B の  $x$  座標がそれぞれ -2、4 であるとき、直線  $l$  の式を求めなさい。

31. 問題30で、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

32. 図のように、1辺が5cmの正方形 ABCD と  $\angle E = 90^\circ$ 、FG = 10cm、EH = 5cm の直二等辺三角形 EFG が直線  $l$  上に並んでいる。正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に移動させ、点 B と点 G との距離が  $x$  cm のときの重なってできる図形の面積を  $y$  cm<sup>2</sup> とする。 $x$  の変域を  $0 \leq x \leq 10$  とするとき、 $x$  が変わると  $y$  はどのように変化しますか。



33. 問題32で、 $x$  の変域を  $0 \leq x \leq 15$  とするとき、面積が9cm<sup>2</sup> になるのは、BG が何cmのときですか。

(14) 第1学年 評価問題 正答率表

	正 答	1年生(65人)		主 な 誤 答
		正答率	無答率	
1	面積、周の長さなど	76.9	13.9	9.2
2	重ねた正方形の1辺の長さなど	30.8	29.2	40.0
3	0以上30以下	18.5	63.0	18.5
4	①②④	1.5	12.3	86.2 ①(26%) ①④(26%)
5	表略 6回	29.2	3.1	67.7 30回(18%)
6	170ページ $y = 200 - x$	47.7	20.1	32.2
7	$x \leq x \leq 8$	15.4	61.5	23.1
	$y \leq y \leq 40$	12.3	63.1	24.6
8	①③	46.1	10.8	43.1 ①③④(9%) ①②(8%)
9	ア 0	76.9	7.7	15.4
	イ 1 2	76.9	10.8	12.3
10	1 5	70.7	26.2	3.1
2	$-\frac{1}{2}$	53.8	32.3	13.9
11	1 6	76.9	18.5	4.6
2	$\frac{1}{2}$	38.5	24.6	36.9 $-\frac{1}{2}$ (14%)
12	略	64.6	18.5	16.9
13	1 〇	78.4	7.7	13.9
2	x	81.5	7.7	10.8
3	〇	81.6	9.2	9.2
4	x	73.8	7.7	18.5
5	〇	67.7	7.7	24.6
6	〇	61.5	7.7	30.8
7	x	63.1	7.7	29.2
14	1 $y = 7x$	61.5	17.0	21.5
2	$y = -\frac{1}{2}x$	43.0	23.1	33.9 $y = 1.5x$ (9%)
15	$y = -x$	38.5	23.0	38.5 $y = -1x$ (15%)
16	$y = -4x$	50.8	24.6	24.6
17	ア x軸	49.2	26.1	24.7 x座標(9%)
イ y軸		49.2	26.2	24.6 y座標(9%)
ウ 座標軸		16.9	52.3	30.8 座標(12%)
エ 原点		27.7	30.8	41.5 中点(26%)
18	座標 P(4, 3)	55.4	21.5	23.1 4, 3(9%)
x座 4		70.8	20.0	9.2
y座 3		70.8	20.0	9.2
19	1 〇	90.8	4.6	4.6
2 x		75.4	4.6	20.0
3 〇		81.5	4.6	13.9
4 x		76.9	4.6	18.5
20	①③	59.9	13.9	26.2 ①(9%)
21	A(0, -3)	47.7	15.4	36.9 0, -3(15%)
B(-4, 2)		55.4	15.4	29.2 -4, 2(15%)
C(0, 0)		55.4	16.9	27.7 0, 0(11%) 0(9%)
22	P 略	72.3	10.8	16.9
Q 略		72.2	13.9	13.9
23	表略	55.4	32.3	12.3
グラフ		41.5	43.1	15.4
24	1 略	41.5	35.4	23.1
2 略		24.6	44.6	30.8
25	1 $y = \frac{1}{3}x$	29.2	33.9	36.9 $y = 5x$ (23%)
2 $y = -3x$		32.2	33.9	33.9

(15) 第2学年 評価問題 正答率表

(その1)

	正 答	2年生(172人)		主 な 誤 答
		正答率	無答率	
1	①③⑤	57.6	0.0	42.4 ①③ (1.3%) ①③④⑤ (8%) ①③④ (5%)
2	比例0.04x、ばねのび 一定15、ばねの長さ	21.5	39.0	39.5 0.04 (1.3%) ばねの長さ (9%)
3	1式 $y = x^2$ 1判× 2式 $y = 80x + 50$ 2判○ 3式 $y = -3x + 90$ 3判○	41.3	36.6	22.1 0.04 (9%)
4	1 $5x + 20$ 2 1 2 3 $0 \leq x \leq 12$ 3 $20 \leq y \leq 80$	46.5	23.3	30.2
5	5	60.4	11.1	28.5
6	4	71.5	22.7	5.8
7	①④	79.6	11.1	9.3
8	ア7 イ16	51.7	19.2	29.1
9	5	66.2	11.1	22.7
10	1 2	64.5	13.4	22.1
11	2 - 3	63.9	12.8	23.3 16 (5%)
12	ア3 イ6 ウ2 エ4 オ6	44.2	32.0	23.8
13	1 4 2 - 2	50.5	32.6	16.9
14	3	72.6	16.9	10.5
15	1 0	60.4	23.3	16.3
16	1 4 7 2 1 1	70.3	6.4	23.3
		72.7	5.2	22.1
		63.4	5.2	31.4
		66.2	22.7	11.1
		61.0	19.2	19.8
		55.8	19.2	25.0 -1 (8%)
		72.7	6.4	20.9
		52.9	16.9	30.2 4 (1.3%) 1 (6%)
		51.2	17.4	31.4 2 (1.0%) 3 (5%)
		73.8	15.1	11.1 3 (7%)
		72.1	14.5	13.4 6 (5%)
		68.6	14.5	16.9 9 (6%)
		43.6	24.4	32.0 12 (9%)
		41.3	27.9	30.8 -6 (9%)
		54.1	21.5	24.4 10 (1.4%)
		34.3	29.1	36.6 6 (1.3%)
		54.1	19.2	26.7 36 (6%)
		52.3	20.4	27.3 14 (5%)

(その2)

	正 答	2年生(172人)		主 な 誤 答
		正答率	無答率	
1	1 ○	90.7	2.3	7.0 × (6%)
2	2 ×	90.7	2.9	6.4 ○ (6%)
3	3 ○	90.1	2.3	7.6 × (6%)
4	③	53.5	7.0	39.5 ② (1.0%) ④ (7%) ① (7%)
5	1 傾3 1 切-4 2 傾-2 2 切6	83.7	5.8	10.5
6	1 路 2 路 3 路	86.6	6.4	7.0
7	路	80.2	7.0	12.8
8	路	86.0	7.0	7.0
9	1 $y = 2x + 5$ 2 $y = -4x + 2.7$	69.8	5.2	25.0 ④ (6%)
10	$y = 3x + 2$	66.3	11.6	22.1
11	$y = -2x + 7$	75.0	11.6	13.4
12	$y = 4x + 7$	64.5	12.2	23.3 2 (6%)
13	$y = -4x + 5$	73.8	11.1	15.1
14	1 $y = 2x + 6$ 2 $y = -\frac{1}{2}x + 5$	77.3	6.4	16.3
15	$y = 4x + 2$	75.0	8.1	16.9
16	$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$	63.4	12.8	23.8
		32.6	24.4	43.0
		45.9	44.8	9.3
		67.4	13.4	19.2
		62.8	18.6	18.6
		61.0	19.8	19.2
		44.7	32.0	23.3 × 傾き2 (5%)
		38.4	38.4	23.2 ○ 傾き4 (9%)
		45.3	26.2	28.5 ○ 切片5 (6%)
		45.4	24.4	30.2 ○ 切片6 (1.4%)
		37.2	26.7	36.1 ○ 切片5 (2.7%)
		45.3	35.5	19.2
		23.3	31.4	45.3

○傾き：誤答の中で「傾きのみができていない」という意味

(16) 第3学年 評価問題 正答率表

(その1)

	正 答	3年生(111人)		主 な 誤 答
		正答率	無答率	
1	2次関数 $y = x^2$ など	73.9	22.5	3.6
2	イ エ カ	51.4	5.4	イ (19%)
3	$y = 3x^2$	84.7	9.0	6.3
4	$y = \frac{1}{2}x^2$	30.6	58.6	10.8
5	ウ	85.6	5.4	9.0
6	1 ア イ	59.5	22.5	18.0
7	2 ア イ エ	40.5	49.5	10.0
8	1 イ ウ エ	61.3	26.1	12.6
9	2 ウ エ	55.0	41.4	3.6
10	$y = -3x^2$	82.0	14.4	3.6
11	$y = 3x^2$	61.3	8.1	$y = x^2$ (25%)
12	$y = -2x^2$	63.1	8.1	$y = -\frac{1}{2}x^2$ (19%)
13	放物線 原点を通る など	66.7	22.5	10.8
14	略	61.3	22.5	16.2
15	略	62.2	22.5	15.3
16	略	56.8	33.3	9.9
17	略	60.4	35.1	4.5
18	1 $y = \frac{1}{2}x^2$	42.3	24.4	33.3 $y = \frac{1}{4}x^2$ (10%)、 $y = x^2$ (7%)
19	2 $y = x^2$	61.3	20.7	18.0
20	3 $y = -2x^2$	53.2	23.4	23.4 $y = 2x^2$ (10%)
21	$y = \frac{1}{2}x^2$	63.1	21.6	15.3

(その2)

	正 答	3年生(111人)		主 な 誤 答
		正答率	無答率	
16	② ③	24.3	18.0	57.7 ② (17%)、④ (11%)、③ (9%)、②④ (8%)
17	表 略	74.8	12.6	12.6
18	結 していない	33.3	44.1	22.6
19	直線ABの傾き	21.6	52.3	26.1 変化の割合 (5%)、yの増加量 (4%)
20	1 1.5	24.4	45.9	29.7 1.25 (9%)
21	2 2.5	27.0	49.5	23.5 3.25 (9%)
22	1 1.2	46.8	32.4	20.8
23	2 -9	45.0	33.3	21.7 9 (5%)
24	1 -4	32.4	45.9	21.7 4 (6%)
25	2 4	30.6	46.8	22.6 -4 (6%)
26	毎秒10m	27.0	57.7	15.3
27	a = 4	43.2	47.7	9.1
28	3秒後から7秒後まで	9.0	78.4	12.6
29	1 0	14.4	54.1	31.5
30	2 x	36.9	54.1	9.0
31	3 0	38.7	54.1	7.2
32	4 0	39.6	54.1	6.3
33	5 0	21.6	55.0	23.4
34	$0 \leq y \leq 9$	35.1	55.0	9.9
35	$0 \leq y \leq 8$	28.8	55.0	16.2 $0 \leq y \leq 4$ (5%)、 $2 \leq y \leq 8$ (4%)
36	$-\frac{27}{4} \leq y \leq 0$	22.5	55.9	21.6 $-3 \leq y \leq 0$ (5%)、 $-\frac{27}{4} \leq y \leq -3$ (4%)
37	a = $-\frac{2}{3}$	22.5	57.7	19.8 $-\frac{2}{3}$ (4%)
38	$y = 2x + 8$	31.5	65.8	2.7
39	2 4	24.3	71.2	4.5
40	増えてから減る	3.6	78.4	18.0 $0 \leq y \leq 5$ (5%)
41	4秒後、11秒後	2.7	75.7	21.6 4 (14%)

## (17) 各学年の評価問題の考察

第74回神奈川大会において発表した評価問題は、各評価規準につき1つずつ問題を作成した。その後、すべての評価問題を生徒に実施し、分析・考察を行った。今年度は、その考察した評価問題をさらに生徒に実施、考察し、よりよい評価問題を作成した。

改訂の主旨としては、

- ・問題文の意味がとりにくい、数値がわかりにくいとき、問題文を検討する。
- ・1つの問題で他の問題の評価規準も評価できるとき、問題を精選する。
- ・正答率が低い理由が、その問題で評価しにくいとき、新たな問題を作成する。

である。

### 【第1学年】

#### 〈評価問題 その1〉の考察

1について・・・何をどう答えてよいかわからない生徒が多いため、「どんな量が変わりますか」を、授業での発問をふまえ、「何が変わりますか」に変える。

2について・・・答え方がわかりにくいので、次のように変える。

右の図のように、2枚の折り紙の重なった部分が正方形になるようにする。そのとき、何を变えらると、それにともなって全体の面積が変わりますか。

3について・・・無答が多い。その理由として、 $\triangle ABP$ の面積を变量としてとらえていないと思われる。また、どのように答えてよいか、わからない生徒もいる。そこで、授業の中で、このような問題を扱うことにする。

4について・・・「決める・決まる」ということばは、日常的に使われているが、数学的な意味合いと多少異なる。数学的に使われる「決める・決まる」という言葉の意味を、授業で慣れさせることが大切である。

5について・・・1次関数ととらえている生徒が多い。

「切ってできた2枚の紙を重ねて、また2等分する」という表現が適切でないので、最後を「2等分に切る」と文章表現を変える。

7について・・・変域の意味や表現について十分に理解していない。

8について・・・「増えれば増える」ものを比例ととらえている生徒がいる。

10、14について・・・比例定数を誤って正の数ととらえている生徒もいるので、比例定数が負の数である問題を必ず扱う必要性がある。

20について・・・比例定数が分数の場合、右上がりの直線にならないと考えている生徒がいる。

21について・・・点線を入れた座標平面を使うと、18と比べて、正答率が上がっている。

23について・・・「表を利用して」という意味がわからない生徒がいるので、次のように変える。

関数  $y = -2x$  の表を完成し、グラフをかきなさい。

24について・・・比例定数が  $1/5$  になる場合でも、5と答えてしまう生徒が多い。

#### 〈評価問題 その2〉 (今後実施し、考察をする予定)

### 【第2学年】

#### 〈評価問題 その1〉の考察

1について・・・(1)と(2)を分けて考えてしまう生徒がいるようなので、比例を選ぶ問題を削除した。その結果、生徒に混乱はなく、正答率は上がった。

2について・・・無答率が多い。普段の授業で、言葉で確認する指導が不足しているからだと考えられる。

この問題のように、1次関数を比例する量と一定の量の和ととらえることの指導については、今後どのように扱うか、議論の余地がある。

4について・・・変域の無答が多い。

15について・・・この問題の前に、 $x$ の増加量が1のときの $y$ の増加量を求める問題を入れたので、正答率が上がった。

【評価問題 その2】の考察

1について・・・「1次関数である場合は○、そうでないものには×をつけなさい。」としたので、正答率は上がった。

2について・・・ $y$ 軸の正の向きに3だけ平行移動すると、傾き2に3を加えて傾き5としている生徒が10%いる。

14について・・・1年と同様に、座標平面に点線が入っていないため、正答率が低い。

【第3学年】

【評価問題 その1】の考察

4について・・・相似な図形に気づかないと解決できないので、生徒には難しいようだ。

6について・・・解答欄のミスがあったので、確かな結果が出ていない。

9について・・・表現を次のように変える。

下の図は、 $y = x^2$ と $y = 3x^2$ のグラフである。 $y = 3x^2$ のグラフは、ア、イのどちらか答えなさい。

10について・・・9と同様に、表現を変える。

11について・・・表現を「グラフの特徴をいいなさい。」に変える。

12について・・・表現を「グラフを完成し、グラフをかきなさい。」に変える。

15について・・・14に比べ、正答率が高かった。14は格子点のどこを通過しているか読みとりづらかった。

【評価問題 その2】の考察

◎ テスト時間が足りなかったため、無答が多かった。時間をどのくらい与えるかも検討の余地がある。

16について・・・設問を○×にした方が答えやすい。

17について・・・このように調べる問題は苦手である。表現を次のように変える。

① 関数 $y = x^2$ について、下の表を完成させなさい。  
② ①の表を見て、 $x$ の値が1ずつ増加するとき、 $y$ の値は同じ数ずつ増加したり、減少したりしていますか。している場合は○、していない場合は×で答えなさい。

18について・・・読みとりにくいので、次のように変える。

関数 $y = 2x^2$ のグラフ上で、点A、Bの $x$ 座標はそれぞれ $x = 1$ 、 $x = 3$ である。 $x$ の値が1から3まで増加したときの変化の割合は8である。この8はグラフ上では何を表しているか、答えなさい。

19について・・・ $x = 1$ 、 $x = 2$ に対応する $y$ の値の和(0.5 + 2)を2でわって、平均の速さを求めている生徒がいる。

適切でない表現があるので、文章表現を考える。

また、平均の速さの指導については、今後どのように扱うか、議論の余地がある。

(18) 「関心・意欲・態度」の評価

① 第2学年 第10時「1次関数の利用」(その2)学習指導案

実施日時…1995.6.23(金) / 14:30~15:20  
 授業者…大澤弘典  
 対象…中野区立第二中学校 3年B組  
 (男20名、女12名:計32名)

<本時の指導のねらい…評価基準③④を重点に授業展開する>  
 問題解決の方法を色々試したり工夫させる。  
 既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有的経験を進んで活用させる。

<課題> 下の図のように、ようじを使って図形を作っていく。


- <評価規準(仮)>
- ①身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。
  - ②具体的な事象を関数的に捉えようとする。
  - ③解決方法を色々試したり工夫しようとする。
  - ④既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有的経験を進んで活かそうとする。
  - ⑤簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。
  - ⑥関数的な見方・考え方のよさを実感する。
  - ⑦新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。

<本時の指導の展開例>

教師の指導・発問	生徒の活動・反応予想	指導上の留意点	関心・意欲・態度		数学的な見方・考え方	
			評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題の提示(上の図) T1: 図のように図形を作っていく		課題提示は単純にし 解釈は生徒個人に任 せる	① ②	課題の内容を把握しようとする …質問・確認等  (観察)	帰納的に考える 直観・見通し 合理的に考える	1、2、3、段目の図から4、 5段目の図が描ける
T2: 4番目はどんな形になりますか 書いてみよう(方眼紙)	 (一斉) (個別) (3分)					
T3: 50番目の形を作るには、ようじ を何本用意すればよいか  他の求め方はないか考えてみよう	図で解決する(しようとする) 表で解決する 式で解決する グラフで解決する 色々な解決法を組み合わせで解決する その他 (個別) (13分)	別の方法での解決を 促す  挙手により生徒の解 法を把握する	③ ④	実際に数え上げるのは面倒だか ら、図表式等を利用して問題解 決を図ろうとする  (観察・ワークシート)	依存関係・対応関 係に着目する 表式グラフを作る 表式グラフから特徴 を捉える	対応の見方・変化の見方ができ る  変化の割合が6であることを捉 える
T4: みんなで解決(検討)してみよう	… …  (一斉) (25分)	各解法の特徴を確認 し合う  教師が解法の良し悪 しを判定しない				
T5: 課題を参考にして、オリジナル な(自分なりの)図形をデザイン してみよう(1番目~3番目程 度までを方眼紙に書かせる)	 (個別) (40分)	他人の意見は赤記入 以下、時間がなけれ ば、もう1時間使っ て授業展開する	④	進んで作業に取り組もうとする  (観察・ワークシート)	帰納的に考える 直観・見通し	変化の割合等を、意識しながら しながら作業をする
T6: 自分のデザインした図形を、 50番目まで並べて作るとしたら ようじを何本用意すればよいか	 (個別) (50分)	T3とT6に対する各自 の解法過程を比較し その変容を評価する  ワークシートを回収する				
			④ ⑤	他人の解法についても理解しよ うとする  (観察)	一般化する 合理的に考える 検証する	変化の割合が6になる保証を図 等で説明できる
			④			
			④ ⑤	T3に対する解決過程に比べ、 より簡潔に、明瞭に、的確に、 見通しをもって、合理的に解こ うとする  (ワークシート分析)	帰納的に考える 依存関係・対応関 係に着目する 表式等から特徴を 捉える 合理的に考える 一般化する	1、2、3番目等の具体的な場面か ら捉えようとする  T4での他人の解法等を利用する 式化を図る

② 授業記録

実施 平成7年6月23日(金)  
 授業者 大澤弘典 対象 中野区立第2中学校3年B組

指導内容と教師の活動	生徒の活動と反応																				
<p>[課題] 下の図のように、ようじを使って図形をつくっていく。</p>  <p>1. 番目    2. 番目    3. 番目</p> <p>「ようじを使って、いろいろな図形をつくってもらいます。先生もつくってきました。」                  (上のように黒板に並べる)                  T2 「では、4番目はどうなるでしょうか？」                  「プリントを配りますから、4番目はどうか、かいてみて下さい。」                  「P: さん、黒板にかいて下さい。」                  「このようになつた人？」                  「これ以外の人がいますか？」                  「これが私の作品です。」(と言って、黒板に4番目の図を掲示する。)                  T3 「もっと大きい図をかきたいと思います。たとえば、50番目の図をかきたい。このときようじは何本用意しておけばよいでしょうか？どんな方法でもよいですから、求めてみて下さい。メモしたことは書いておいて下さい。」                  「本数が求められた人は、他の解き方がないかどうか、考えてみて下さい。」                  「あと、1~2分でいいですか？」                  「みんなで解答を確認していきましょう。今、鉛筆でかいていると思うから、その鉛筆を置いて、みんなが説明してくれたことで必要だなと思ったことは、赤ペンや青ペンで付け足してかきません。」                  T4 「いろいろなやり方があったようです。P: 君のやり方を説明して下さい。」                  「どのような表をかきましたか？」</p>	<p>P: プリントに書きはじめる。</p> <p>P: (黒板にフリーハンドでかく)                  P: 全員、手を挙げる。                  P: いない。</p> <p>P: 求めはじめる。</p> <p>P: 他の方法で求めはじめる。</p> <p>P: 表をかきました。</p>																				
<p>P<sub>2</sub> の表</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>段 数</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>...</th> <th>50</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ようじの数</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>16</td> <td>22</td> <td>28</td> <td>34</td> <td>40</td> <td>...</td> <td>298</td> </tr> </tbody> </table> <p>「上の段は何ですか」                  「下の段は何ですか。」                  「どこまでかきましたか」</p> <p>「下の段は？」</p> <p>「何らかの形で表を使った人？」                  「4番目まで図が出ていますが、5、6、7段目のようじの数はどう求めたのですか。」                  「どこらへんまで調べたの？」                  「はい。3段目まで調べて、あとは6本ずつ増えているから、数えないで求めたのですね。」                  「この6本ずつ増えることに気づいた人はどのくらいいますか。」</p>	段 数	1	2	3	4	5	6	7	...	50	ようじの数	4	10	16	22	28	34	40	...	298	<p>P<sub>2</sub>: 段数です。                  P<sub>2</sub>: ようじの数です。                  P<sub>2</sub>: 7段までかいて、そのあと省略して、そして50段をかきました。」</p> <p>P<sub>2</sub>: 4、10、16、22、28、34、40。たぶん298本。                  P: 17人が挙手。                  P<sub>2</sub>: 6本ずつ上がっていく。                  P: 3段目まで調べた。</p> <p>P: 多数が挙手をする。</p>
段 数	1	2	3	4	5	6	7	...	50												
ようじの数	4	10	16	22	28	34	40	...	298												

「P: さんのやり方を説明して下さい。」

P: 2番目だったら、底辺のようじの数が3本です。2番目だから2+1で、次の3番目は、5本です。これは3+2で5本です。

P: 4+3です。

P: 50+49。

P: はじのようじの数は、1段ごとに2本使うから、まず左側の方では50段だから50×2で、右側も同じだけど、1番上の1本がだぶっているから、1本引いて、298本。

P: の式 
$$\underbrace{50+49}_{\text{底辺}} + \underbrace{(50 \times 2)}_{\text{左側}} + \underbrace{(50 \times 2 - 1)}_{\text{右側}} = 298$$

「(式の説明を繰り返す) P: さんのように求めた人はどのくらいいますか？」

「P: 君はどうですか？」

P: 3人が挙手。

P: 表を使って、こじつけた。段数をxとして、ようじの本数をyとして、 $y = 6x - 2$ です。xに50を代入して計算すると、298本。

P: 14人が挙手。

P: まず、1番目のようじの数が全体で4本で、2番目が10本で、3番目が16本で、4番目が22本になっているから、6本ずつ増えているから、だから、段数をnとおくと、最初の4プラス  $6 \times (n - 1)$ 。

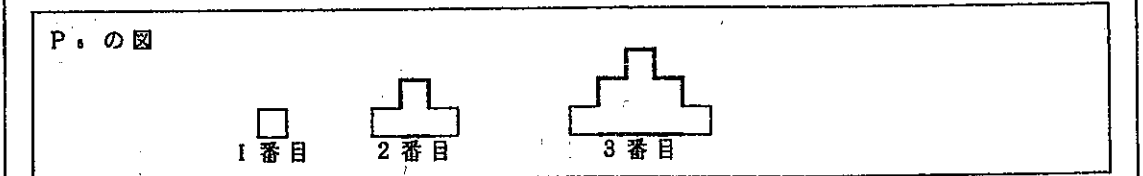
P: の式 
$$4 + 6 \times (n - 1)$$

「この式の形を使った人は？」

「P: 君の説明を聞きたいのですが」

P: 3人が挙手。

P: 両端の6本が全部同じだから、1番目から2番目だと、2番目の上の方と下の部分が共通して、それに両端の6本があります。つまり6本増えてます。



「このように、図で、6本ずつ増えていると確認した人は？」

T5 「いろいろなやり方があることを確認したのですが、ではプリントを配りますから、今の例を参考にして、自分なりに図形をデザインしてみましょう。」

「1番目、2番目、3番目ぐらいまでの図はかいておいて下さい。」

T6 「自分のデザインした図形の50番目をつくるにはようじが何本必要か求めて下さい。」

「時間になりました。この続きはまたやりますので、途中の人を出して下さい。では、後ろの人、2枚のプリントを重ねて集めて下さい。」

P: 2人が挙手。

P: いろいろな図をプリントに書きはじめる。

P: 求めはじめる。



③ 研究協議

(7) 授業者から

授業展開に時間がかかると思ったが、生徒の反応もよく予定通り実施できた。  
50番目のようじの数を求める課題では、実際50段の図をかいた生徒は少なかった。6本ずつ増えていること着目して求めようとした生徒は意外に多かった。

(4) 生徒観察の記録と関心・意欲・態度の評価

教師の指導発問 T2: 4番目はどんな形になりますか。かいてみよう。

.....全員の生徒が正しい図をかいていた。

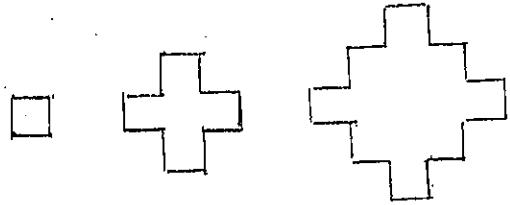
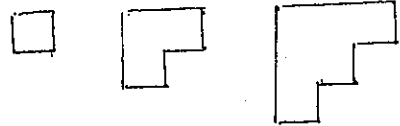
教師の指導発問 T3: 50番目の形を作るには、ようじを何本用意すればよいか。

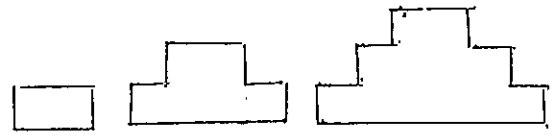
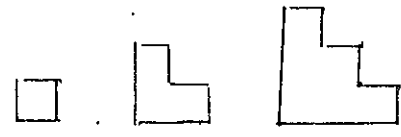
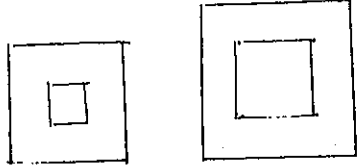
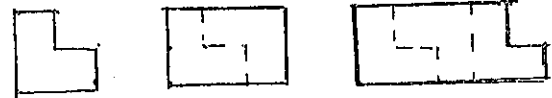
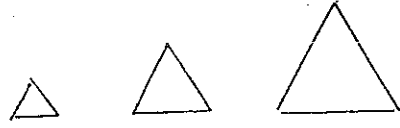
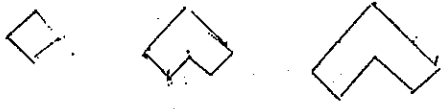
.....次表【1】

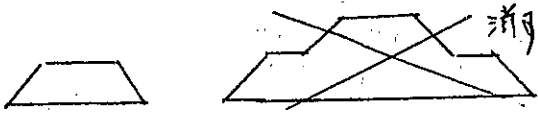
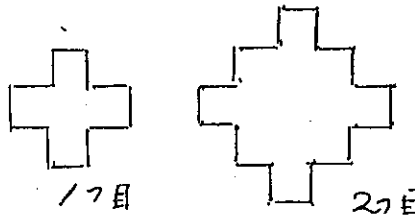
教師の指導発問 T5: 課題を参考にして、オリジナルな(自分なりの)図形をデザインしてみよう。

教師の指導発問 T6: 自分のデザインした図形を、50番目まで並べて作るとしたらようじを何本用意すればよいか。 .....次表【2】

—授業中の生徒の反応—

生徒	【1】(発問 T3 の反応)	【2】②(発問 T5、6 の反応)
A	表をかき、式 $y = 6x - 2$ をつくり、式に $x = 50$ を代入して求める。 (.....この反応と、同様なものは、以下では*印とする)	 (十文字のデザイン) 式 $y = 8x - 4$ をつくり、 $x = 50$ を代入し求める。
B	10番目まで数えて、それ以上進まなかった。次のことを考えなくずっと50番目のようじの課題を考えていた。	 このデザインだけをかいた。
C	表をかき式をかいていたが消し、図の中に数をかき入れいきなり298本を	十文字の形のデザイン 表をかき式 $y = 8x - 4$ をつくり求めた。

	求めていた。その考えを確かめると、6本ずつ増えるから $6 \times 49 = 294$ 、 $294 + 4 = 298$ といった。	 このデザインをかいて考えていた。								
D	*	 式 $y = 4x$ をつくり、求めた。								
		 このデザインをかいて考えていた。								
E	図の中に数をかき、式 $y = 4 + 6(n - 1)$ をつくり求めた。	 <table border="0"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>8</td> <td>10</td> <td></td> </tr> </table> 上の表をかき式を考えていた。	x	1	2	3	y	8	10	
x	1	2	3							
y	8	10								
F	4番目までの表をかき、式 $y = 5x + (x - 2)$ をつくり、求めた。	 式 $3x$ に $x = 50$ を代入し求めた。								
G	初め、個々の図に数をかき入れ、式 $4x + 2(x - 1)$ をつかった。次にそれを消し、式 $x^2 + (x - 2)$ をつくり考えていた。	 4、8、12.....と数を図にかき入れ、 $4 \times 50 = 200$ と計算し求めた。								

H	$x$ 1 2 3 4 5 $y$ ... と表をかき、 式 $y = 6x - 2$ をつくるが じっと考えて次には進ま なかった。	 このデザインをかいたり消したりして考え ていた。
I	*	 式 $y = 8x + 4$ をつくり、求める。

教師の発問と関心・意欲・態度の評価

- 教師の発問 T1・・・「規則性に気づいて表現しようとする」
  - 全員の生徒がよくできていた。
- 教師の発問 T3・・・「図表式等を利用して問題解決を図ろうとする」
  - 抽出して観察した生徒について
 

上記の表の反応のように一人ひとりの生徒は熱心に考えていた。

生徒Hについては、表、式をつくることで問題の解答をしたと考えてしまったようだ。机間指導によって教師の発問の意図を確かめればよかった。
  - ワークシートの記録の観察
 

熱心に考えていることが把握できた。
- 教師の発問 T5・・・「規則性をもって図形をデザインしようとしたか」
 

教師の発問 T6・・・「図表式等を利用して、T3と同じように問題解決を図ろうとする」

「いろいろな関数的な見方・考え方を有機的に活用しようとする」

  - 抽出して観察した生徒について
 

上記の表の反応のように一人ひとりの生徒は熱心に考えていた。

生徒Hについては、ワークシートのまず目のみを考えてデザインしているようであった。このデザインでは、斜めに置いたようじは存在せず、ようじを使った課題であることを意識していなかった。このような生徒のために、ようじの形のマグネットを用意し黒板に示すことを行えばよかった。
  - ワークシートの記録の観察
 

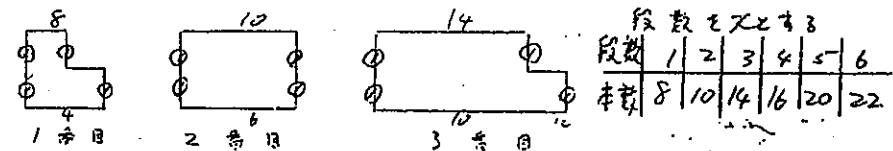
熱心に考えていることが把握できた。

(ウ) 全体を通して

- 生徒の反応はよく、どの生徒も課題をじっくり考え取り組んでいた。1時間の中で、教師の発問 T5、T6 まで実施できると判断できた。
- 式をつくる時に、 $(x-1)$  の形で表す生徒が多くいた。これは他の学校の生徒にはあまり見られない傾向である。この授業実施直前に行った調査問題の生徒の反応にもこの傾向がでている。面接等を行ってその理由を知る必要がある。
- 教師の発問 T3 で、式  $y = 6x - 2$  をつくった生徒がどのような観点で式をつかったかを、授業中に聞いた方がよかった。
- 教師の発問 T6 で、生徒は規則的に変化する図をデザインすることは意識していた。
- 本時の指導のねらいにおいて、課題1で生徒は積極的に取り組み問題の解決の過程で工夫がみられ、課題1は適切な課題と判断できた。課題1と課題2との組み合わせもよかった。課題2では、デザインをつくることに終始してしまう心配があったが、生徒は規則性を意識してデザインしようとし、すぐに関数の課題の場面にもそのようなデザインをした生徒がほとんどであった。これは、課題1での解決の考えを発表し、互いの考えを知ることによって得た考えをうまく使おうしたり、既習の知識を整理して考えようとする態度となってきたことを感じた。課題1から課題2への生徒での生徒の変容を感じとることができた。

(エ) その他(次時での生徒の反応)

課題2のデザインから50番目のようじの数を次時まで考えてきたものの中には次のような反応もあった。



説明) 偶数の時は必ず長方形となる。

$$\text{式 } 6 + 6(x \div 2 - 1) + 4 = 10 + 6(\frac{x}{2} - 1) = 3x + 4 \quad (\text{偶数の時})$$

左のようじの数  
 (1) 2段目 6本  
 (2) 4段目 10本  
 (3) 6段目 14本  
 ようじは 1 番目、2 番目、3 番目とある。

奇数の時

$$\text{式 } 8 + 6\{(x-1) \div 2\} = 8 + 6(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}) = 8 + 3x - 3 = 3x + 5 \quad (\text{奇数の時})$$

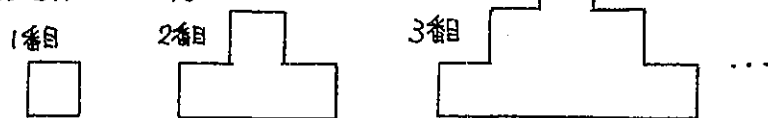
④ 改訂指導案

<本時の指導のねらい…評価基準 D-3, 4, 5を重点に授業を展開する>

問題解決の方法をいろいろ試したり工夫させる。

既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既存の経験を進んで活用させる。

<課題1> 下の図のように、ようじを使って  
図形を作っていく。



<評価規準/関心・意欲・態度>

D-1 身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。

D-2 具体的な事象を関数的に捉えようとする。

D-3 解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。

D-3①既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既存の経験を進んで活かそうとする。

D-3②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。

D-4 関数的な見方・考え方のよさを実感する。

D-5 新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。

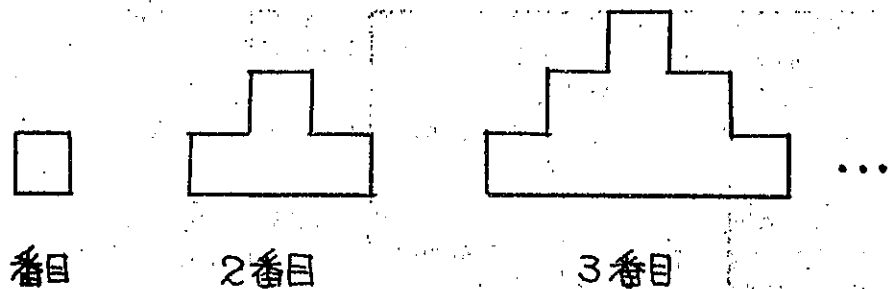
<本時の指導の展開例>

教師の指導・発問	生徒の活動・反応予想	指導上の留意点	関心・意欲・態度		数学的な見方・考え方	
			評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題1の提示(上の図) T1: 図のように図形を作っていく	 (一斉) (個別) (3分)	課題提示は単純にし 解釈は生徒個人に任 せる	D-1	課題の内容を把握しようとする	帰納的に考える 直観・見通し	1, 2, 3番目の図から4番目 の図をかく
T2: 4番目はどんな形になりますか 書いてみよう(方眼紙)			D-2	規則性に気づいて表現しようとする (観察)		
T3: 50番目の形を作るには、ようじ を何本用意すればよいか 解決してみよう  他の求め方はないか 考えてみよう	ア) 図で解決する(しようとする) イ) 表で解決する ウ) 式で解決する エ) グラフで解決する カ) いろいろな解決法を組み合わせで解決する ク) その他 (個別) (13分)	別の方法での解決を 促す  挙手により生徒の解 法を把握する	D-3	図表式等を利用して問題解決を 図ろうとする (観察・ワークシート)	依存関係・対応関 係に着目する 表式グラフを作る 表式グラフから特徴 を捉える 帰納的に考える 一般化する 合理的に考える等	表や図から変化の割合が6であ ることを捉える 1次関数の式を作り、50を代入 して求める 図から規則性を見つけ求める
T4: みんなのいろいろな解き方を知 ろう	: : (別紙)  (一斉) (25分)	各解法の特徴を確認 し合う 教師が解法の良し悪 しを判定しない 他人の意見は赤記入	D-4	他の解法における関数的な見方 ・考え方を理解し、そのよさを 実感しようとする (観察)	検証する	変化の割合が一定で6になる保 証を図等で説明する
T5: 課題2 課題1を参考にしてオリジナル な(自分なりの)図形をデザイン してみよう	ア) イ) (個別) (40分)	(1番目~3番目程 度までを、方眼紙に 書かせる)	D-3①	規則性をもって図形をデザイン しようとする (観察・ワークシート)	帰納的に考える 直観・見通し	規則性等を意識しながら図形を デザインする
T6: 自分のデザインした図形の 50番目を並べて作るとしたら ようじを何本用意すればよいか	 (個別) (50分)	T3とT6の各生徒の解 法過程を比較する  ワークシートを回収する	D-3 D-4 D-5	図表式等を利用して、T3と同じ ように問題解決を図ろうとする いろいろな関数的な見方・考え 方を有機的に活用しようとする (ワークシート分析)	帰納的に考える 依存関係・対応関 係に着目する 表式等から特徴を 捉える 合理的に考える 一般化する	表や図から変化の割合の特徴を 捉える 関数の式を作り、50を代入して 求める 図から規則性を見つけ求める

⑤ 研究授業で使用したワークシート（ファックス原稿用紙）

<課題1> 図のように、ようじを使って図形を作っていく。

年 組 番 氏名:



スチロフォーム

3. 今後の課題

中学校関数指導の評価について、それぞれの観点の評価規準を明らかにし、評価問題を作成、検討を重ねてきた。今後も、研究授業を通して次の課題を追究したい。

- (1) 評価規準を見直したわけであるが、その規準をさらに考察し、それに沿った評価問題を作成する。
- (2) 「C 数学的見方・考え方」と同様に、「D 関心・意欲・態度」の内容について、第1、3学年も同様に、その評価規準を明確にし、それを盛り込んだ指導案を作成、実施する。
- (3) 評価問題をさらに実施し、分析、考察する。そして、いくつかの観点を網羅した評価問題を作成、実施する。
- (4) 評価を意識した関数指導展開例を作成、実施する。
- (5) 一人ひとりの生徒の関数概念が、どのように高まり、深まるかを考察する。そして、どのような内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討する。
- (6) 3年間を見通した関数カリキュラムを再検討し、さらによりよい関数指導のあり方について追究する。

- (4) 「中学校関数指導について」  
〈日数教(奈良)大会発表資料〉1985(S60)
- (5) 「中学校関数指導について」  
〈日数教(東京)大会発表資料〉1986(S61)
- (6) 「関数の導入および利用の指導について」  
〈日数教(福岡)大会発表資料〉1987(S62)  
「『関数の利用』の指導について」  
〈日数教(静岡、千葉)大会発表資料〉1988(S63)~1989(H1)
- (7) 「『関数の利用』の指導について」  
〈日数教(愛媛)大会発表資料〉1990(H2)  
「中学校関数指導展開例-第3学年-」  
〈日数教(盛岡)大会発表資料〉1991(H3)
- (8) 「中学校関数指導における評価について」  
〈日数教(神奈川、滋賀、三重)大会発表資料〉1992(H4)~1994(H6)

[参考・引用文献]

- ※1 石田 恒好「評価目標の規定とその具体化」図書センター
- ※2 片桐 重男「数学的考え方の具体化」明治図書
- ※3 元木 靖則「『数学への関心・意欲・態度』を育てる指導と評価に関する研究」(都立教育研究所研究生論文)

以下の文献は、東京都中学校数学研究会 関数委員会の作成したものである。

- (1) 「授業研究と評価問題」  
〈日数教(東京、山形、岡山)大会発表資料〉1980(S55)~1982(S57)
- (2) 「関数領域における授業研究と評価問題」  
〈日数教(埼玉)大会発表資料〉1983(S58)
- (3) 「第1学年 関数指導について」  
〈日数教(福井)大会発表資料〉1984(S59)  
「中学校関数指導について」  
〈日数教(奈良)大会発表資料〉1985(S60)

東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会

岩木敬二郎 (元板橋区立中台中)	遠藤 國雄 (板橋区立向原中)
大澤 弘典 (中野区立第二中)	風間喜美江 (足立区立第三中)
高山 康史 (江戸川区立西葛西中)	小嶋 節雄 (新宿区立戸山中)
五島 芳夫 (港区立御成門中)	小林 博 (都立教育研究所)
近藤 和夫 (稲城市教育委員会)	須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中)
関 富美雄 (港区立御成門中)	高村 真彦 (ソウル日本語補習校)
橋爪 昭男 (大田区立大森六中)	半田 進 (元東学大附小金井中)
村上 史子 (世田谷区立桜木中)	山本 恵悟 (足立区立谷中中)
吉田 直樹 (調布市立神代中)	吉田 裕行 (品川区立伊藤中)

第一、關於政治與經濟的聯繫  
 政治與經濟是相輔相成、不可分割的。政治是經濟的集中表現，經濟是政治的基礎。在社會主義建設時期，我們必須堅持政治與經濟相統一的原則，既要抓經濟建設，又要抓政治思想工作，使兩者相互促進、相互保障。

第二、關於社會主義與共產主義的關係  
 社會主義是共產主義的必經階段，是實現共產主義的基礎。我們必須正確處理兩者之間的關係，既不能忽視社會主義階段的任務，也不能超越階段，盲目追求共產主義。只有社會主義建設取得充分成就，才能為實現共產主義創造條件。

序號	姓名	性別	年齡	籍貫	學歷	職業	備註
1	張德勝	男	35	江蘇	高中	工人	
2	李長青	女	28	浙江	初中	農民	
3	王國強	男	42	山東	大學	教師	
4	趙子龍	男	30	湖北	高中	幹部	
5	劉雲飛	女	25	河南	初中	工人	
6	孫文龍	男	38	陝西	高中	農民	
7	周大偉	男	45	廣東	大學	工程師	
8	吳小麗	女	22	安徽	初中	工人	
9	陳國棟	男	33	四川	高中	幹部	
10	林秀英	女	30	湖南	初中	工人	

第三、關於個人與集體的關係  
 個人利益與集體利益是相輔相成、不可分割的。個人利益的實現必須建立在集體利益的基礎上，沒有集體利益，個人利益也就失去了保障。我們必須樹立集體主義思想，正确处理個人與集體之間的利益關係。