中学校関数指導における評価について

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

１、研究の経過とねらい

本委員会では、この15年余り、中学校関数指導についての具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。

昭和57年度まで[1]に、評価問題を作成、実施した結果、「１次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度[2]には、第２学年「１次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第１学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているのかが問題となった。昭和59、60年度[3]には、第１学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。さらに、昭和60年度[4]には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について提言を行った。昭和61年度[5]には関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63年度、平成元年度[6]は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。平成２、３年度[7]は、現行の学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成した。平成４、５年度[8]は、第２学年の評価の観点及び評価問題を再検討、実施し、結果の考察及び評価問題の改訂を行った。平成６年度[8]は、第１学年と第３学年の評価の観点を再検討し、改訂評価問題を作成、実施した。また、数学的な見方・考え方の評価の観点を探る学習指導案を作成して授業研究を通して検討し、改訂指導案を作成した。さらに、授業後に、数学的な見方・考え方の評価問題を作成、実施した。平成７年度[9]は、関心・意欲・態度の評価について、授業研究等を通して検討した。

以上の経過を踏まえ、今回は次のことをねらいとして研究を進めた。

評価の規準及び評価問題の検討を重ね、適切な関数指導はどのようにすべきかを考察する。

特に、

・全学年の指導計画、評価規準、評価問題の考察と改訂

・「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」を評価する指導案の再検討

・関数カリキュラムについての提言

等を行う。

２．研究の内容

（１）研究の方法

関数の評価を行うために、本委員会では評価の観点を明確にした。次に、その評価の観点に沿った評価問題を作成した（※１）。

そして、今回は、次のような方法と流れで、研究を進めた。

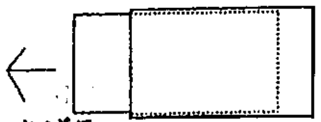
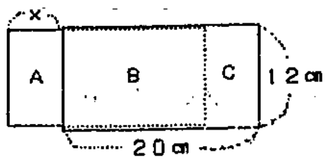
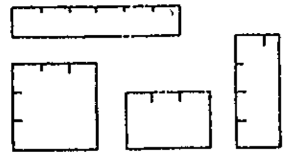
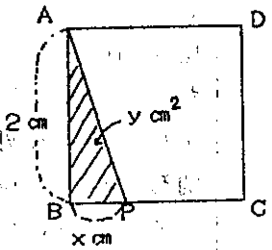
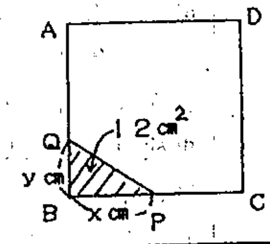
① 「知識・理解、表現・処理」の評価規準を再検討する。

② 「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案の作成、実施し、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の具体的な内容についての評価規準を明らかにする。

③ ①②をもとに、評価問題と「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案を改訂し、実施、考察する。

④ ③の考察をもとに、指導計画の再検討を行う。

（2） 第１学年　指導計画

時数	項　　目	指　導　内　容
1	ともなって変わる量	[課題] 封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。  (1)変化する量・変化しない量をあげる。 [1]引きだした長さと周囲の長さとの関係を調べる。 y＝２ｘ＋６４ [2]引きだした長さとAの部分の面積との関係を調べる。  y＝１２ｘ (2)「変数」を定義する。
2		[3]引きだした長さと全体の面積との関係を調べる。 y＝２４０＋１２ｘ [4]引きだした長さとBの部分の面積との関係を調べる。 y＝２４０－１２ｘ (1)「ｙはｘの関数である」ことを定義する。 (2)「変域」を定義する。
3	関数 ｙ＝ａｘ	(1)２つの変数ｘ，ｙの間に、ｙ＝２ｘ，ｙ＝－３ｘという関係があるとき、ｘ，ｙの変化の様子を調べる。 (2)「ｙはｘに比例する」ことを定義する。
4	(式の決定)	(1)右の図のような円柱状の空の容器に、一定の割合で水をいれたところ、３分後に６cmの深さまで、水が入った。ｘ分後の水の深さをｙcmとして、ｙをｘの式で表す。  ｙ＝２ｘ (2)いくつかの具体的な事象について比例の関係を確かめる
5	関数 ｙ＝ａｘ のグラフ	(1)ｙ＝２ｘグラフをかく。 (2)グラフをかくときに座標の考え方が有効であることを知る。 (3)「座標軸、原点、ｘ軸、ｙ軸、ｘ座標、ｙ座標」の用語を与える。 (4)点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。
6		(1)ｙ＝２ｘ、ｙ＝－３ｘのグラフをかく。 (2)ｙ＝ａｘのグラフの特徴をまとめる。
7		(1)原点と他の１点でｙ＝ａｘのグラフをかく。 (2)グラフから式を求める。 (3)変域を不等号を使って表現する。
8	関数 ｙ＝ａ／ｘ とそのグラフ	[課題] 右の４つの長方形の中で、一つだけ他と違うものをあげなさい。  ・面積が６cm²である長方形について調べる。 (1)ｙ＝６／ｘについて調べる。 （ｘの変域を負に拡張する） (2)ｙ＝－１２／ｘについて調べる。 (3)「ｙはｘに反比例する」ことを定義する。
9		(1)Ａ地からＢ地までの道のりを、行きは時速４kmの速さで５時間歩いた。帰りには時速ｘkmの速さでｙ時間歩くときｙをｘの式で表す。 (2)練習問題　・表から立式 ・既習の関数について、具体的事象で立式
10		(1)ｙ＝６／ｘ、ｙ＝－１２／ｘのグラフをかく。 (2)ｙ＝ａ／ｘのグラフの特徴をまとめる。
11	関数の利用	[課題] 右の図のような正方形ABCDがある。点Ｐは辺BC上を頂点Ｂを出発して、頂点Ｃまで動く。BPの長さがｘcmのときの三角形ABPの面積をｙcm²とするとき、ｘとｙの関係を調べなさい  [課題] 右の図のような正方形ABCDがある。点Ｐは辺BC上を、点Ｑは辺AB上を、三角形PQBの面積は１２cm²になるように動く。BPの長さがｘcmのBQの長さをｙcmとするとき、ｘとｙの関係を調べなさい。 
12	問　題　練　習	

（３）第１学年　評価規準

<table>
<tr><th></th><th>A．知識・理解</th><th>B．表現・処理</th><th>C．見方・考え方</th><th>D．関心･意欲･態度</th></tr>
<tr><td>Ⅰ．ともなって変わる量</td><td>1　関数の考えを理解する。
・ともなって変わる量
・ともなって変わる２つの量
・変化と対応
2　変数、変域の意味を理解する。</td><td>1　具体的な事象から、ともなって変わる２つの量を見出すことができる。
2　ともなって変わる２つの量の関係を表に表すことができる。
3　ともなって変わる２つの量の変化のようすや対応の仕方を、表や式でとらえることができる。
4　変域を不等号を用いた式で表すことができる。</td><td rowspan="5">事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。

・依存関係に着目する
・表、グラフ、式をつくる
・表、グラフ、式からその特徴をとらえる
・対応関係に着目する
（集合、順序、対応、変数、変域）

・直観　見通し
・帰納的に考える
・演繹的に考える
・合理的に考える
・一般化する　特殊化する
・抽象化する　具体化する
・単純化する
・図形化する
・置き換えをする
・検証する</td><td rowspan="5">（1）身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。

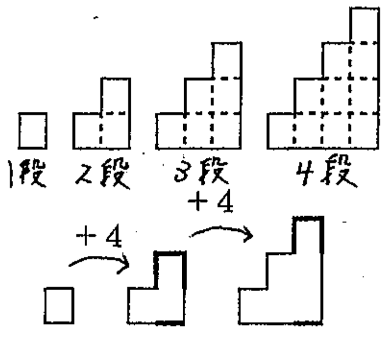
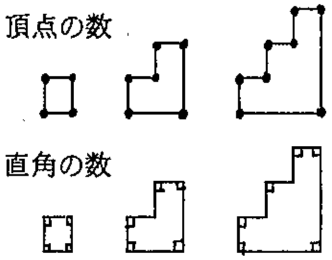
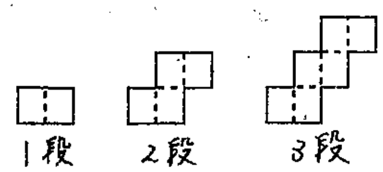
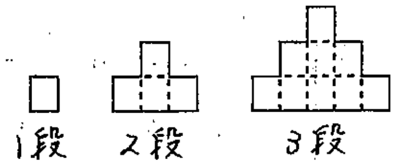
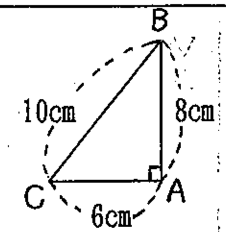
（2）具体的な事象を関数的にとらえようとする。

（3）解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。
①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。
②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。

（4）関数的な見方・考え方のよさを実感する。

（5）新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。</td></tr>
<tr><td>Ⅱ．関数
ｙ＝ａｘ</td><td>1　比例の定義を知る。
2　比例は一方が２倍、３倍、…になれば他方も２倍、３倍、…になることを理解する。
3　比例定数の意味を理解する。
4　変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも比例の関係が成り立つことを理解する。</td><td>1　ともなって変わる２つの量の間に、比例の関係を見出すことができる。
2　表からｙ＝ａｘの形に表すことができる。
3　与えられた条件から、比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅲ．関数
ｙ＝ａｘ
のグラフ</td><td>1　ｘ軸、ｙ軸、座標軸、原点、ｘ座標、ｙ座標の用語や座標の意味を理解する。
2　関数ｙ＝ａｘのグラフは、原点を通る直線であることを知る。
3　関数ｙ＝ａｘのグラフで
ａ＞０のときは右上がりの直線
ａ＜０のときは右下がりの直線
であることを理解する。</td><td>1　座標平面上の点の座標を求めたり、座標から点をプロットすることができる。
2　点をプロットして比例のグラフをかくことができる。
3　「比例定数」を使って、比例のグラフをかくことができる。
4　グラフから比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅵ．
関数ｙ＝ａ／ｘとそのグラフ</td><td>1　反比例の定義を知る。
2　反比例は一方が２倍、３倍、…になれば、他方は1/2倍、1/3倍、…になることを理解する。
3　比例定数の意味を理解する。
4　変域が負の数になる場合や比例定数が負になる場合でも反比例の関係が成り立つことを理解する。
5　関数ｙ＝ａ／ｘのグラフは、双曲線になることを知る。
6　反比例のグラフで
ａ＞０のときは第１象限、第３象限にあらわれる双曲線
ａ＜０のときは第２象限、第４象限にあらわれる双曲線
であることを理解する。</td><td>1　ともなって変わる２つの量の間に、反比例の関係を見出すことができる。
2　反比例の関係をｙ＝ａ／ｘの形に表すことができる。
3　点をプロットして、反比例のグラフをかくことができる。
4　与えられた条件やグラフから、反比例の式を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅴ．関数の利用</td><td colspan="2">（上記の評価の観点について、さらに深める。）</td></tr>
</table>

（4） 第２学年　指導計画

時数	項　　目	指　　導　　内　　容
1	１次関数の意味	［課題］　１辺の長さが１cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。 ①ともなって変わる量をあげる。 ［Ⅰ］階段の数がｘ段のときの周囲の長さをｙcmとして、その変化のようすを調べる。 ②表、グラフ、式（ｙ＝４ｘ）を求める。 ③ｙ＝４ｘで、定数４の意味を考える。 
2		［Ⅱ］階段の数がｘ段のときの頂点の数をｙ個として、その変化のようすを調べる。 ［Ⅲ］階段の数がｘ段のときの直角の数をｙ個として、その変化のようすを調べる。 ①「ｙはｘの１次関数である」ことを定義する。 頂点の数 直角の数 
3	１次関数の値の変化とグラフ	①ｙ＝２ｘ＋３、ｙ＝－５ｘ＋４について、変化のようすを調べる。 ②「変化の割合」を定義する。 ③１次関数についての変化の割合の特徴をまとめる。
4		①ｙ＝２ｘ＋３、ｙ＝２ｘのグラフをかく。 ②ｙ＝－２ｘ＋４、ｙ＝－２ｘのグラフをかく。 ③１次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べる。 ④「切片」を定義する。
5		①ｙ＝２ｘ＋３、ｙ＝－２ｘ＋４のグラフの傾きぐあいを調べる。 ②「傾き」を定義する。 ③１次関数ｙ＝ａｘ＋ｂで、ａ＞０のときとａ＜０のときの変化のようすの違いを調べる。
6		①ｙ＝２ｘ＋１、ｙ＝－ｘ＋１、ｙ＝$-\frac{1}{2}$ｘ＋３のグラフを傾きや切片を使ってかく。 ②グラフが平行になるときの特徴をまとめる。
7	１次関数を求める	［課題］　縦１cm、横２cmの長方形を右の図のように積んでいく。 ①ともなって変わる量をあげる。 ［Ⅰ］階段の数がｘ段のときの周囲の長さをｙcmとして、ｙをｘの式で表す。（ｙ＝４ｘ＋２） ②各自、どのように式を求めたかを発表する。 ③１次関数の式は、変化の割合ａと１組のｘ、ｙの値から、また、２組のｘ、ｙの値から求められることをまとめる。 
8		（１次関数の式の決定についての問題練習）
9		（測定値の資料などから１次関数を求めさせる。－実験式－）
10	１次関数の利用	［課題］　１辺が１cmの正方形を右の図のように１段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。 ［Ⅰ］階段の数がｘ段のときの周囲の長さをｙcmとして、ｙをｘの式で表す。（ｙ＝６ｘ－２） ［Ⅱ］ｘ段目にある正方形の個数をｙ個として、ｙをｘの式で表す。（ｙ＝２ｘ－１） ［Ⅲ］ｘ段のときの全体の面積をｙcm^{2}として、ｙをｘの式で表す。（ｙ＝ｘ^2） 
11		［課題］　右のような△ＢＣＡ（・Ａ＝９０°）がある。点Ｐは Ｃを出発して、毎秒１cmの速さでＡを通ってＢまで動く。 ①ともなって変わる量をあげる。 ［Ⅰ］点ＰがＣを出発してからｘ秒後の△ＢＣＰの面積をｙcm^{2}として、変化のようすを調べる。（変域に注意させる） 

（５）第２学年　評価規準

<table>
<tr><th></th><th>A. 知識・理解</th><th>B. 表現・処理</th><th>C. 見方・考え方</th><th>D. 関心・意欲・態度</th></tr>
<tr><td>Ⅰ．１次関数</td><td>1．１次関数の定義を知る。
2．比例が１次関数の特別な場合であることを理解する。
3．１次関数は、xに比例する量と一定の量との和とみられることを理解する。</td><td></td><td rowspan="5">事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。

・依存関係に着目する
・表、グラフ、式をつくる
・表、グラフ、式からその特徴をとらえる
・対応関係に着目する
（集合、順序、対応、変数、変域）

・直観　見通し
・帰納的に考える
・演繹的に考える
・合理的に考える
・一般化する　特殊化する
・抽象化する　具体化する
・単純化する
・図形化する
・置き換えをする
・検証する</td><td rowspan="5">（1）身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。

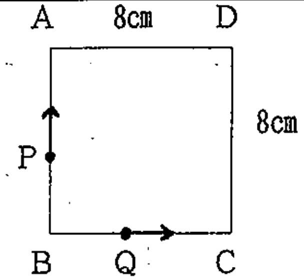
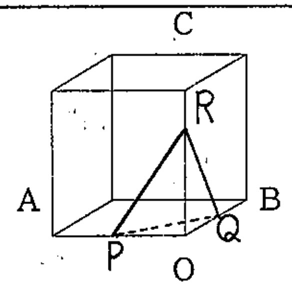
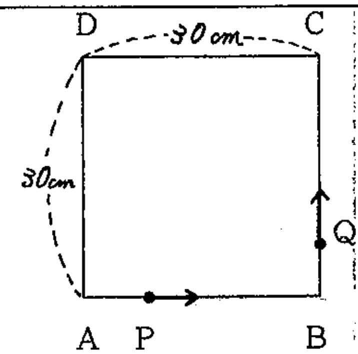
（2）具体的な事象を関数的にとらえようとする。

（3）解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。
①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。
②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。

（4）関数的な見方・考え方のよさを実感する。

（5）新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。</td></tr>
<tr><td>Ⅱ．値の変化</td><td>1．変化の割合の定義を知る。
2．１次関数の変化の割合は一定で、aに等しいことを理解する。
3．１次関数の変化の割合は、xの値が１ずつ増加するときのyの増加量であることを理解する。</td><td>1．xの値に対応するyの値を求めることができる。
2．１次関数y＝ax＋bの表を観察しながら、xの増加量に対するyの増加量を求めることができる。
3．変化の割合を求めることができる。
4．変化の割合からyの増加量を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅲ．１次関数のグラフ</td><td>1．１次関数y＝ax＋bのグラフは直線であることを知る。
2．１次関数y＝ax＋bのグラフは、y＝axのグラフをy軸の正の向きにbだけ平行移動したものであることを理解する。
3．１次関数y＝ax＋bのグラフにおいて、「傾き」、「切片」の意味を理解する。
4．１次関数y＝ax＋bのグラフは、
a＞０のときは右上がりの直線
a＜０のときは右下がりの直線
であることを理解する。</td><td>1．点をプロットしてグラフをかくことができる。
2．グラフが直線であるとき、そのグラフの「傾き」と「切片」を読みとることができる。
3．「傾き」と「切片」を使って、１次関数y＝ax＋bのグラフをかくことができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅳ．１次関数の式の決定</td><td></td><td>1．表やグラフや条件から、１次関数の式を求めることができる。
aとb　aと１組のx、y
bと１組のx、y　２組のx、y</td></tr>
<tr><td>Ⅴ．１次関数の利用</td><td colspan="2">（上記の評価の観点について、さらに深める。）</td></tr>
</table>

（６）第３学年　指導計画

時数	項　目	指　導　内　容
1	２次関数	【課題場面】１辺が８cmの正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは頂点ＢからＡを通って点Ｄまで、点Ｑは頂点ＢからＣを通って頂点Ｄまで同時に出発し、それぞれ１秒間に２cmの速さで動く。 （Ⅰ）何が変わるかを考える。 （Ⅱ）時間と面積（△ＰＢＱ，五角形ＰＱＡＢＣ）との関係を調べる。 $0 \leqq x \leqq 4$のとき　$y=2x^2$ $4 \leqq x \leqq 8$のとき　$y=-2x^2+32x-64$ 
2		①２次関数の定義 ②具体的な例（立方体の表面積、高さ一定の正四角すいの体積）について立式する。 ③$y=x^2$のグラフがどんな形になるか予想する。
3	関数 $y=ax^2$ のグラフ	①$y=x^2$のグラフを完成させる。 ②$y=2x^2$ のグラフをかき、$y=x^2$のグラフと比べる。 ③$y=x^2$のグラフをもとに、$y=1/2x^2$のグラフをかく。
4		①$y=-x^2$ のグラフをかき、$y=x^2$のグラフと比べる。 ②$y=x^2$のグラフをもとに、$y=-2x^2$のグラフをかく。 ③$y=-x^2$のグラフをもとに、$y=-1/2x^2$のグラフをかく。 ④関数$y=ax^2$のグラフの特徴をまとめる。
5	変化の割合	①車の速さと空走距離、制動距離の関係について調べ、変化の割合を求める。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y=ax^2$ と１次関数の値の変化の割合を比較する。 ④関数$y=x^2$について、変化の割合を調べる。
6		①$y=-x^2$ について、変化の割合を調べる。 ②変化の割合の意味をグラフ上で確認する。 ③関数$y=ax^2$ の値の変化の割合についてまとめる。 ④具体的な場面（落体運動）で、変化の割合の意味について考える。
7	問題練習	（斜面を転がるボールの問題も扱う）
8	いろいろな関数Ⅰ	【課題場面】右の図のような１辺が10cmの立方体がある。点Ｐ、Ｑ、Ｒはそれぞれ辺ＯＡ、ＯＢ、ＯＣ上の点である。 （Ⅰ）点Ｑ、ＲはＯＱ＝４cm、ＯＲ＝６cmの位置に停止し、点Ｐは頂点Ｏを出発してからＸ秒後の三角すいＲ－ＰＯＱの体積をycm³とする。ｘとｙとの関係を調べる。（$y=4x$）  （Ⅱ）次の（ａ）（ｂ）のそれぞれの条件についてｘとｙとの関係を調べる。 （ａ）点ＲはＯＲ＝６cmの位置に停止し、点Ｐ、Ｑは頂点Ｏを同時に出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでＡ，Ｂまで動く。点Ｐ、ＱがＯを出発してからｘ秒後の三角すいＲ－ＰＯＱの体積をycm³とする。（$y=x^2$） （ｂ）点Ｐ，Ｑ，Ｒは頂点Ｏを同時に出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでＡ，Ｂ，Ｃまで動く。点Ｐ，Ｑ，ＲがＯを出発してからｘ秒後の三角すいＲ－ＰＯＱの体積をycm³とする。 （$y=1/6x^3$） ・$y=4x$、$y=x^2$、$y=1/6x^3$の値の変化を表で調べる。
9		（Ⅲ）前時の課題場面で、点Ｐ、Ｑは頂点Ｏを出発し、それぞれ毎秒１cmの速さでＡ，Ｂまで動く。そのとき点Ｒは三角すいＲ－ＰＯＱの体積が４cm³で一定になるように動く。点Ｐ，ＱがＯを出発してからｘ秒後のＯＲの長さをｙcmとする。ｘとｙとの関係を調べる。 （$y=24/x^2$） ・$y=24/x^2$ について、変化や対応のようすを調べる。 ・$y=4x$、$y=x^2$、$y=1/6x^3$、$y=24/x^2$ のグラフについて調べる。
10	いろいろな関数Ⅱ	①時計の短針と長針の動くようすを表したグラフから、短針と長針の重なる時間を求める。 ②１次関数$y=2x-1$と関数$y=2x^2$について、式、グラフ、対応のしかたや増減のようすは異なるが、「ｘの値を１つ決めれば、ｙの値がただ１つ決まる」ことは共通していることを確認する。 ③集合による関数の定義をする。
11		①ｘの変域を$-1 \leqq x \leqq 3$とするとき、$y=2x-1$と$y=2x^2$ のｙの変域を求める。 ②ある地下鉄の運賃は、次の表のようになっている。（表略）乗車距離と料金との関係を調べる。 ③Ａ駅からＢ団地行きのバスの料金は１８０円均一で、Ａ駅からＢ団地までの道のりは５kmである。乗車距離と料金との関係を調べる。 ④ｘを１けたの自然数とする。ｘを３でわったときの余りをｙとしてｘとｙとの関係を調べる。 ⑤関数にならない例について考える。
12	関数の利用	【課題場面】右の図のように、１辺が３０cmの正方形ＡＢＣＤがある。点ＰはＡを出発して毎秒５cmの速さでＢを通りＣまで動く。点ＱはＢを出発して毎秒２cmの速さでＣまで動く。  ・△ＡＰＱの面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。 ・△ＡＰＱの面積が最大になるのは何秒後かを考える。 ・△ＡＰＱの面積が45cm²になるのは何回あるかを考える。 ・△ＡＰＱの面積が125cm²になるのは何秒後かを考える。 ①グラフを利用することの良さを実感する。 ②いろいろな関数があることを知る。

（７） 第３学年　評価規準

<table>
<tr><th></th><th>A．知識・理解</th><th>B．表現・処理</th><th>C．見方・考え方</th><th>D．関心・意欲・態度</th></tr>
<tr><td>Ⅰ．
２次関数</td><td>1　事象のなかに比例でも反比例でも１次関数でもない関数があることを知る。
2　２次関数の定義を知る。
3　関数$y=ax^2$が２次関数の特別な場合であることを知る。</td><td>1　１組のx，yの値から関数$y=ax^2$を導くことができる。
2　$y=ax^2$で表される関係を、表や式で表すことができる。</td><td rowspan="5">事象の中から数量の関係を見いだし、次のようないろいろな見方・考え方を使って問題を解決する。

・依存関係に着目する
・表、グラフ、式をつくる
・表、グラフ、式からその特徴をとらえる
・対応関係に着目する
（集合、順序、対応、変数、変域）

・直観　見通し

・帰納的に考える

・演繹的に考える

・合理的に考える

・一般化する　特殊化する

・抽象化する　具体化する

・単純化する

・図形化する

・置き換えをする

・検証する</td><td rowspan="5">（1）身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。

（2）具体的な事象を関数的にとらえようとする。

（3）解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。

①既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。

②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。

（4）関数的な見方・考え方のよさを実感する。

（5）新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。</td></tr>
<tr><td>Ⅱ．
関数$y=ax^2$のグラフ</td><td>1　関数$y=ax^2$のグラフはなめらかな曲線であることを知る。
2　関数$y=ax^2$のグラフは原点を通り、y軸について対称であることを知る。
3　関数$y=ax^2$のグラフは、$a\geqq 0$のときは上に開き、$a<0$のときは下に開いた放物線であることを知る。
4　関数$y=ax^2$のグラフは、aの絶対値が等しく符号が異なる場合、x軸について対称であることを知る。
5　関数$y=ax^2$のグラフは、aの絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなることを知る。</td><td>1　関数$y=x^2$のグラフをかくことができる。
2　関数$y=ax^2$のグラフについて、aの値をいろいろ変えてグラフをかくことができる。
3　与えられたグラフから、関数$y=ax^2$の式を求めることができる。
4　関数$y=ax^2$の値の変化をグラフからとらえることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅲ．変化の割合</td><td>1　関数$y=ax^2$では、１次関数の場合と違って、その値の変化の割合は一定でないことを理解する。
2　変化の割合はグラフ上では直線の傾きに等しいことを理解する。
3　具体的な場面で、関数$y=ax^2$の値の変化の割合の意味を理解する。</td><td>1　変化の割合を求めることができる。
2　平均の速さを求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅳ．
いろいろな関数</td><td>1　集合Xにふくまれるxの値に、集合Yにふくまれるyの値がただ１つだけ対応しているとき、その対応をXからYへの関数であることを理解する。
2　対応による見方で、変域の意味を理解する。</td><td>1　表やグラフ、式から、変化や対応のようすを読み取ることができる。
2　対応による見方で、変域を求めることができる。</td></tr>
<tr><td>Ⅴ．関数の利用</td><td colspan="2">（上記の評価の観点について、さらに深める。）</td></tr>
</table>

（8）第1学年「関心・意欲・態度」の評価について

①実施時期と実施方法

第1学年では「数学への関心・意欲・態度」を評価するために、ひととおり第1学年の関数の学習を終えた時期に、(3)で示した課題を与える。この課題は、生徒各自にレポートで提出させる。

②評価規準

この課題における評価規準は、以下のものである。

P３の「D．関心・意欲・態度」

〔1〕身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。

〔2〕具体的な事象を関数的にとらえようとする。

〔3〕解決方法をいろいろ試したり、工夫しようとする。

① 既習の数学の知識、技能、数学的な見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。

② 簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。

〔4〕関数的な見方・考え方のよさを実感する。

なお、第２、３学年で示すような具体的な評価規準（Ｐ９～１２）は、個々の生徒のレポートの内容に対応した具体的な表現となるため、ここでは示すことができない。

③課題

「正男君は、お母さんにお風呂に水を入れるように頼まれました。お風呂の水が増えていくようすを５分間見ていました。１分ごとに２㎝ずつ増えていくことがわかったので、しばらく自分の部屋で本を読んでいることにしました。１分間に増えていく水の量とお風呂の深さから考えて、ちょうどよい頃に風呂場に行きました。」

この例を読んで、(1)～(3)について考えてみよう。

(1) 正男君はお風呂に入れる水の量を知るために、水の深さや時間に着目しました。このように、「ある知りたい量」を決め、「他の量」に着目して、それらの関係から解決するような問題をつくってみよう。

(2) (1)でつくった問題について、その中にでてくる関係が、比例か比例でないかを判断し、その理由をまとめてみよう。

(3) (1)でつくった問題について、実験や観察が可能であれば、実際に行い、表やグラフから気がついたことをまとめてみよう。

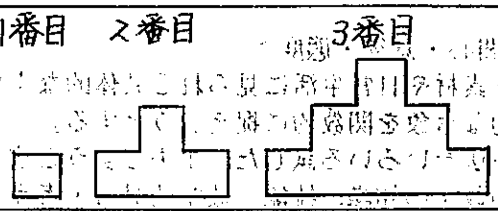
（9） 第２学年「関心・意欲・態度」を評価する指導案

「１次関数の利用」

実施日時…1995.6.23(金)／14:30〜15:20
授業者……大澤　弘典
対　象…中野区立第二中学校；３年Ｂ組
（男20名、女12名：計32名）

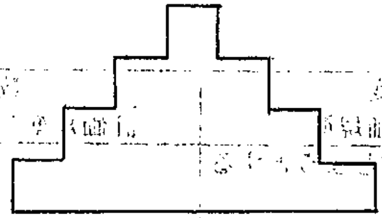
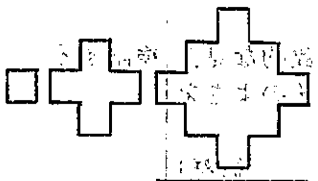
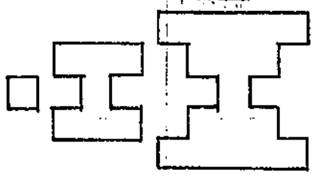
＜本時の指導のねらい…評価基準 D-3,4,5を重点に授業を展開する＞
問題解決の方法をいろいろ試したり工夫する。
既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有の経験を進んで活用する。

＜課題１＞　右の図のように、ようじを使って図形を作っていく。



＜評価規準／関心・意欲・態度＞
D-1　身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。
D-2　具体的な事象を関数的に捉えようとする。
D-3　解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。
D-3①既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。
D-3②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。
D-4　関数的な見方・考え方のよさを実感する。
D-5　新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。

＜本時の指導の展開例＞

			関心・意欲・態度		数学的な見方・考え方	
教師の指導・発問	生徒の活動・反応予想	指導上の留意点	評価規準	具体的な評価規準	評価規準	具体的な評価規準
課題１の提示（上の図） T1：図のように図形を作っていく		課題提示は単純にし解釈は生徒個人に任せる	D-1	課題の内容を把握しようとする		
T2：４番目はどんな形になりますか書いてみよう（方眼紙）	 （一斉） （個別） （3分）		D-2	規則性に気づいて表現しようとする （観察）	帰納的に考える 直観・見通し	1・2・3番目の図から4番目の図をかく
T3：50番目の形を作るには、ようじを何本用意すればよいか解決してみよう 他の求め方はないか考えてみよう	ｱ)図で解決する（しようとする） ｲ)表で解決する ｳ)式で解決する ｴ)グラフで解決する ｵ)いろいろな解決法を組み合わせて解決する ｶ)その他 （個別） （13分）	別の方法での解決を促す 挙手により生徒の解法を把握する	$\boxed{\text{D-3}}$	図表式等を利用して問題解決を図ろうとする （観察・ﾜｰｸｼｰﾄ）	依存関係・対応関係に着目する 表式ｸﾞﾗﾌを作る 表式ｸﾞﾗﾌから特徴を捉える 帰納的に考える 一般化する 合理的に考える等	表や図から変化の割合が６であることを捉える １次関数の式を作り、50を代入して求める 図から規則性を見つけ求める
T4：みんなのいろいろな解き方を知ろう	（別紙） （一斉） （25分）	各解法の特徴を確認し合う 教師が解法の良し悪しを判定しない 他人の意見は赤記入	D-4	他の解法における関数的な見方・考え方を理解し、そのよさを実感しようとする （観察）	検証する	変化の割合が一定で６になる保証を図等で説明する
T5：課題２ 課題１を参考にしてオリジナルな(自分なりの)図形をデザインしてみよう	ｱ)  （個別） （40分） ｲ) 	（１番目〜３番目程度までを、方眼紙に書かせる）	D-3①	規則性をもって図形をデザインしようとする （観察・ﾜｰｸｼｰﾄ）	帰納的に考える 直観・見通し	規則性等を意識しながら図形をデザインする
T6：自分のデザインした図形の50番目を並べて作るとしたらようじを何本用意すればよいか	（個別） （50分）	T3とT6の各生徒の解法過程を比較する ﾜｰｸｼｰﾄを回収する	$\boxed{\text{D-3}}$ $\boxed{\text{D-4}}$ $\boxed{\text{D-5}}$	図表式等を利用して、T3と同じように問題解決を図ろうとする いろいろな関数的な見方・考え方を有機的に活用しようとする （ﾜｰｸｼｰﾄ分析）	帰納的に考える 依存関係・対応関係に着目する 表式等から特徴を捉える 合理的に考える 一般化する	表や図から変化の割合の特徴を捉える 関数の式を作り、50を代入して求める 図から規則性を見つけて求める

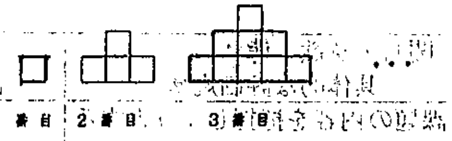
（１０）第３学年「関心・意欲・態度」を評価する指導案

「関数の利用」　（２時間分）

実施日時：1996.2.5.(月) 14:10～14:55
授業者：山本　恵悟
対　象：足立区立谷中中学校　3年2組
（男19名、女17名　計36名）

＜指導のねらい：評価基準 D-3,4,5を重点に授業を展開する＞
問題解決の方法をいろいろ試したり工夫する。
既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有の経験を進んで活用する。

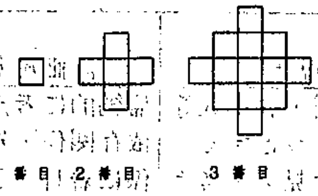
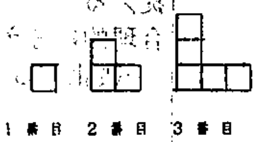
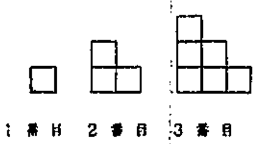
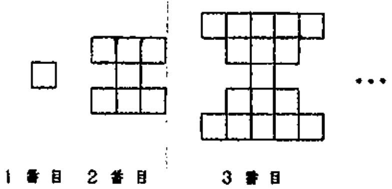
＜課題場面＞
1辺が1cmの正方形を、右の図のように、順に並べ加えて図形をつくっていく。



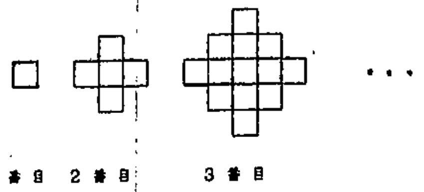
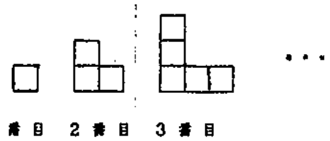
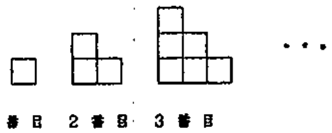
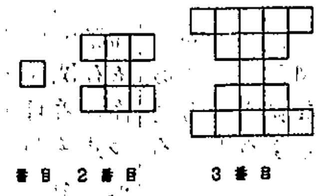
＜評価規準／関心・意欲・態度＞
- D-1　身近な素材や日常生活に見られる具体的な事象から関数的な内容に気づく。
- D-2　具体的な事象を関数的に捉えようとする。
- D-3　解決方法をいろいろ試したり工夫しようとする。
- D-3①既習の数学の知識、技能、数学的見方・考え方や既有の経験を進んで活かそうとする。
- D-3②簡潔さ、明瞭さ、的確さ、見通し、一般化、論理性などに目を向けようとする。
- D-4　関数的な見方・考え方のよさを実感する。
- D-5　新しい学習において、関数的な見方・考え方を進んで活用しようとする。

＜第1時間目の指導の展開例＞

教師の指導・発問	生徒の活動・反応予想	指導上の留意点	関心・意欲・態度 評価規準	関心・意欲・態度 具体的な評価規準	数学的な見方・考え方 評価規準	数学的な見方・考え方 具体的な評価規準
課題場面の提示（上の図） T1：図のように図形を作っていく		課題提示は単純にし解釈は生徒個人に任せる	D-1	課題の内容を把握しようとする		
T2：4番目はどんな形になりますか 書いてみよう（方眼紙）	（一斉） （個別） （3分）		D-2	規則性に気づいて表現しようとする（観察）	帰納的に考える 直観・見通し	1、2、3番目の図から4番目の図をかく
T3：15番目の形を作るには、正方形は何枚必要ですか 解決してみよう 他の求め方はないか 考えてみよう	ｱ)図で解決する（しようとする） ｲ)表で解決する ｳ)式で解決する ｴ)グラフで解決する ｵ)いろいろな解決法を組み合わせて解決する（個別） ｶ)その他（7分）	別の方法での解決を促す 挙手により生徒の解法を把握する	$\boxed{\text{D-3}}$	図表式等を利用して問題解決を図ろうとする （観察・ﾜｰｸｼｰﾄ）	依存関係・対応関係に着目する 表式ｸﾞﾗﾌを作る 表式ｸﾞﾗﾌから特徴を捉える 帰納的に考える 一般化する 合理的に考える等	表や図から、枚数が○番目の2乗であることを捉える 図から規則性を見つけ求める 2次関数の式を作り、15を代入して求める
T4：みんなのいろいろな解き方を知ろう	（一斉） （10分）	各解法の特徴を確認し合う 教師が解法の良し悪しを判定しない 他人の意見は赤記入 （1番目～3番目程度までを、方眼紙に書かせる）	D-4	他の解法における関数的な見方・考え方を理解し、そのよさを実感しようとする （観察）	検証する	枚数が○番目の2乗であることを表や図等で説明する

T5：前課題を参考にしてオリジナルの(自分なりの)図形をいろいろとデザインしてみよう	ｱ)  ｲ)  ｳ)  ｴ)  	1次関数も取り上げる	D-3①	規則性をもって図形をデザインしようとする (観察・ワークシート)	帰納的に考える 直観・見通し	規則性等を意識しながら図形をデザインする
T6：自分のデザインした図形の15番目を並べて作るとしたら、正方形はいくつ必要でしょうか	ｱ) $15^2+(15-1)^2$ $=421$ ｲ) $15+14=29$ ｳ) $15\times(15+1)\times\frac{1}{2}$ $=120$ ｴ) $15^2\times2-1=224$ (15分)	T3とT6の各生徒の解法過程を比較する ワークシートを回収する	D-3 D-4 D-5	図表式等を利用して、T3と同じように問題解決を図ろうとする いろいろな関数的な見方・考え方を有機的に活用しようとする (ワークシート分析)	帰納的に考える 依存関係・対応関係に着目する 表式等から特徴を捉える 合理的に考える 一般化する	表や図から変化の割合の特徴を捉える 図から規則性を見つけて求める 関数の式を作る

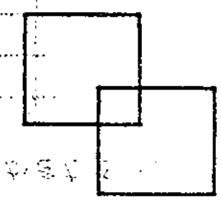
<第２時間目の指導の展開例>

教師の指導・発問	生徒の活動・反応予想	指導上の留意点	関心・意欲・態度 評価規準	関心・意欲・態度 具体的な評価規準	数学的な見方・考え方 評価規準	数学的な見方・考え方 具体的な評価規準
T7：デザインした図形を発表しよう 15番目の図形では、正方形がいくつ必要ですか	ｱ)  $15^2+(15-1)^2=421$ ｲ)  $15+14=29$ ｳ)  $15\times(15+1)\times\frac{1}{2}=120$ ｴ)  $15^2\times2-1=224$ （一斉） （20分）		D-3 D-4 D-5	問題解決の過程を図・表・式等を利用し、説明しようとする いろいろな関数的な見方・考え方を有機的に活用しようとする	帰納的に考える 依存関係・対応関係に着目する 表式等から特徴を捉える 合理的に考える 一般化する	表や図から変化の割合の特徴を捉える 図から規則性を見つけて求める関数の式を作る
T8：ｘ番目の枚数をｙ枚とするときデザインした図形の中で、ｙがｘの１次関数であるもの、２次関数であるものはどれか考えてみよう	ｱ)式から判断する ｲ)変化の割合から判断する ｳ)グラフから判断する （個別） （15分） （一斉） （15分）	立式が困難なものは図で解決することを示唆する	$\boxed{\text{D-3①}}$ $\boxed{\text{D-4}}$	式の形や変化の割合、グラフに着目して、どんな関数であるか判断しようとする	表・グラフ・式から、その特徴を捉える 帰納的に考える 一般化する 合理的に考える 直観・見通し 検証する	式の形から１次関数や２次関数であるか判断する 表や図から、変化の割合に着目して判断する グラフの概形に着目して判断する

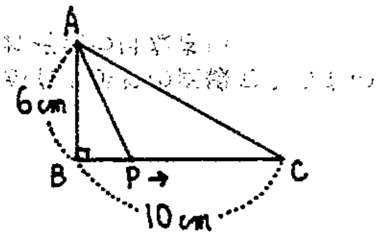
（11）第１学年　評価問題

１．いろいろな大きさの正方形をかくとき、正方形の１辺の長さが変わると、それにともなってどんな量が変わりますか。

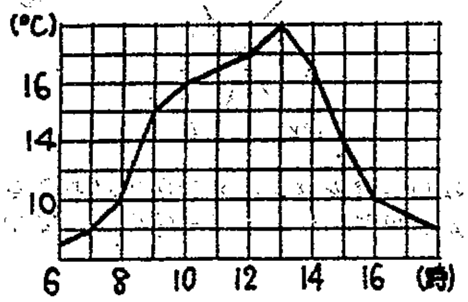
２．右の図は、２枚の折り紙の重なった部分が正方形になるように重ねたものである。
　どんな量を変えると、それにともなって全体の面積（斜線の部分）が変わりますか。ことばで表せない場合は、図に示しなさい。



３．右の図のような直角三角形ＡＢＣがある。点Ｐが、辺ＢＣ上をＢからＣまで動くとき、△ＡＢＰの面積は、いくつからいくつまでの値をとりますか。



４．下のグラフは、ある町でのある日の、６時から１８時までの１時間ごとの気温の変化のようすを表したものである。このグラフから、気温は時刻の関数といえますか。



５．１枚の紙を２等分に切り、切ってできた２枚の紙を重ねて、また２等分する。これをくり返して、できる紙の枚数を６０枚以上にしたい。何回切ればよいですか。ｘ回切ったときの、できた紙の枚数がｙ枚になったとして、次の表を完成させ、答えなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	4					

６．次の問いに答えなさい。

① ２００ページの本を読んでいく。３０ページ読んだときの、残りのページ数を求めなさい。
② また、ｘページ読んだときの、残りのページ数をｙ枚としてｙをｘの式で表しなさい。

７．４０ℓの水が入る水そうがある。空の状態から１分間に５ℓの割合で水を入れていく。水を入れ始めてからｘ分後の、水そうに入った水の量をｙℓとするとき、ｘの変域とｙの変域を求めなさい。

８．次の式の中から、ｙがｘに比例するものに○、しないものに×をそれぞれつけなさい。

①ｙ＝５ｘ　②ｙ＝ｘ＋３
③ｙ＝－４ｘ　④ｙ＝ $\frac{6}{x}$

９．ｙがｘに比例しているとき、次の表のア、イ、ウにあてはまる数を入れなさい。

x	…	－２	…	０	１	…	４	…
y	…	ア	…	イ	３	…	ウ	…

１０．次の関数について、比例定数を答えなさい。

① ｙ＝５ｘ　② ｙ＝ $-\frac{1}{2}x$

１１．ｙはｘに比例し、次の表のような値をとっている。比例定数を求めなさい。

①

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-18	-12	-6	0	6	12	18	24

②

x	-4	-3	-2	-1	0
y	8	6	4	2	0

１２．関数ｙ＝－５ｘについて、次の表を完成させなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

１３．次の①～⑦のｘとｙの関係について、ｙがｘに比例するものには○、そうでないものには×をそれぞれつけなさい。

①

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

②

x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	2.4	2

③

x	1	2	3	4	5	6
y	-3	-6	-9	-12	-15	-18

④

x	1	2	3	4	5	6
y	4	7	10	13	16	19

⑤ １辺がｘcmの正方形の周の長さがｙcm

⑥ 毎時40kmで走る車が、ｘ時間に進む道のりがｙkm

⑦ 縦ｘcm、横ｙcmの長方形の面積が２０cm²

１４．次の表のｘ、ｙについて、ｙをｘの式で表しなさい。

①

x	-2	-1	0	1	2
y	-14	-7	0	7	14

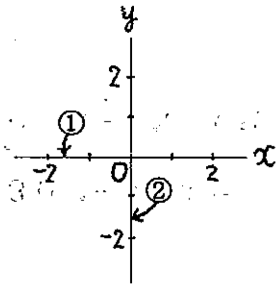
②

x	-2	-1	0	1	2
y	3	1.5	0	-1.5	-3

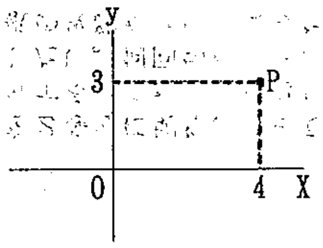
１５．ｙはｘに比例し、ｘ＝２のときｙ＝－８である。ｙをｘの式で表しなさい。

１６．下の図について述べた文章のア～エにあてはまる言葉を入れなさい。

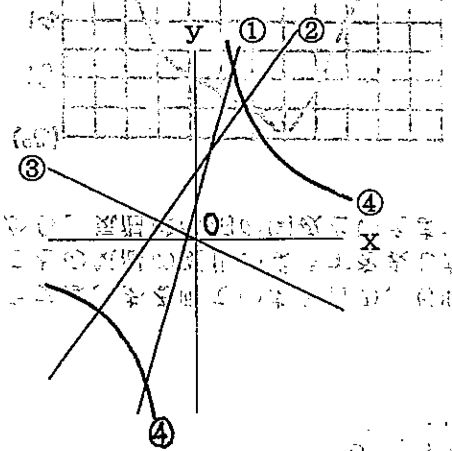
①の数直線を［ア］、②の数直線を［イ］といい、両方合わせて［ウ］という。
①と②の数直線の交点Ｏを［エ］という。



１７．下の図の点Ｐの座標をかきなさい。また、点Ｐのｘ座標、ｙ座標をそれぞれ答えなさい。



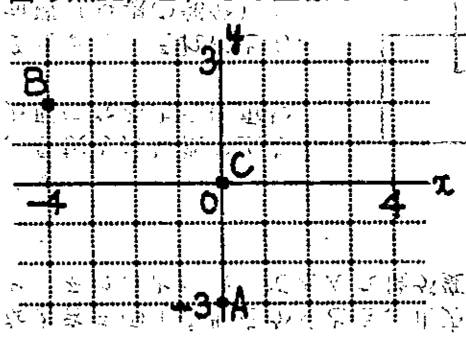
１８．次のグラフの①～④の中で、比例のグラフであるものに○、そうでないものに×をそれぞれつけなさい。



１９．次の関数の中で、グラフが右上がりの直線であるものに○、そうでないものに×をそれぞれつけなさい。

① $y=3x$　　② $y=-3x$
③ $y=\frac{1}{4}x$　　④ $y=-\frac{1}{4}x$

２０．下の図の点Ａ，Ｂ，Ｃの座標をかきなさい。



２１．次の点の位置を、解答欄の図に示しなさい。

① 点Ｐ（４，－２）　② 点Ｑ（－５，－３）
③ 点Ｒ（３，０）

２２．関数 $y=-2x$ について、次の問いに答えなさい。

① 下の表を完成させなさい。

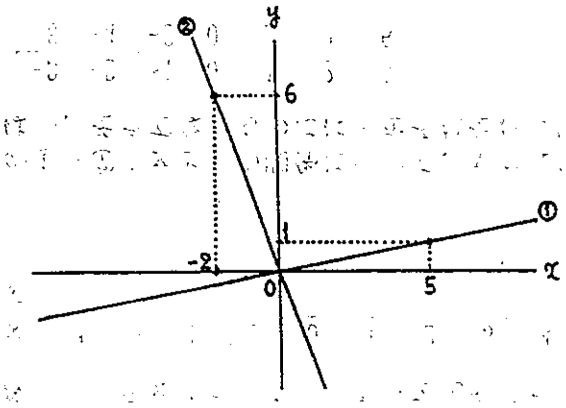
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

② ①の表を利用して、関数 $y=-2x$ のグラフをかきなさい。

２３．次の関数のグラフをかきなさい。

① $y=4x$　　② $y=-\frac{1}{3}x$

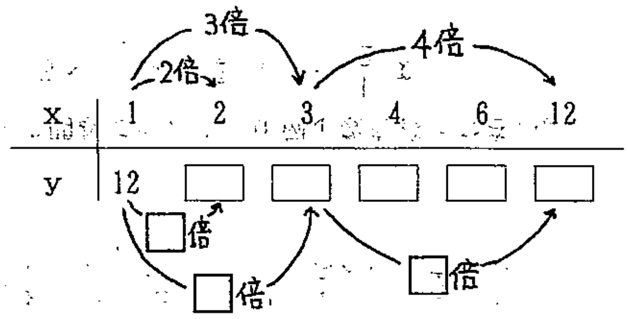
２４．グラフが下の①，②になるような関数の式をそれぞれ求めなさい。



２５．次の式の中から、ｙがｘに反比例するものをすべて選びなさい。

① $y=5x$　　② $y=\frac{x}{3}$
③ $y=\frac{6}{x}$　　④ $y=10-x$

２６．ｙがｘに反比例しているとき、次の表の［　］にあてはまる数を入れなさい。



２７．次の関数について、比例定数を答えなさい。

① $y=\frac{6}{x}$　　② $y=-\frac{24}{x}$

２８．ｙはｘに反比例し、次の表のような値をとっている。比例定数を求めなさい。

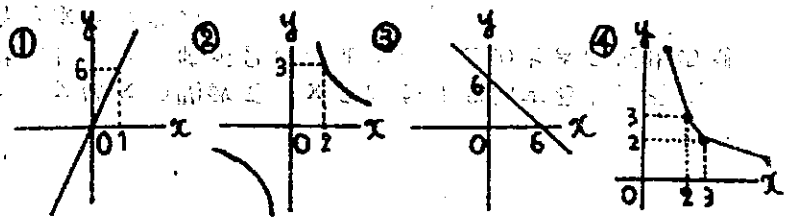
①

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1

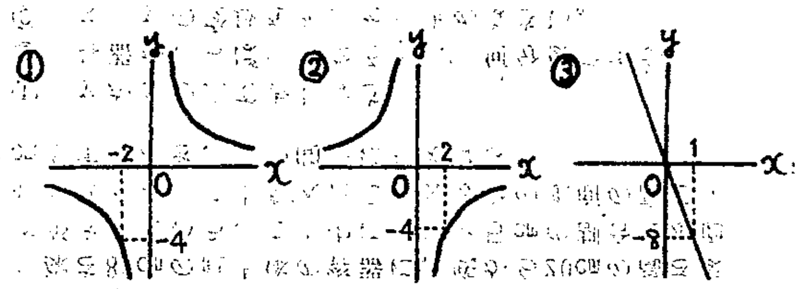
②

x	-10	-5	-2	-1
y	1	2	5	10

２９．下のグラフの中から、関数ｙ＝ $\frac{6}{x}$ のグラフを選びなさい。



３０．下のグラフの中から、関数ｙ＝－ $\frac{8}{x}$ のグラフを選びなさい。



３１．次の①～⑦のｘとｙの関係について、ｙがｘに反比例するものに○、そうでないものに×をそれぞれつけなさい。

【①～⑦は問題１３と同じ】

３２．次のそれぞれの表は、ｙはｘに反比例している。ｙをｘの式で表しなさい。

①

x	-3	-2	-1		1	2	3
y	-8	-12	-24		24	12	8

②

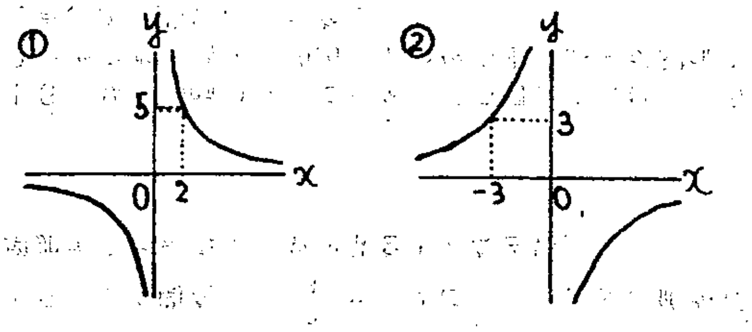
x	-4	-2	-1		1	2	4
y	4	8	16		-16	-8	-4

３３．関数ｙ＝ $\frac{8}{x}$ のグラフを、下の表を利用してかきなさい。

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1		1	2	3	4	5	6
y													

３４．ｙがｘに反比例し、ｘ＝２のときｙ＝８である。ｙをｘの式で表しなさい。

３５．次のそれぞれのグラフは双曲線である。ｙをｘの式で表しなさい。

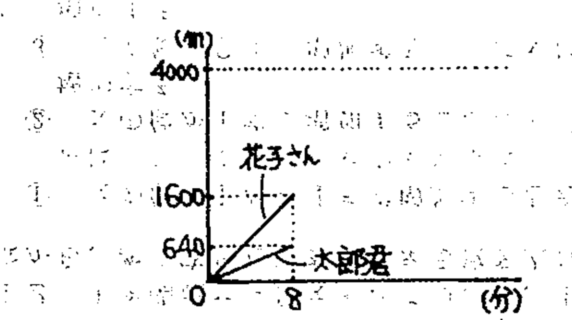


３６．花子さんは、ｙ＝ $\frac{240}{x}$ の式を見て、

> ２４０ページの本を１日ｘページずつ、ｙ日間読む。
> ｙをｘの式で表しなさい。

という問題を作りました。
『ｙ＝５ｘ』の式から、花子さんのように、ｘ、ｙの意味を与えて、問題を作りなさい。

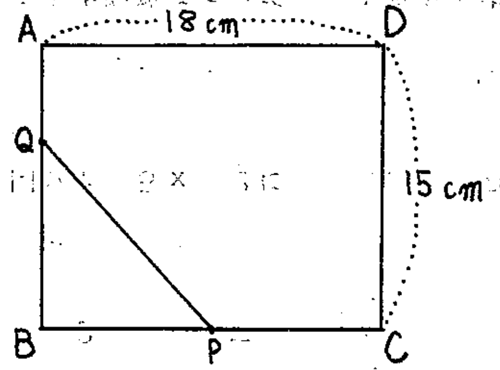
３７．花子さんと太郎君は、Ａ駅から4000m離れた公園に行きました。花子さんは自転車に乗り、太郎君は歩きました。
下のグラフは、２人が駅から出発してから途中までの２人の動くようすを表したものである。次の問いに答えなさい。



①　このグラフから、どのようなことがわかりますか。わかることをできるだけたくさん書きなさい。

②　このグラフから予想すると、太郎君は花子さんより何分遅れて着きましたか。

３８．下の図のような長方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは辺ＢＣ上を、点Ｑは辺ＡＢ上を、つねに三角形ＰＱＢの面積が４５cm²になるように動く。
ＢＰの長さがｘcmのときの、ＢＱの長さをｙcmとするとき、次の問いに答えなさい。



①　ｘ＝９のときのｙの値を求めなさい。

②　ｘの変域を求めなさい。

（12）第２学年　評価問題

１．次の式の中から、ｙがｘの１次関数になっているものに○、そうでないものに×をつけなさい。。

① $y=2x-5$　　② $y=3x^2$

③ $y=-x+3$　　④ $y=\frac{6}{x}$

⑤ $y=4x$

２．長さが15cmのばねがある。おもりの重さが200ｇまでの範囲では、ばねののびはおもりの重さに比例し、1ｇにつき0.04cmずつのびる。ｘｇのおもりをつるしたときのばねの長さをｙcmとすると、ｘとｙとの関係は、$y=0.04x+15$と表すことができる。

このとき、おもりの重さｘｇに比例する量と一定の量をそれぞれ答えなさい。

３．次の①～③について、ｙをｘの式で表し、ｙがｘの１次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

① １辺がｘcmの正方形の面積がｙ

② １本80円の鉛筆をｘ本と１個50円の消しゴムを１つ買ったときの代金がｙ円

③ 90cmのひもから、１本ｘcmのひもを３本切り取ったときのひもの長さｙcm

４．深さ80cmの直方体の容器に、底から20cmの高さまで水が入っている。この中に、毎分５cmの割合で水面が高くなるように水を入れる。ｘ分後の水面の高さをｙcmとするとき、次の問いに答えなさい。

① ｙがｘの式で表しなさい。

② 容器がいっぱいになるのは、何分後ですか。

③ ｘ，ｙの変域をそれぞれ求めなさい。

５．ｙはｘの関数で、ｘの値が２から５まで増加すると、それに対応してｙの値が４から１６まで増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

６．ｙはｘの関数で、ｘの値が４増加すると、それに対応してｙの値が２０増加する。このときの変化の割合を求めなさい。

７．次の表から、ｙがｘの１次関数になっているものをすべて選びなさい。

①

x	1	2	3	4
y	2	5	8	11

②

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

③

x	1	2	3	4
y	12	6	4	3

④

x	1	2	3	4
y	5	1	-3	-7

８．ｙはｘの１次関数で、次のような値をとっている。空らんにあてはまる数を答えなさい。

X	1	2	…	4	…	7
Y	−2	1	…	ア	…	イ

９．１次関数$y=5x-2$について、変化の割合を答えなさい。

１０．次の１次関数について、ｘの値が１ずつ増加したときのｙの増加量を求めなさい。

① $y=2x+4$　　② $y=-3x+2$

１１．１次関数$y=2x+3$について、次の表を完成させなさい。

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y							

１２．１次関数$y=2x+3$について、１１の表を見ながら、次の空らんにあてはまる数を入れなさい。

① ｘの値が１から４まで増加するとき、ｘの増加量は $\boxed{ア}$ であり、ｙの増加量は $\boxed{イ}$ である。

② ｘの値が１ずつ増加するごとにｙは $\boxed{ウ}$ ずつ増加する。

③ ｘの値が２ずつ増加するごとにｙは $\boxed{エ}$ ずつ増加する。

④ ｘの値が３ずつ増加するごとにｙは $\boxed{オ}$ ずつ増加する。

１３．ｘの値が１から４まで増加するとき、次の１次関数の変化の割合を求めなさい。

① $y=4x-3$　　② $y=-2x+3$

１４．１次関数$y=3x+7$において、ｘの増加量が１のときのｙの増加量を求めなさい。

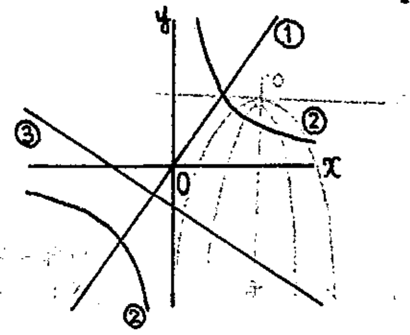
１５．１次関数$y=\frac{2}{3}x-4$において、ｘの値が15増加するときのｙの増加量を求めなさい。

１６．高さ50cmの容器に水を一定の割合で入れている。3分後の水の高さが20cm、7分後の水の高さが32cmのとき、次の問いに答えなさい。

① 12分後の水の高さを求めなさい。

② はじめの水の高さを求めなさい。

１７．次のグラフの①～③の中で、１次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。



１８．次の式の中から、ｙ＝２ｘのグラフをｘ軸の正の向きに３だけ平行移動したグラフになるものを選びなさい。

① ｙ＝２ｘ－３　　② ｙ＝５ｘ
③ ｙ＝２ｘ＋３　　④ ｙ＝－２ｘ＋３

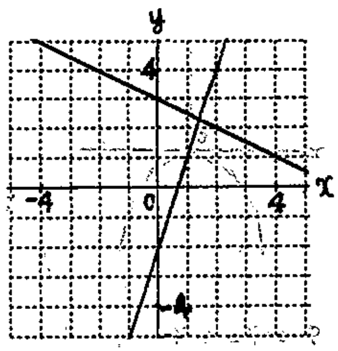
１９．次の１次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。

①ｙ＝３ｘ－４　　②ｙ＝$-\frac{3}{2}$ｘ＋６

２０．次の１次関数の中で、グラフが右上がりの直線になっているものをすべて選びなさい。

① ｙ＝３ｘ－５　　② ｙ＝－２ｘ＋３
③ ｙ＝－ｘ－１　　④ ｙ＝２ｘ＋５

２１．次のグラフの傾きと切片を求めなさい。

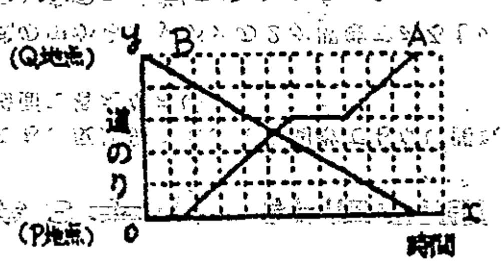


２２．次の１次関数のグラフをかきなさい。

① ｙ＝２ｘ＋１　　② ｙ＝－３ｘ＋５
③ ｙ＝$-\frac{4}{3}$ｘ－３

２３．１次関数ｙ＝$\frac{2}{3}$ｘ－$\frac{1}{3}$ のグラフをかきなさい。

２４．下のグラフは、Ｐ、Ｑ間を結ぶ道路を、Ａ、Ｂの２つの車が走ったようすを示している。
ｘ軸に時間を、ｙ軸にＰ地点からの道のりをとり、時間と２つの車の位置関係を表している。このグラフから読み取れることをあげなさい。



２５．次の表は、ｙがｘの１次関数であることを表している。
ｙをｘの式で表しなさい。

①

x	-1	0	1	2	3	4
y	3	5	7	9	11	13

②

x	3	4	5	6	7
y	15	11	7	3	-1

２６．変化の割合が３で、ｘ＝１のときｙ＝５である１次関数の式を求めなさい。

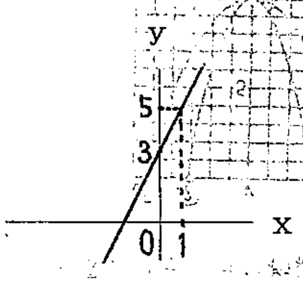
２７．ｘの値が１増加するときのｙの増加量が－２で、ｘ＝３のときｙ＝１である１次関数の式を求めなさい。

２８．直線ｙ＝４ｘ－３に平行で、（－２，－１）を通る直線の式を求めなさい。

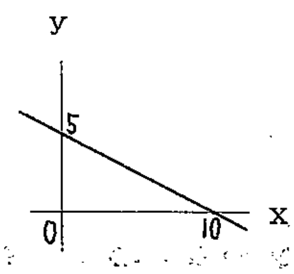
２９．ｘ＝０のときｙ＝５で、ｘ＝２のときｙ＝－３となる直線の式を求めなさい。

３０．下の直線の式を求めなさい。

①

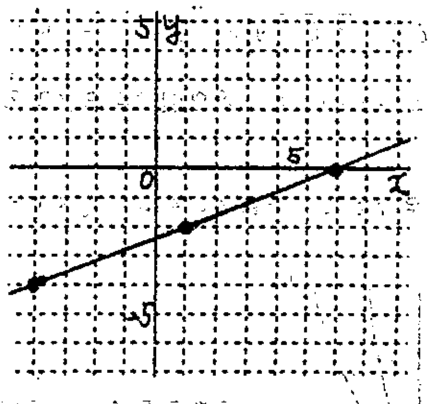


②



３１．２点（－１，－２），（２，１０）を通る直線の式を求めなさい。

３２．次の直線の式を求めなさい。



（13）第３学年　評価問題

１．比例でも、反比例でも、１次関数でもない関数の例を、式や具体的な場面で答えなさい。

２．次の式の中から、yがxの２次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

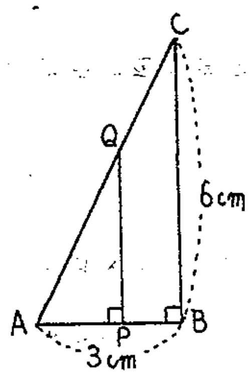
ア．$y=3x$　　イ．$y=4x^2$　　ウ．$y=\frac{6}{x}$

エ．$y=x^2+4x+1$　　オ．$y=-5x+2$

カ．$y=-3x^2$

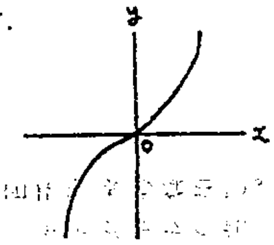
３．xとyとの間には、$y=ax^2$ の関係があり、$x=4$のとき、$y=48$であるという。yをxの式で表しなさい。

４．右の図の直角三角形ＡＢＣで、点Ｐは辺ＡＢ上を点ＡからＢまで動くものとする。ＡＰの長さがx㎝のときの△ＡＰＱの面積をy㎠として、xとyの関係を表や式で表しなさい。

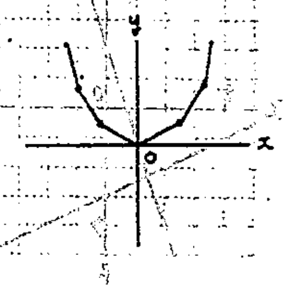


５．下のア～エの中に、関数 $y=ax^2$ のグラフがある。それはどれですか。

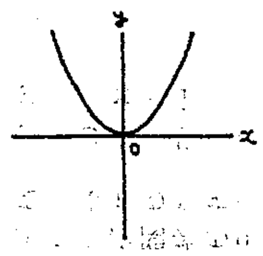
ア．



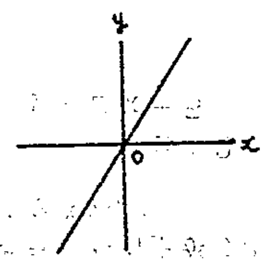
イ．



ウ．



エ．



６．次のア～オの関数について、次の問いに答えなさい。

ア．$y=x^2$　　イ．$y=-3x^2$

ウ．$y=5x-3$　　エ．$y=2x$

オ．$y=\frac{1}{4}x^2$

(1) グラフがy軸について対称となるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

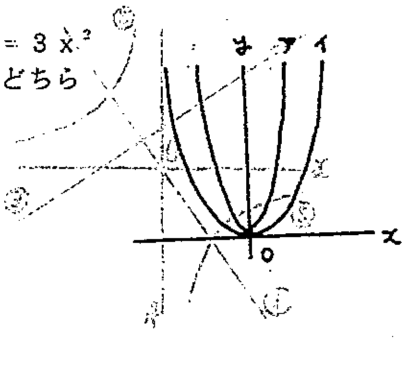
(2) グラフが原点を通るものに○、そうでないものに×をつけなさい。

(3) グラフが放物線であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

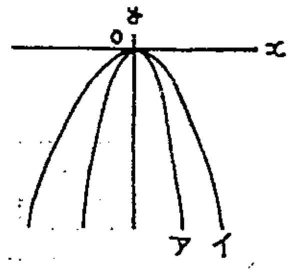
(4) (3)で選んだ中で、グラフが上に開いているものをすべて選びなさい。

７．関数 $y=3x^2$ のグラフとx軸について対称となるグラフについて、yをxの式で表しなさい。

８．右のグラフは、$y=x^2$ と $y=3x^2$ のグラフである。アのグラフはどちらか答えなさい。



９．右のグラフは、$y=-2x^2$ と $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。アのグラフはどちらか答えなさい。



１０．関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴を答えなさい。

１１．下の表を完成させ、関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。（解答用紙へ）

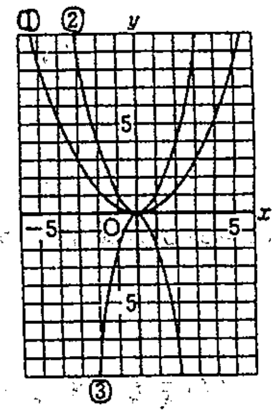
x	-2	-1.5	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2
y									

x	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2
y						

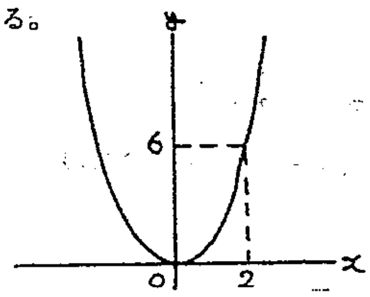
１２．次の関数のグラフをかきなさい。（解答用紙へ）

①　$y=\frac{1}{2}x^2$　　　②　$y=-x^2$

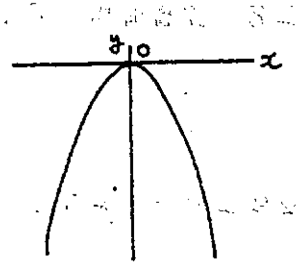
１３．次の①～③のグラフは放物線である。それぞれyをxの式で表しなさい。



１４．右のグラフは放物線である。yをxの式で表しなさい。



１５．次の①～④は、右の放物線のグラフについて述べたものである。正しいものに○、正しくないものに×をつけなさい。



①$x>0$のとき、xの値が増加するにつれてyの値も増加する。

②$x>0$のとき、xの値が増加するにつれてyの値は減少する。

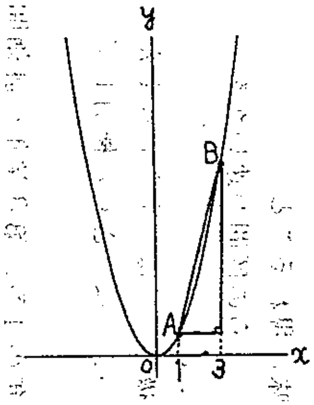
③$x<0$のとき、xの値が増加するにつれてyの値も増加する。

④$x<0$のとき、xの値が増加するにつれてyの値は減少する。

１６．関数 $y=x^2$ は、xの値が１ずつ増加するとき、yの値は同じ数ずつ増加したり、減少したりしていますか。下の表を完成させ、結果を述べなさい。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

17．関数$y=2x^2$のグラフ上で、$x=1$、$x=3$に対応する点をA、Bとする。このとき、xの値が1から3まで増加したときの変化の割合は8であるが、この“8”は下の図で何を表していますか。



18．ある斜面におかれたボールが、転がり始めてからx秒間に転がる距離をymとしたとき、xとyの間に、$y=0.5x^2$という関係があるという。この関係を表に表すと、下のようになる。このとき、次の平均の速さを求めなさい。

①1秒後から2秒後までの間

②2秒後から3秒後までの間

x	0	1	2	3	4
y	0	0.5	2	4.5	8

19．関数$y=3x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 1から3まで　　② -3から0まで

20．関数$y=-\frac{2}{3}x^2$について、xの値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① 1から5まで　　② -4から-2まで

21．ある電車が動き始めてからx秒間にym進むとき、xの範囲が$0\leqq x\leqq 60$のとき、

$$y=\frac{1}{4}x^2$$

の関係があるという。

このとき、10秒後から30秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

22．関数$y=ax^2$について、xの値が1から3まで増加するときの変化の割合が16である。aの値を求めなさい。

23．ある斜面におかれたボールが、転がり始めてからx秒間に転がる距離をymとしたとき、xとyの間に、

$$y=\frac{1}{5}x^2$$

という関係があるという。転がり始めてからある4秒間の平均の速さが毎秒2mであるとき、それは何秒後から何秒後までか求めなさい。

24．集合Xに含まれるxの値から、集合Yに含まれるyの値の対応を考えるとき、XからYへの関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

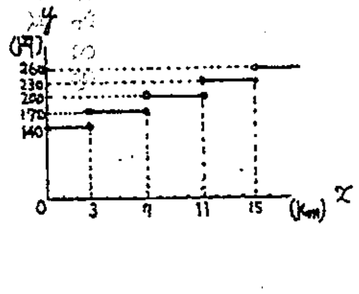
① 時計の針が1時から2時まで動くとき、1時からx分後の長針と短針のつくる角度をy°とする。

② 1から10までの整数をxとするとき、その数の約数をyとする。

③ $y=-2x+5$

④ $y=3x^2$

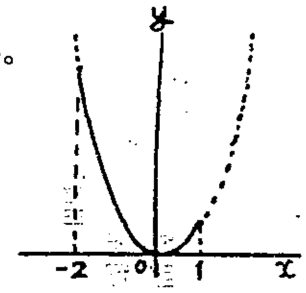
⑤ 右のグラフは、ある電車の乗車距離と運賃との関係を表したものである。乗車距離がxkmのときの運賃をy円とする。



25．関数$y=x^2$を表に表すと下のようになる。xの変域が$-2\leqq x\leqq 3$であるとき、yの変域を求めなさい。

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	16	9	4	1	0	1	4	9	16	…

26．右の図は、関数$y=2x^2$のグラフである。xの変域が$-2\leqq x\leqq 1$であるとき、yの変域を求めなさい。



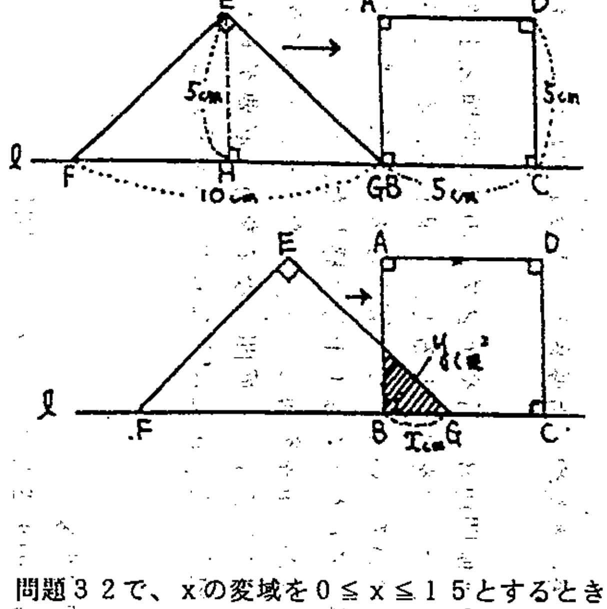
27．関数$y=-\frac{3}{4}x^2$について、xの変域が$-2\leqq x\leqq 3$であるとき、yの変域を求めなさい。

28．関数$y=ax^2$について、xの変域が$-1\leqq x\leqq 3$であるとき、yの変域が$-6\leqq y\leqq 0$である。aの値を求めなさい。

29．関数$y=x^2$のグラフと直線ℓが、2点A、Bで交わっている。A、Bのx座標がそれぞれ-2、4であるとき、直線ℓの式を求めなさい。

30．問題30で、△OABの面積を求めなさい。

31．図のように、1辺が5cmの正方形ABCDと∠E＝90°FG＝10cm、EH＝5cmの直角二等辺三角形EFGが直線上に並んでいる。正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に移動させ、点Bと点Gとの距離がxcmのときの重なってできる図形の面積をycm²とする。xの変域を$0\leqq x\leqq 10$とするとき、xが変わると、yはどのように変化しますか。



32．問題32で、xの変域を$0\leqq x\leqq 15$とするとき、面積が8cm²になるのは、BGが何cmのときか、求めなさい。

(14) 指導計画の再検討と改善について

評価問題の結果の考察や、指導案とその授業記録から、今までの指導計画を再検討した。

① 第1学年の評価問題37番や第2学年の評価問題24番の結果を考察すると、無答率が高く、グラフを読みとる力が不足していることがわかる。「関数の利用」の授業において、いろいろな解決方法の中で、グラフを利用する場面を設定しているが、それだけでは不十分と感じた。そこで、「関数の利用」の授業の前にも、具体的な事象を通してグラフを与え、そのグラフからどんなことが読みとれるか、というような展開の授業を行う必要があると考えた。

具体的な事象として、次にようなものが考えられる。

〈第1学年〉

・具体的な事象

おもりの重さとバネののびとの関係
時間と距離（東西に動く）との関係
時間と水の量との関係

・展開例

重さとバネののびた長さの関係を表すグラフから
1gで何cmのびるか
5cmのびたときの重さは何gか
を読みとる。
など

〈第2学年〉

・具体的な事象

ダイヤグラム（第2学年の評価問題24番のようなもの）
往復運動
時計の針

・展開例

ダイヤグラムから
それぞれの速さ
互いが出合う時間や場所
互いが出合う回数
を読みとる。
など

〈第3学年〉

・具体的な事象

自由落下の時間と落下距離の問題
自動車の速さと制動距離との関係
等速と加速で走っている自動車の問題

・展開例

等速と加速で走っている自動車の問題について
1分ごとの互いの走行距離
互いに出合う時間または一方が追い越す時間
を読みとる。
など

② 第3学年の評価問題18番、21番、23番の結果を考察すると、「変化の割合」についての具体例のひとつが「平均の速さ」であるということが理解されていない。「速さ」と「速度」の概念から、教科書でも、中学校理科の範囲でも、きちんと取り上げられていないと思われる。無造作に「平均の速さ」ということばが使われているためか、このことに関わる問題についての生徒の理解が弱い。「変化の割合」の具体例として大切な内容であり、具体的な場面を通して、ていねいな取り扱いが必要である。

例えば、第3学年の指導計画 第6時の授業で、
ア、落とし始めて、3秒後から5秒後までの間に何m落下するか求める
イ、落とし始めて、3秒後から5秒後までの平均の速さを求める
という流れで指導している。さらに、ここで、「平均の速さ」は、
＊区間を限定したときにその意味が現れること
＊時間の増加量が同じ区間で、どちらの区間が速いかを
知るための有効な手段になること
などを十分に理解させた上で、慎重に扱うことばであると感じた。

したがって、第6時の指導の流れについては、さらに検討していきたい。

③ 評価問題の第1学年の7番、第2学年の4番、第3学年の評価問題の25番、26番、27番、28番の結果は正答率が低く、無答率が高く、「変域」についての理解が不十分であることがわかる。「変数・変域」は、関数を学習する上で重要な内容である。関数委員会では、形式的な指導におちいることなく、具体的な事象を通してその指導にあたることを十分配慮したので、「変数」についての理解は、ある程度の成果は得られていると考える。一方、「変域」については、結果から、再度その指導を検討しなければならないことを感じた。指導計画、各指導案を見直し、適切な指導を考えたい。

（15）関数カリキュラムに対する提言

関数委員会では、研究の経過にあるように、いろいろな観点で、関数の指導を行い、考察してきた。これらの研究の成果をふまえて、以下に述べるような視点を持って、関数カリキュラムを考えていく。

1．具体的な事象について考察する中で、次のような関数を扱う。

$y=ax$　　$y=\frac{a}{x}$　　$y=ax+b$

$y=ax^2$　　$y=ax^3$　　$y=ax^2+b$

$y=2^x$　　など

また、式で表されない関数も扱う。

ここでは、関数の式の形によるものではなく、具体的な事象を中心とした考察を行うことを目指す。それによって、関数的な考察の方法についての理解を深めることをねらいとする。

2．いままでの実践で、3、5、7ページの評価規準「見方・考え方」「関心・意欲・態度」は妥当であると考えられる。関数の種類が変わっても、これらの評価規準を目標としたカリキュラムの編成が重要である。

3．数学的に処理されたものをどう読みとるかが必要な能力となってくる。特に、グラフについては、

グラフをかく

グラフを通して、事象を大局的に考察する

（例えば、見通し）

グラフを通して、事象を局所的に考察する

（例えば、変化の割合）

ことの意味やその必要性が理解されるような内容を盛り込むべきである。

4．他教科との関連や小・中・高の関連を考慮した、関数のカリキュラムを作成すべきである。

特に、関数の一部である比例は、算数・数学教育にとって、基礎的で、重要な内容である。これまでの関数委員会のデータでは、指導法の改善によって、十分な定着が図れることがいえている。これからも、継続的な指導が必要である。ただし、小学校での比例の式やグラフの取り扱い方については、再検討する必要性を感じている。

また、問題点としては、次の点があげられる。

・反比例は、どの学年で扱うのが望ましいか。

・第1学年で取り扱う関数の種類は、比例・反比例が適切か。もう少し、幅のある関数の学習内容が考えられないか。

3．今後の課題

中学校関数指導の評価について、それぞれの観点の評価規準を明らかにし、評価問題を作成、検討を重ねてきた。今後も、研究授業を通して次の課題を追究したい。

（1）評価規準をさらに考察し、それらに沿った評価問題を作成、実施する。そして、その結果から指導のあり方を見直していく。

（2）「C　数学的な見方・考え方」「D　関心・意欲・態度」の内容について、全学年、その評価規準を明確にし、それを盛り込んだ指導案を作成、実施する。

（3）評価を意識した関数指導展開例を作成、実施する。

（4）一人ひとりの生徒の関数概念が、どのように高まり、深まるかを考察する。そして、どのような内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討する。

（5）3年間を見通した関数カリキュラムを再検討し、さらによりよい関数指導のあり方について追究し、提言していく。

［参考・引用文献］
※1　石田　恒好「評価目標の規定とその具体化」図書センター
※2　片桐　重男「数学的考え方の具体化」明治図書
※3　元木　靖則「『数学への関心・意欲・態度』を育てる指導と評価に関する研究」（都立教育研究所研究生論文）

以下の文献は、東京都中学校数学研究会　関数委員会の作成したものである。

（1）「授業研究と評価問題」
　　〈日数教（東京、山形、岡山）大会発表資料〉1980(S55)～1982(S57)
（2）「関数領域における授業研究と評価問題」
　　〈日数教（埼玉）大会発表資料〉1983(S58)
（3）「第1学年　関数指導について」
　　〈日数教（福井）大会発表資料〉1984(S59)
　「中学校関数指導について」
　　〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)
（4）「中学校関数指導について」
　　〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)
（5）「中学校関数指導について」
　　〈日数教（東京）大会発表資料〉1986(S61)
（6）「関数の導入および利用の指導について」
　　〈日数教（福岡）大会発表資料〉1987(S62)
　「『関数の利用』の指導について」
　　〈日数教（静岡、千葉）大会発表資料〉1988(S63)～1989(H1)
（7）「『関数の利用』の指導について」
　　〈日数教（愛媛）大会発表資料〉1990(H2)
　「中学校関数指導展開例－第3学年－」
　　〈日数教（盛岡）大会発表資料〉1991(H3)
（8）「中学校関数指導における評価について」
　　〈日数教（神奈川、滋賀、三重）大会発表資料〉1992(H4)～1994(H6)
（9）「中学校関数指導における評価について」
　　〈日数教（東京）大会発表資料〉1995(H7)

東京都中学校数学研究会　研究部　関数委員会

新井　稔秋	（台東区立蓬莱中）	石井　勉	（東学大附小金井中）
岩木敬二郎	（元板橋区立中台中）	遠藤　國雄	（元板橋区立向原中）
大澤　弘典	（中野区立第二中）	風間喜美江	（足立区立第三中）
高山　康史	（江戸川区立西葛西中）	小嶋　節雄	（新宿区立戸山中）
五島　芳夫	（港区立御成門中）	小林　博	（教育庁大島出張所）
近藤　和夫	（稲城市教育委員会）	須藤　哲夫	（元品川区立伊藤中）
関　富美雄	（港区立御成門中）	高村　真彦	（新宿区立四谷第一中）
橋爪　昭男	（大田区立大森第六中）	半田　進	（元東学大附小金井中）
村上　史子	（世田谷区立桜木中）	村田　弘恵	（足立区立入谷南中）
山本　恵悟	（足立区立谷中中）	吉田　直樹	（調布市立神代中）
吉田　裕行	（品川区立伊藤中）		