

中学校関数指導について

—グラフの利用を中心として—

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

	ページ
1. 研究の経過 -----	1
2. 研究のねらい -----	2
3. 研究の方法 -----	2
4. 研究の内容 -----	
(1) カリキュラム改善の重点 -----	3
(2) 研究計画 -----	3~4
(3) 「グラフのよみ」の指導について -----	4
(4) 第2学年指導計画 -----	5~6
(5) 第2学年「グラフのよみ」の指導案 -----	7~8
授業記録 -----	9~13
研究協議 -----	14~16
第2学年「グラフのよみ」の改訂指導案 -----	17~18
(6) 「変化の割合」の指導について -----	19~20
5. 今後の課題 -----	21
◎参考・引用文献 -----	22
◎東京都中学校数学研究会 研究部 関数委員会 名簿	

1. 研究の経過

本委員会では、この20年余り、中学校関数指導について具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討してきた。また、各学年における評価の観点と評価問題の作成、実施、検討も行ってきた。

昭和57年度⁽¹⁾までに、評価問題を作成、実施した結果、「1次関数の式の決定」に関する問題の正答率が低かった。そこで、昭和58年度⁽²⁾には、第2学年「1次関数の式の決定」の理解を深める指導の再検討を行い、改訂指導案を作成し、実際に指導した結果、その効果が確かめられた。また、第1学年の指導については、指導前に、生徒は比例・反比例をどのように理解しているかが問題となった。昭和59、60年度⁽³⁾には、第1学年の比例・反比例の理解の実態と指導後の生徒の変容を明らかにし、指導案を再検討した。

昭和60年度⁽⁴⁾には、中学校の関数カリキュラムを検討し、中学校における関数指導のあり方について提言を行った。昭和61年度⁽⁵⁾には、関数の導入と利用の指導について再検討し、その指導に適した改訂指導案を作成、実施した。昭和62、63、平成元年度⁽⁶⁾は、各学年の「関数の利用」の指導について再検討し、課題の開発と指導案を作成、実施した。

平成2、3年度⁽⁷⁾からは、現行の学習指導要領の主旨を生かし、指導展開例の試案を作成し、平成4、5、6年度⁽⁸⁾は、各学年の評価の観点および評価問題を再検討し、実施、結果の考察を行った。また、数学的な見方・考え方の評価の観点を探る学習指導案を作成し、授業研究を通して検討した。さらに、数学的な見方・考え方の評価問題を作成、実施した。平成7、8年度⁽⁹⁾は関心・意欲・態度の評価について授業研究を通して検討した。また、これまでの研究をふまえて、全学年の指導計画の考察を行ってきた。

平成9年度⁽¹⁰⁾は、関数カリキュラムについての提言、改善の内容に対応した関数指導の評価規準の検討と改訂、指導内容の検討と指導計画の改訂を行った。平成10、11年度⁽¹¹⁾は、改善の重点である第1学年における関数のよさに気づかせるための「さまざまな関数」の指導、そして、各学年におけるグラフを利用するよさに気づかせるための「グラフのよみ」の指導について、授業研究を通して検討、考察してきた。

2. 研究のねらい

昨年に引き続き、これまでの中学校関数指導についての考察をもとに、次のことをねらいとして研究を進めた。

- ・提言した関数カリキュラムをさらに検討し、実践を通してその妥当性を探る。
- ・「グラフのよみ」の指導について考察する。

を行う。

3. 研究の方法

関数カリキュラムの提言を行うために、次のような方法で研究を進めてきた。

- ① 「知識・理解、表現・処理」の評価規準を作成する。
- ② 「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案を作成・実施し、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の具体的な内容についての評価規準を明らかにする。
- ③ ①②をもとに、評価問題と「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」の評価規準を探る指導案を改訂し、実施、考察する。
- ④ ③の考察をもとに、指導計画の再検討を行う。
- ⑤ 指導計画の再検討の中で出された問題点をふまえ、3年間を見通した関数カリキュラムを作成し、提言する。
- ⑥ カリキュラム改善の重点について、研究授業を通して、その妥当性を探る。

4. 研究の内容

(1) カリキュラム改善の重点

平成10年度、中学校関数カリキュラムについて、次のような提言を行った。(11)

- ①第1学年の指導内容について、
- ・中学校3年間で、関数概念を育てていくためには、第1学年では、関数の学習の導入として、具体的な事象の中にはさまざまな関数があることに気づかせたい。そのため、比例にとらわれずさまざまな関数を扱う。
 - ・さまざまな関数の中で、特に、中心となる関数として比例を指導する。反比例は、第3学年の「いろいろな関数」のところで指導する。
- ②「グラフのよみ」の指導について、
- ・グラフを利用するよさを実感させるために、グラフをかくだけでなく、表されたグラフの意味をよみとり、活用する指導を各学年の指導計画に位置づける。
- ③「変化の割合」の指導について
- ・「変化の割合」の素地を養うために、第1学年では、さまざまな関数のところでも、変化のよすの規則性に気づかせる指導を行う。
 - ・第2学年では、「1次関数の値の変化の割合」を扱い、 Δx を意識させることで、グラフがなぜ直線になるのかを考えさせ、第3学年で「変化の割合」を定義する。
- また、第2、3学年では、「変化の割合」の具体的な例として「速さ」を扱う。

この提言に基づき、改善の内容に対応した指導内容の検討と指導計画の改訂を研究のねらいとし、次の2点を関数カリキュラムの改善の重点として、研究を進めている。

A 関数のよさに気づかせる指導

B グラフを利用するよさに気づかせるための指導

(2) 研究計画

次の内容について、指導案を作成し、授業研究を行い、その妥当性を探る。

(関：関心・意欲・態度に関わるもの)

○第1学年「さまざまな関数」の指導

→ 指導案作成(H9.9~10)／実践(H9.11~12) **A**

○第1学年「グラフのよみ」の指導

→ 指導案作成(H9.4~5)／実践(H9.6) **B**

○第1学年「関数に関するレポート」発表会

→ 課題作成(H8.7)／発表会(H9.1) **A** **関**

○第2学年「グラフのよみ」の指導

→ 指導案作成(H9.5~6)／実践(H10.7) **B**

○第2学年「グラフのよみ」の指導

→ 指導案作成(H12.4)／実践(H12.5) (個の競) **B**

○第3学年「変化の割合」の指導

→ 指導案作成(H9.7)／実践(H11.1) **A** **B**

○第3学年「グラフのよみ」の指導

- 指導案作成(H10.5~7)／実践(H10.12) **B**
- 指導案(A案)作成(H11.3~6)／実践(H11.6) **B**
- 指導案(B案)作成(H11.6~7)／実践(H11.7) **B**
- 改訂指導案(H11.7)／実践(H11.11) **B**

○第3学年「関数に関するレポート」発表会

- 課題作成(H9.7)／発表会(H11.12) **A** **関**

(3)「グラフのよみ」の指導について

①「グラフのよみ」の指導のねらい

- ・グラフに表された2つの数量の関係をよみとることができる。
- ・グラフを利用して、問題を解決することができる。
- ・グラフをかいたり、表されたグラフの意味を読みとることにより、グラフを利用するよさを実感する。
- ・方程式の考えとグラフの利用の相互の関連を知る。

②これまでに扱った「グラフのよみ」の課題

第1学年…時間と進んだ道のりの関係(比例のグラフ)

第2学年…時間と進んだ道のりの関係(直線、折れ線のグラフ)

第3学年…1)「変化の割合」の理解を深めるために、その具体的なものとして、平均の速さを扱う。(放物線のグラフと直線のグラフ)

2)日常生活の中の具体的な事象を扱う。(階段関数のグラフ)

③昨年までの「グラフのよみ」の授業研究より

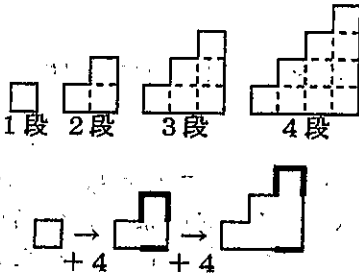
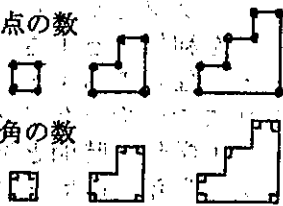
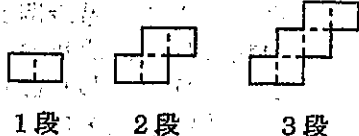
これまでの「グラフのよみ」の授業研究を通して、次のことがわかった。⁽¹¹⁾

- ・グラフを利用して問題解決する力も、グラフをよむ力の1つである。
- ・第1学年のねらいは、グラフからわかることをよみとらせること、及びグラフを利用して問題を解決させることとする。
- ・グラフからわかることをよみとらせることは、第1、2学年の両学年で実施したが、第1学年で指導することで十分であった。第2学年でのねらいは、問題解決させることに重点を置いた方がよい。
- ・グラフを利用して問題解決する力を育てる。この授業の中で、式や計算で解決する生徒がいた場合、その解決方法も取り上げる。
- ・第3学年でのねらいは、第1、2学年で培ったグラフをよみとる力をさらに発展させ、直線のグラフだけでなく放物線や階段関数のグラフを通して、表されているグラフの意味をよみとり、問題を解決する力を育てることである。また、グラフを使うことのよさに気づかせることである。
- ・第3学年で、階段関数の課題を扱うことにより、これまで学習した基本的な関数に加え、関数的な見方、考え方が広がり、深まる。また、身のまわりに階段関数になる例が多く、日常生活の事象に目を向けさせ、問題意識を持たせ、その問題を解決していく課題場面を設定しやすい。

④今回の研究内容について

本委員会では、これまでの授業研究を通して、「グラフのよみ」の指導の重要性を実感した。特に、日常生活の中の具体的な事象を扱った課題は、生徒に数学の楽しさを味わわせることにもなる。そこで、新たに第2学年の「グラフのよみ」の指導についての課題開発を行い、授業研究を通して検証し、発表することとなった。

(4) 第2学年 指導計画

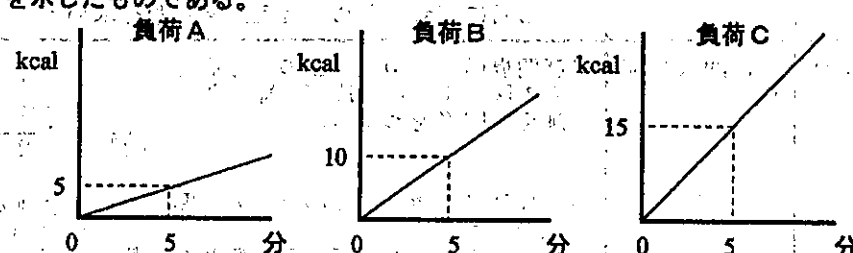
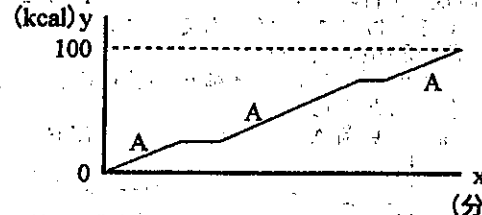
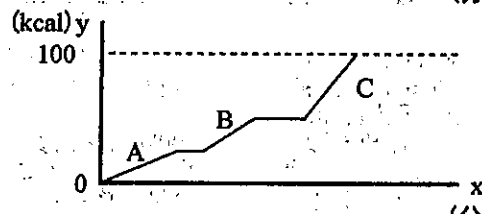
時数	項目	学習内容
1	1次関数の意味	<p>[課題場面] 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。 (i) 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、その変化のようすを調べる。 ・表、グラフ、式 ($y = 4x$) を求める。 ・$y = 4x$ で、定数4の意味を考える。</p> 
2		<p>(ii) 階段の数がx段のときの頂点の数をy個として、その変化のようすを調べる。</p> <p>(iii) 階段の数がx段のときの直角の数をy個として、その変化のようすを調べる。</p> <p>②「yはxの1次関数である」ことを定義する。</p> 
3	1次関数の値の変化とグラフ	<p>① $y = 2x + 3$、$y = -5x + 4$ について、変化のようすを調べる。 ②「変化の割合」を定義する。 ③1次関数についての変化の割合の特徴をまとめる。</p>
4		<p>① $y = 2x + 3$、$y = 2x$ のグラフをかく。 ② $y = -2x + 4$、$y = -2x$ のグラフをかく。 ③1次関数のグラフと比例のグラフとの関係を調べる。 ④「切片」を定義する。</p>
5		<p>① $y = 2x + 3$、$y = -2x + 4$ のグラフの傾きぐあいを調べる。 ②「傾き」を定義する。 ③1次関数 $y = ax + b$ で、$a > 0$ のときと $a < 0$ のときの変化のようすの違いを調べる。</p>
6		<p>① $y = 2x + 1$、$y = -x + 1$、$y = -\frac{1}{2}x + 3$ のグラフを傾きや切片を使ってかく。 ②グラフが平行になるときの特徴をまとめる。</p>
7	1次関数を求め方	<p>[課題場面] 縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。</p> <p>①ともなって変わる量をあげる。 (i) 階段の数がx段のときの周囲の長さをy cmとして、yをxの式で表す。 ($y = 4x + 2$) ・各自、どのように式を求めたかを発表する。</p>  <p>②1次関数の式は、変化の割合aと1組のx、yの値から、また、2組のx、yの値から求められることをまとめる。</p>
8		(1次関数の式の決定についての問題練習)

9	グラフのよみ	<p>[課題場面] ひろし君は、午前10時に、家から4km離れたあきら君の家に置いてある自転車を取りに行った。まず、家の近くのバス停まで歩き、しばらく待ってバスに乗り、あきら君の家のすぐ前にあるバス停で降りた。そこでしばらく話をしてから、自転車で自分の家にもどった。</p> <p>右のグラフは、ひろし君が家を出てから再び家にもどってくるまでの時間と道のりの関係を示したものである。</p> <p>① 次の問題を解決する。</p> <p>(i) ひろし君が自転車で帰宅途中、忘れ物に気づき、再びあきら君の家にもどり、11時20分までに帰宅する時間をグラフを使って求める。</p> <p>(ii) あきら君が自転車でひろし君の家に向かい、バス停にいるひろし君に出会うための自宅出発時間を求める。</p>
10	1次関数の利用	<p>[課題場面] 1辺が1cmの正方形を右の図のように1段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p> <p>1段 2段 3段</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cm として、y を x の式で表す。 ($y = 6x - 2$)</p> <p>(ii) x 段目にある正方形の個数を y 個として、y を x の式で表す。 ($y = 2x - 1$)</p> <p>(iii) x 段のときの全体の面積を y cm² として、y を x の式で表す。 ($y = x^2$)</p>
11		<p>[課題場面] 右のような $\triangle BCA$ ($\angle A = 90^\circ$) がある。点 P は C を出発して、毎秒1cmの速さで A を通って B まで動く。</p> <p>① ともなう変わる量をあげる。</p> <p>(i) 点 P が C を出発してから x 秒後の $\triangle BCP$ の面積を y cm² として、変化のようすを調べる。(変域に注意させる)</p>
12	問題練習	
13	グラフの利用 (P7~)	<p>[課題場面] エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。</p> <p>下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費カロリーの関係を示したものである。</p> <p>① 300kcalを消費させるためには、どの負荷にするか考え、発表する。</p> <p>② 100kcalを消費させる計画をグラフに表し、発表する。</p> <p>③ 次の問題を解決する。</p> <p>(i) 休憩を取らずに、100kcalを消費させる計画を実行した。負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる。負荷Bでこいでいる途中で、5分早く終わらせるように変更した場合、どのように変更したらよいかを考える。</p>

(5) 第2学年「グラフのよみ」指導案

本時のねらい

- ・グラフに表された2つの数量の関係を読みとることができる。
- ・グラフを利用して、問題を解決することができる。
- ・グラフをかいたり、表されたグラフの意味を読みとることにより、グラフを利用するよさを実感する。
- ・方程式の考えとグラフの利用の考えとの相互の関連を知ることができる。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題を把握する	<p>課題場面</p> <p>エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。</p> <p>下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費されるカロリーの関係を示したものである。</p> 	
どの負荷にするかを考える	<p>(1) 「300 kcal を消費させるためには、あなたならどの負荷を選びますか？」</p> <p>① A～Cのどれを選ぶか考える。</p> <p>ア. 一番楽な負荷Aがよい。</p> <p>イ. 一番時間が短い負荷Cがよい。</p> <p>ウ. 真ん中を取って負荷Bがよい。</p> <p>② ①の選んだ理由を発表する。</p> <p>(2) 「100 kcal のお菓子を食った。その分のカロリーをエアロバイクをこいで消費させたい。間に休憩を2回とって、エアロバイクをこぐ計画をグラフに表しなさい。」</p> <p>① 計画をグラフに表す。</p> <p>ア.</p>  <p>イ.</p> 	<p>上記グラフは書き写させA～Cの傾きの違いを意識させる。</p> <p>エアロバイクの説明をする。</p> <p>お菓子などの摂取キロカロリーを示し、身近な問題として考えさせる。</p> <p>負荷の意味について、坂道や荷物を載せた場合などを考えさせる</p> <p>自転車の回転数は一定であるとす</p>
計画を立てる。		<p>休憩の時にグラフがどうなるか、考えさせる。</p> <p>どの負荷を使うか、休憩時間は自由にす</p> <p>グラフのx軸、y軸の1目盛りの大きさは、教師が示す。</p>

どのように計画を変更したかを考える。

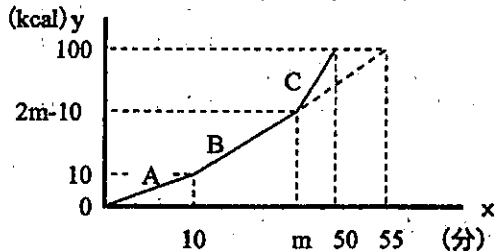
(3) 「休憩をとらずに100 kcalを消費させたい。最初にエアロバイクを負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる計画を立て、実行していた。しかし、負荷Bでこいでいる途中で、最初の計画よりも5分早く終わらせるように変更した。どのように変更したのか？」

- ① 課題の前半部分「休憩をとらずに100 kcalを消費させたい」で、自由に計画を立てる。
- ② 課題全体の条件で、計画をどのように変更したか考える。

ア. グラフをかいて、よみとる。(イの図と同じ)

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

イ. グラフを利用して、計算して求める。



$$(100 - 10) \div 2 = 45$$

$$45 + 10 = 55$$

$$55 - 5 = 50$$

$$\text{Bの式} \dots y = 2x - 10$$

$$x = m \text{の時、} y = 2m - 10$$

傾きが3になればよいから、

$$[100 - (2m - 10)] \div (50 - m) = 3$$

$$m = 40$$

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

ウ. 方程式を利用して、求める。

$$(100 - 10) \div 2 = 45$$

$$45 - 5 = 40$$

Bをm分間とすると

$$2m + 3(40 - m) = 90$$

$$m = 30$$

$$30 + 10 = 40$$

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

- ③ 発表する。

負荷は一瞬のうちに変わるものとする。

負荷はA、B、Cの3種類しかないことを確認する。

グラフをかくことを通して当初の計画を確認する。

時間をとり十分に考えさせる。

ウを線分図に表すなどの多様な生徒の反応を時間が許す限り取り上げ、考え方の相互の関連を考えさせる。

授業記録

日時 平成12年5月26日(金) 6校時
 対象 荒川区南千住第二中学校 第3学年2組
 授業者 風間 喜美江 教諭

教師の働きかけ、発問等	生徒の反応
<p>T1: 最近私に悩みがあるんですよ。昨日の夜、お菓子を全部食べてしまったんです。食べてからしまったと思ったんです。最近ちょっとこの辺がね・・・。(おなかを触って)それで、ちょっと減らさなきゃって、こういうのを食べるのを控えようと思ったの。(お菓子を持ち上げて)167kcalを私は体の中に入れてしまったんです。ところで、みんなが一日エネルギーを取らなきゃいけないっていうのは何kcal知っていますか。</p>	<p>S1: 2500 S2: 3000</p>
<p>T2: 今日給食の栄養士さんがいますけれども、給食なんかは何kcalなのかな。</p>	<p>S3: 600 800 1700</p>
<p>T3: 今日はどのくらいですか。</p>	<p>栄養士: 今日は800ぐらいです。</p>
<p>T4: そうするとこれ5個食べちゃうと給食なんか入らない。食べてはいけないということになる。お菓子ではなく飲み物にしようかなって(缶コーヒーを持ち上げる)これどのくらいでしょうね。</p>	<p>S4: 105</p>
<p>T5: けっこうエネルギーがあります。私は、太った分をなんとか減らしたいと思えます。みんなはそういう必要がありますか。でもちょっと減らした方がいいという人、手を上げてください。</p>	<p>S5: 必要ない</p>
<p>T6: 運動をしてエネルギーを減らしていると思います。エアロバイクって知っていますか。</p>	<p>S6: 知ってる</p>
<p>T7: 初めて名前を聞いた人手を上げて。ちょっとこれ誰か説明してくれる?</p>	<p>S7: 進まない自転車 S8: 空想バイク S9: こぐだけこぐ</p>
<p>T8: こいでいくとエネルギーが消費されるんですけど、段階があるの知っていますか。ギアチェンジと同じ。エアロバイクの形はだいたい知ってるのね。進まない自転車。 1つそんな問題を皆さんに考えてもらいたいと思います。(黒板に模造紙を貼りながら)</p>	
<p>T9: エアロバイクをこいでいくとどのくらいエネルギーが消費されるか。ボタンを押すとA、もう一個押すとB、次がC。こぐのに一番大変そうなのはどれですか。</p>	<p>S10: C</p>

T 1 0 : 5 分間で 1 5 kcal って書いてありますね。1 5 kcal っていうと、さっきこのポッキー菓が 2 0 0 kcal だから、けっこう消費されるのかなって思います。問題を配りますので。

T 1 1 : 問題を読んでください。

T 1 2 : 負荷ってわかる。(負荷を板書する。)負荷って、抵抗があることです。グラフを書き忘れちゃったんです。写し替えてください。(黒板に貼ってあるグラフを指して)定規で。この枠の中にこういう線(グラフの直線を指して)を入れてください。

T 1 3 : こぐので一番しんどいのはどれですか。

T 1 4 : 私だったらどれがいいかな。C がいい?

T 1 5 : 例えば 3 0 0 kcal を減らしたい。3 0 0 kcal を減らしたいって(1)に書いておいて。自分だったらどれ選びますか。自分の答えをこの下に書いておいてください。(1)の下を指して)〇〇さんだったらどれ選びますか。

T 1 6 : なんか理由はありますか。

T 1 7 : 次、〇〇君、どうですか。

T 1 8 : 理由は。

T 1 9 : 計算だ。〇〇さんだったら。

T 2 0 : どうして。〇〇君だったら。

T 2 1 : どうして。

T 2 2 : 短い時間で終わらせたい。〇〇さんだったら。

T 2 3 : なんか私の気持ちと同じような感じかな。〇〇さんは。

T 2 4 : A を選んだ人。B を選んだ人。C を選んだ人。いろいろですね。それぞれ理由があるよね。だから計画もずいぶん違うと思うんですがね。じゃあこれから、エアロバイクをこいでいく計画を立てていきたいと思います。そこで、3 0 0 kcal は大変ではないかと思って、少し減らしたいと思えます。このポッキーね、みんな見てくださいか。(実物投影機で写す)エネルギーはどのくらい?

これでも 2 0 0 kcal になるから、この半分食べたとしましょう。1 0 0 kcal を消費す

S 1 1 : (問題を読む)

S 1 2 : (反応なし)

S : (自分のプリントに書き足す。)

S 1 3 : C

S 1 4 : C

S 1 5 : C

S 1 6 : A

S 1 7 : B

S 1 8 : B は端っこのとき 1 5 kcal に近い。2 倍にすると 3 0 kcal になる。何分こいだから計算しやすいから B にしました。

S 1 9 : 同じ B です。

S 2 0 : 理由ですか。同じですけど。

S 2 1 : C。

S 2 2 : C。

S 2 3 : 時間が短くて終わるから。

S 2 4 : 最初は C にしようと思ったんだけど、重くて続かなそうだから、A で長い時間やる方がいい。

S 2 5 : B を選びました。理由は C よりも時間はかかるけれども、C よりも負担が少なく、A よりも早くできるので真ん中の B を選びました。

A ・ ・ 7 人 B ・ ・ 1 2 人 C ・ ・ 6 人

S 2 6 : 2 0 2

る計画。(板書しながら)今から自分なりのプランを作りたいと思います。条件があります。2回必ず休むこと。グラフに自分の計画を書きこんでください。(グラフ用紙を配布)

T 25: こぐ計画(2)としておいてください。条件は必ず2回休めばいいからどういふのを使ってもよろしい。エアロバイクで100 kcalを何とか消費する計画。但し休み2回。A、B、Cのどれを何回使ってもいいし、全然使わなくてもいい。計画をこの中に書き込んでください。相談してもいいですよ。(机間指導)

T 26: 休みの時間も自分の気持ちに合わせて。

T 25: どうぞ、どうぞ。

T 26: これ、これだけ。(黒板を指して)こっち?条件ね。

T 27: グラフの中にここはAとか、ここはBとか入れといて。

T 28: じゃあ、〇〇君書いてくれる。

T 29: 〇〇君、やってきて。

T 30: できた人、ちょっと友達同士で見せ合っごらん。理由言ってみて。

T 31: 人によって理由があるみたいですね。2人に書いてもらいました。(黒板を指しながら)〇〇君から前に出てきて、僕はこう考えたからって言ってください。

T 32: きつい方を同じぐらいやりたい。

T 33: 最後Bは調節したのかな。

T 34: どうして調節した。

T 35: ちょうどいい時間に終わらせるため?

T 36: 〇〇君はCでそのままいっても、終わるって・・・。

T 37: 中途半端になる。中途半端いや。きちっと終わらせたい?わかりました。それでは〇〇君お願いします。

S: (近所で話し合う)

S 27: 休みの時間っていったら

S 28: エアロバイクって変えていいんでしょう。AやってBやって。

S 29: で消費する量ってプリントのやつでしょ。

S 30: (早く終わった子たちが意見交換をし始めた)

S 31: (黒板に出て書く)

S 32: (黒板に出て書く)

S 33: Cで全部いくと100 kcal 越えちゃうんだよね。(考えながら)同じぐらいやりたいっていうのはわかる?時間的に。同じ時間帯ぐらいに分けて、休憩して、同じにやって、時間帯やって、休憩して、同じだけやって終わりにしたい。(首を傾げながら下がる)

S 34: 100 kcal ジャストにするために。

S 35: ちょうどいい時間に終わらせるために。

S 36: ちょうど100 kcal で終わらせるんだったら途中できりあげれば。

S 37: そしたら何秒っていう時間があるじゃん。

S 38: 違う。最後だけ手抜きしたの。

S 39: 終わるけど何秒っていう中途半端になる。

S 40: 俺は中途半端はいや。

S 41: 特に何にも考えず、最初自分がBを選んだからBで始まって、5分休んで、またBでやって、端っこ届きそうになかったから最後あせってCを使った。

T 3 8 : これ自分の計画に合っていそうですか。〇〇君も自分の体力に合っていそうですか。

T 3 9 : いろいろな理由がありそうなのですが、ちょっとこちらを見てくれますか。

(実物投影機を使って) 〇〇君かな、やはりCでいって5分休んで、Cでいって5分休んで、次なんだと思う。

このカーブはAですね。〇〇君はなんか考えてない?

T 4 0 : 皆さん手を上げてください。CC Aといった人。

CCCBと言った人。

BBC。

逆のCCBは。なんか理由ありますか?

T 4 1 : 〇〇さんは。

なにか理由ある?

少しずつやっていく。いいですね。念のために確認をします。(黒板のグラフを見ながら確認していく。) 計画はけっこう上手に立てられるということなんですけれども。私の計画を聞いてください。こういう計画を立てようと思います。初めはAで10分、(次はBで消費する。←これは板書しただけ) これで100 kcalを消費する。こういう計画を立てました。これもちそうですかね。

T 4 2 : そういう計画を立て、実際にやったんですよ。ところで、早く帰ってこいと、途中で電話がかかってきました。そこで、少し計画を変えたいと思います。(板書しながら) なんとか100 kcalを消費したい。さあ、ちょっと考えてください。どういう風に変えたか。それで、わからないからグラフ用紙を配ります。どうぞ自由に。

T 4 3 : 確認するよ。始めAでこいでたエアロバイク。Aは終わって、次はBに移りました。そしたら、早く帰らなくてはならなくなったんで、なんとか100 kcalを消費させるので計画を変えたい。休みは入れないでどう変えたか。なんとか自分で考えてください。

T 4 4 : いつかな...?

T 4 5 : 何分に変えたか。(板書しながら) それも含めてどう計画を変えたか、ちょっと答え出してください。

S 4 2 : Aだろう。

S 4 3 : まず最初ははりきってスタート。ちょっと疲れた頃に5分休んで、またいっこぞって言うてもう一回Cでいく。で休憩して、重いのがやだからAにした。

S : 反応なし

S : 反応なし

S : 2、3人挙手

S 4 4 : 最初は気合いを入れて。

S 4 5 : BCB

最初からとばすと疲れるから。

S 4 6 : 俺は最初Bで最後Aでしめるよ。きつい方先にやんない?

S 4 7 : 休みは入れないの。

S 4 8 : いつ電話かかってきたのか。

S 4 9 : C使っているの。

S 5 0 : 何分に変えんの。

S 5 1 : Aが10分終わってから電話する。すぐ。

S 5 2 : 先生、C使っているの。

T 4 6 : 何使ってもいいですが、とにかく、
B やってる最中だよ。

T 4 7 : あっ、そうですね。何分かかった
んだろうね。A とにかく10分で終わらせ
て。次Bはやってたんだよ。

T 4 8 : 電話はいいとして、計画をどう変
えたか。(机間指導)

T 4 9 : ちょっとこちら見てくれますか。
(実物投影機を使って) 始めAで、10分
たった。それから電話がかかってきた。始
めて20分ですね。それでCでこういつて、
100 kcal。この時間を見ていきます。

40 何分ですか。

45分。はい、じゃあ他の人。ちょっと見
てください。これA、B、C、B。こんな
感じですね。

T 5 0 : それではちょっと聞いて下さい。
予定の終わりより10分早めたい。本当は
この人はAやってBやったんだけど、10
分早めて終わらせたい。そしたらどんな計
画になるか。いつ変えるのか。それに答え
てください。

T 5 1 : 早めたい意味わかりますか。始め
やって、もう一回次やって、やってた。ず
っと。もう10分早めようって決めちゃ
う。そしたらどんな計画なのか。ちょっと
2、3分ください。わかんない。

T 5 2 : うん、変えない。

T 5 3 : Bの途中から。

T 5 4 : Bはやんなきゃいけないけど。

T 5 5 : 早くならない。

T 5 6 : ○○君前に出てきてくれますか。
ちょっと聞いてくれますか。ちょっとテレ
ビの方見てください。

T 5 7 : どうですかね。こんなの作ってみ
たいと思います。家に帰って考えてみてく
ださい。後、違う考えでできるものもたく
さんあると思うので教えてください。はい、
じゃあ終わります。

S 5 3 : 何分かかってもいいんですか。

S 5 4 : 電話かかってきた時間とか入れる
の。

S 5 5 : 5分

S 5 6 : Cでやってたら最後中途半端にな
った。

S 5 7 : 早めたいって言われても。

S 5 8 : 最初のAの10分は変えちゃいけ
ないの。

S 5 9 : Bは。

S 6 0 : Bはやんなきゃいけないんですよ
ね。

S 6 1 : Bの時間を短くすればいいんだ。

S : (それぞれしゃべり始める)

S 6 2 : 最初はAで10分やって、その後
Bに切り替えて、もしそのBでずっとや
ると、点線のところで55分かかるから、
10分早めるので45分で終わらさなきゃ
いけません。だから途中でCに変わって早
めてやる。

研究協議

授業者より

- ・授業前に、負荷という言葉の意味がわかるのか、が不安だった。
- ・(2)の課題で、計画が立てられるのか、このような授業は初めの経験なのでどうなるのか不安だった。
- ・(3)の課題は、(2)より難しい。ここでは、方程式との融合についても図っていききたい。
- ・(3)の課題では、最初の指導案では「5分早める」となっていたが、この指導案では「5分」と与えず、「終わらせる時間を早めたい。どのように変えたか。」とオープンな課題として投げかけた。
- ・グラフ用紙をいつ配るかで授業の流れが変わってくる。いつ配ればよいのか。

A. 導入に関して

- ・授業者の体験談やお菓子の箱からの導入がとても良かった。
- ・課題場面を生徒に示したとき、負荷A、B、Cを与えてしまうのではなく、通る点を示しておき、グラフを生徒にかかせ、「xがいくつ右に、yがいくつ上にいくか。」を意識させ、(2)へつなげていこうとしたのが良かった。

B. (1)の課題に関して

- ・(1)では300 kcal、(2)では100 kcalと数値を変えたのはなぜか。
実際に生徒に見せたお菓子の箱のカロリー(176 kcal)を使っても良かったのではないか。
→300 kcalは、5 kcal、10 kcal、15 kcalのどれでも割れて、生徒にかかった時間まで答えさせたかった。
- ・負荷A…7名、負荷B…1.2名、負荷C…6名
→体験がないので、Bを選んだ生徒が多かったのではないか。

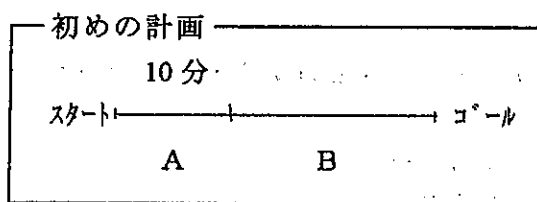
C. (2)の課題に関して

- ・100 kcalになる時間を、整数値になるようにグラフをかとうとしていた。
- ・100 kcalを消費するのに、どのようにグラフにするのかわからない生徒がいた。(表を作り、傾きを考えていた。)
- ・異なる負荷や休憩に切り替えるとき、始めは5分単位が多い。
- ・友達のを聞いて、新たに新しい計画をかく生徒がいた。
- ・発想が豊かな生徒は、いろいろな計画のグラフを考えている。
- ・プレテストで無答の生徒は、グラフがかけないことがわかる。

- ・終わる時間、休憩時間は自由でよいという条件であることを、はっきりとおさえておく方が良かった。
- ・発表のとき、自分の計画を言葉で説明させることが大切である。
- ・グラフ用紙（配布したグラフ用紙の横軸の最大目盛りは61分）に6.0分の計画を立てている生徒が多かった。
ただし、発表させた生徒は、45分など短い時間の計画を立てた生徒を指名した。

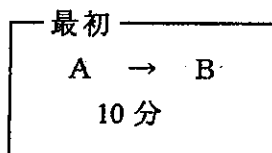
D. (3) の課題に関して

- ・課題が理解できないと思い、指導案を①と②と分けたが、授業では②を直接提示した。
- ・課題の意味がとらえられていなかった生徒が多かった。
→「電話がかかってきて、『早く帰ってきて』と言われ、終わらせる時間を早めたい。」と授業を進めたが、電話がかかってきたのがいつなのか、電話をかけていた時間は、負荷Aを最初に10分必ず行っているのか、などはっきりしなくなってしまった。電話は使わない方がよい。
- ・「5分早めるには、どのように計画を変えたか。」「終わらせる時間を早めたい。どのように変えたか。」どちらが良いか。
→「5分早めたい。」という課題の方が良い。初めの計画で、何分で終わるかを考えさせ、問題解決させることができるから。
- ・この課題は、陸上でインターバルを行っているという場面設定でも扱うことができる。
- ・(3)の長い文章では、読み切れないと思われるので、



という図を付け加えて説明するのがよい。

しかし、これでは方程式で解く生徒が多いのではないか。であれば、



と示すのがよい。

- ・方程式で解く生徒しかいなければ、グラフを示してあげればよい。
- ・問題解決では、グラフの視覚に頼っていた。負荷を変えるときとの時間とそのときのカロリーの値をはっきりさせることが大切である。

E. 全体を通して

- この指導案は、第9時「グラフのよみ」の新しい課題として開発したが、第2学年の最後に位置づけるのがいいのではないか。

(第3学年「いろいろな関数」でも良いと思うが。)

→例えば、グラフを合成させる。傾きに注目させ、グラフを平行移動させる。など、扱うことができるから。

- 評価で「グラフのよさを…」とあるが、これは式で解くものを示すと、そのよさがもっとわかるのではないか。
- 評価として、「よさを実感する」を「よさを知る」に変える方が良い。
- グラフのよさを実感させるには、最初からグラフ用紙を与えてない方が良く思うので、(3)のときは、グラフ用紙を配らない方が良い。

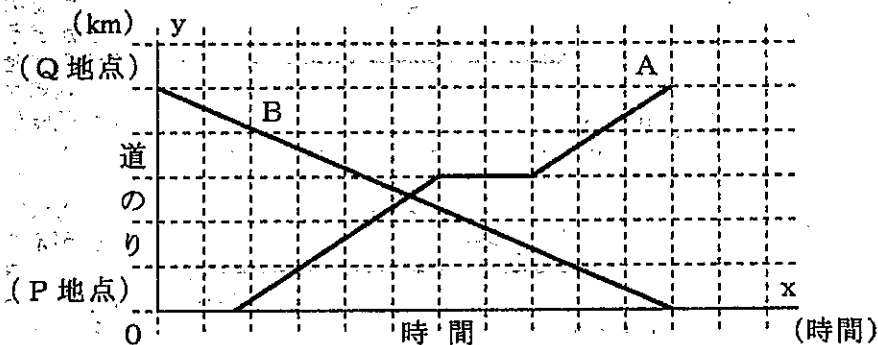
(2)の課題で配布するワークシートの裏側に、グラフ用紙を印刷しておくのはどうか。

- グラフのよさを実感できたかを評価するには、(3)と同じような問題をやらせ、考え方をかかせ、さらに面接を行うのがよい。
- 3年間の指導の中で高めていくために、どの学年にも、「グラフのよさを実感させる」という目標、評価を入れている。しかし、データが取れないので、その確証が得られない。
- 「グラフのよみ」とは何か、ということを考えていくことも必要である。「グラフのよみ」には、レベルがあるように思えてきた。

(参考)

プレテスト

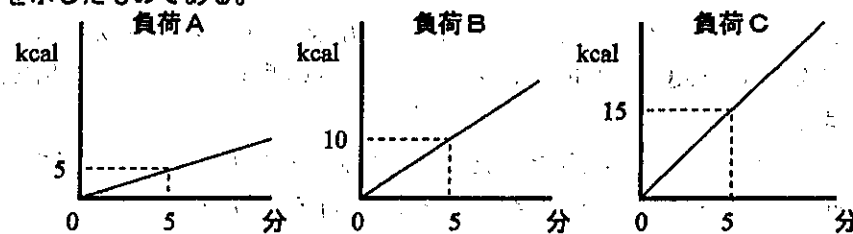
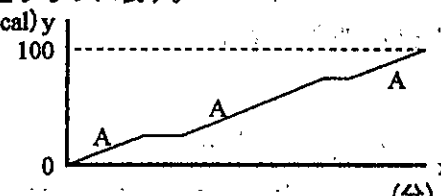
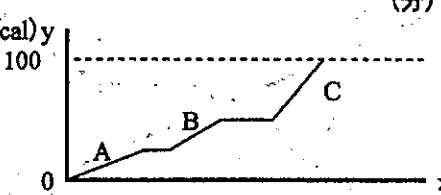
下のグラフは、P、Q間を結ぶ道路を、A、Bの2つの車が走ったようすを示している。x軸に時間を、y軸にP地点からの道のりを取り、時間と2つの車の位置関係を表している。このグラフからよみとれることを書きなさい。



第2学年「グラフの利用」改訂指導案

本時のねらい

- ・ グラフに表された2つの数量の関係を読みとることができる。
- ・ グラフを利用して、問題を解決することができる。
- ・ グラフをかいたり、表されたグラフの意味を読みとることにより、グラフを利用するよさを実感する。
- ・ 方程式の考えとグラフの利用の考えとの相互の関連を知ることができる。

学 習 活 動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指 導 上 の 留 意 点
課題を把握する	<p>課題場面 エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクをA、B、Cの3種類の負荷で利用している。 下のグラフは、3種類の負荷の、こぐ時間と消費されるカロリーの関係を示したものである。</p> 	
どの負荷にするかを考える	<p>(1) 「300 kcal を消費させるためには、あなたならどの負荷を選びますか？」</p> <ol style="list-style-type: none"> ① A～Cのどれを選ぶか考える。 ア. 一番楽な負荷Aがよい。 イ. 一番時間が短い負荷Cがよい。 ウ. 真ん中を取って負荷Bがよい。 ② ①の選んだ理由を発表する。 ③ それぞれの場合で、消費させるためにかかる時間を考える。 	<p>上記グラフをかき写させA～Cの傾きの違いを意識させる。 エアロバイクの説明をする。 お菓子などの摂取キロカロリーを示し、身近な問題として考えさせる。</p>
計画を立てる。	<p>(2) 「100 kcal のお菓子を食べた。その分のカロリーをエアロバイクをこいで消費させたい。間に休憩を2回とって、エアロバイクをこぐ計画をグラフに表しなさい。」</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 計画をグラフに表す。 ア. (kcal)y  イ. (kcal)y  ② 自分の立てた計画の説明をする。 	<p>負荷の意味について、坂道や荷物を載せた場合などを考えさせる。 自転車の回転数は一定であるとする。 休憩の時にグラフがどうなるか、考えさせる。 利用する負荷や休憩時間は自由にする。 グラフの1目盛りの大きさは、教師が示す。 A、B、Cの傾きをグラフ上で確認する。 計画の終了時間を確認させる。</p>

どのように計画を変更したかを考える。

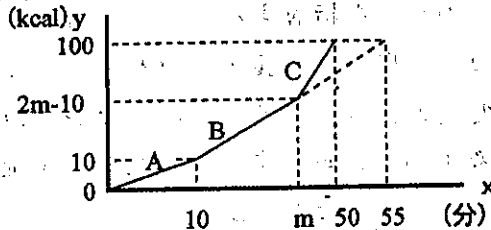
(3) 「休憩をとらずに100 kcalを消費させたい。最初にエアロバイクを負荷Aで10分間こぎ、次に負荷Bでこいで終わらせる計画を立て、実行していた。しかし、負荷Bでこいでいる途中に、最初の計画よりも5分早く終わらせるように変更した。どのように変更したのか？」

① 計画をどのように変更したか考える。

ア. グラフをかいて、よみとる。(イの図と同じ)

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

イ. グラフを利用して、計算して求める。



$$(100 - 10) \div 2 = 45$$

$$45 + 10 = 55$$

$$55 - 5 = 50$$

$$B \text{ の式 } \dots y = 2x - 10$$

$$x = m \text{ の時、 } y = 2m - 10$$

傾きが3になればよいから、

$$[100 - (2m - 10)] \div (50 - m) = 3$$

$$m = 40$$

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

ウ. 方程式を利用して、求める。

$$(100 - 10) \div 2 = 45$$

$$45 - 5 = 40$$

Bをm分間とすると

$$2m + 3(40 - m) = 90$$

$$m = 30$$

$$30 + 10 = 40$$

答: こぎだしてから40分後に負荷Cにする

エ. ア以外のグラフをかいて、よみとる。

(例えば、A→B→C→Aの順に負荷を使うような図)

② 発表し、それぞれの考えの関連を知る。

文章が長く読みとりにくい場合、簡単なメモや図などを板書する。

負荷は一瞬のうちに変わるものとする。

負荷はA、B、Cの3種類しかないことを確認し、例えばAを何回か使ってもよいことにふれる。

グラフをかくことを通して当初の計画を確認する。

時間をとり十分に考えさせる。

ウを線分図に表すなどの多様な生徒の反応を時間が許す限り取り上げ、考え方の相互の関連を考えさせる。

(6) 「変化の割合」の指導について

第2学年の指導計画を見直していくなかで、「変化の割合」の指導について、いろいろな意見がでた。その意見を下に示す。

- ・関数委員会の第2学年指導計画において、導入課題は連続量を扱わずに離散量の後、変化の割合を扱っている。連続量の具体的な事象も扱った後で、変化の割合の指導を行ったほうがよいのではないか。
- ・導入直後に、変化の割合を指導することは適当か。
- ・変化の割合を指導する場合、定義から指導していくのはよいのか。具体的な事象の変化のようすを調べていくなかで指導したい。
- ・1次関数では、変化の割合が一定であるため、生徒にとって「変化の割合」の意味がつかみにくいのではないか。
- ・生徒にとって、「変化の割合」の必要性が実感できない。
- ・第2学年において、変化の割合が一定でないものを扱ってもよいのではないか。変化の割合が一定であることが理解できるようになると思う。
- ・「変化」は見えないもの、そして「割合」は苦手意識、そのため「変化の割合」の意味がつかみにくい。
- ・変化の割合を求める問題では、「ある値からある値まで」のように値を指定している場合はできるが、値を指定しない場合はできが悪い。「変化の割合が一定である」ということが理解できていない。
- ・増加量という言葉は、負の意味も含まれているため、理解が困難な生徒もいる。
- ・「一定」という言葉が理解の妨げになっているのではないか。「同じ」ではだめか。
- ・「直線ならば変化の割合は一定である」ことをよく指導するが、「変化の割合が一定なグラフは直線である」ということはあまり指導されていないのではないか。
- ・「変化の割合」「一定」などの言葉の意味もあまりわかっていないところで、「なぜ直線なのか。」「なぜ1次関数なのか。」をとらえきれていないのではないか。
- ・変化の割合の定義の指導は、第2学年で必要なのか。
この場合、変化の割合を指導がなければ、グラフの指導はできないのではないか。「変化の割合」という言葉を使わないで指導することも考えられる。

- ・傾き $2/3$ のグラフをかくときに、「 x が 3 増加して、 y が 2 増加する」を利用する。これは、変化の割合の定義を教えることになる。定義を教えることも必要になってくる。
- ・変化の割合を形式的に求める指導は行わないほうがよい。
 x の値と x の増加量、 y の値と y の増加量の区別がついていない生徒が多いため、「 x が \bigcirc 増加したとき、 y が Δ 増加する」ことを指導することのほうが大切である。
- ・第 2 学年で、最初に変化の割合の定義をせず、「 x が \bigcirc 増加したとき、 y が Δ 増加する」ことを指導するしていくなかで、定義の必要感がでてきたところで定義するほうがよいのではないか。
- ・第 2 学年では、変化の割合の定義はせずに指導を行い、第 3 学年では定義の指導を含めて指導するほうがよいのではないか。
- ・変化の割合を実感させる体験とは何か。

第 2 学年での「変化の割合」の指導をどうするか。今後、本委員会で検討し、指導計画を見直していきたいと考えている。

4. 今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり、深まるかを授業実践を通して、考察してきた。具体的には、授業の中で、様々な学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、次の点について研究を進めていこうと考えている。

- (1) 3年間を見通した関数カリキュラムを検討し、指導計画を作成したが、その指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。
また、小学校や高等学校との関連を見直す。
- (2) 評価問題を実施、考察し、指導計画、指導案、評価規準について見直していく。
- (3) 各学年における「グラフのよみ」の指導について検討を続け、指導のあり方、適切な課題を検討していく。
- (4) 各学年において、「数学的な見方・考え方」「関心・意欲・態度」を一層伸ばすようなオープンな課題を設定した授業を行い、指導のあり方や適切な課題について検討していく。
- (5) 関数の領域以外や他教科において、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討していく。そして、それらとの関連を明らかにし、より適切な関数指導を追求する。

以下の文献は、東京都中学校数学研究会 関数委員会の作成したものである。

- (1) 「授業研究と評価問題」
〈日数教（東京、山形、岡山）大会発表資料〉1980(S55)～1982(S57)
- (2) 「関数領域における授業研究と評価問題」
〈日数教（埼玉）大会発表資料〉1983(S58)
- (3) 「第1学年 関数指導について」
〈日数教（福井）大会発表資料〉1984(S59)
「中学校関数指導について」
〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)
- (4) 「中学校関数指導について」
〈日数教（奈良）大会発表資料〉1985(S60)
- (5) 「中学校関数指導について」
〈日数教（東京）大会発表資料〉1986(S61)
- (6) 「関数の導入および利用の指導について」
〈日数教（福岡）大会発表資料〉1987(S62)
「『関数の利用』の指導について」
〈日数教（静岡、千葉）大会発表資料〉1988(S63)～1989(H1)
- (7) 「『関数の利用』の指導について」
〈日数教（愛媛）大会発表資料〉1990(H2)
「中学校関数指導展開例－第3学年－」
〈日数教（盛岡）大会発表資料〉1991(H3)
- (8) 「中学校関数指導における評価について」
〈日数教（神奈川、滋賀、三重）大会発表資料〉1992(H4)～1994(H6)
- (9) 「中学校関数指導における評価について」
〈日数教（東京、長崎）大会発表資料〉1995(H7)～1996(H8)
- (10) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（群馬）大会発表資料〉1997(H9)
- (11) 「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教（山口）大会発表資料〉1998(H10)
「中学校関数指導について」
〈日数教（秋田）大会発表資料〉1999(H11)

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 新井 稔秋 (台東区立蓬莱中) | 石井 勉 (東京学芸大附小金井中) |
| 岩木敬二郎 (元板橋区立中台中) | 遠藤 國雄 (元板橋区立向原中) |
| 大澤 弘典 (中野区立第二中) | 風間喜美江 (荒川区立南千住二中) |
| 金栄 晃弘 (荒川区立第三中学校) | 高山 康史 (江戸川区立清新二中) |
| 小嶋 節雄 (元新宿区立戸山中) | 小林 博 (都立教育研究所) |
| 近藤 和夫 (稲城市教育委員会) | 斎藤 圭祐 (利島村立利島中) |
| 須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中) | 関 富美雄 (渋谷区立本町中) |
| 高村 真彦 (保谷市立明保中) | 田中 千穂 (足立区立蒲原中) |
| 塚本 桂子 (荒川区立南千住二中) | 橋爪 昭男 (大田区立大森第六中) |
| 半田 進 (山口大学教育学部) | 村田 弘恵 (港区立朝日中) |
| 森 由紀男 (台東区立台東中) | 山本 恵悟 (足立区立蒲原中) |
| 吉田 直樹 (中野区立第七中) | 吉田 裕行 (町田市立成瀬台中) |