「変化の割合」の指導について

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

１．研究の経過とねらい

本委員会では、平成１２年度まで、中学校関数指導について具体的・実践的な指導計画や指導案を作成し、授業を通して実証的に検討を行ってきた。また、各学年における評価の観点と評価問題の作成、実施、検討も行った。それらの研究の経過を経て関数カリキュラムを検討していく中で、評価問題の実施結果から「変化の割合」の理解が弱いことが明らかになった。

そこで、平成１３年度[(1)]より「変化の割合」の意味の理解や、その概念の育成をねらいとして、研究授業を通して指導内容・指導計画等の研究を進めている。

第２学年における「変化の割合」の指導では、その概念や意味を理解させることをねら

いとした。１次関数の定義の指導後、「変化の割合」の定義を形式的に与えるのではなく、具体的な事象の考察を通して、「変化の割合」の概念や意味を理解させる指導を丁寧に行った。

第３学年において、「変化の割合」の概念や意味の理解をさらに深めさせる指導を考えた。「変化の割合」を求めるときに、そのよさや必要性がわかる、より適切で具体的な事象の課題を扱うことにした。さらに、具体的な事象を通して変化のようすを調べ、さまざまな区間の「変化の割合」を求めるような指導の工夫を行った。

今回第１学年に焦点をあて、「変化の割合」の概念を育成する指導を考えた。

２．研究内容

（１）第２・３学年での「変化の割合」の指導

これまでの第２学年の指導では、「変化の割合」の定義を含め、「変化の割合」の指導を１次関数の定義の指導直後に行うのが普通であった。これでは、「変化の割合」の意味の理解が不十分なままグラフの指導に入るため、「変化の割合」「グラフの傾き」「ｙ＝ａｘ＋ｂのａの意味」がばらばらの知識となり、それぞれが一体化した理解にまで至らない生徒が多くいる現状があった。

そこで、「変化の割合」の概念や意味を理解させることをねらいとして、次のような視点で指導内容と指導計画の見直しを行った。

第２学年

ア．離散量と連続量の２つの課題を扱う。

イ．具体的な事象を通して、変化のようすを調べ、「変化の割合」の意味を理解させる。単に形式的な「変化の割合」を求めるだけの指導は行わない。

ウ．「変化の割合」の定義の指導は、その意味を理解する学習の後で行う。

エ．「変化の割合が一定である」ことを丁寧に指導する。

オ．「変化の割合が一定な関数のグラフは直線である」ことを丁寧に指導する。

つまり、１次関数の定義の指導後、「変化の割合」の定義を形式的に与えるのではなく、具体的な事象「水槽から水の出し入れによる水位の変化」の課題の考察を通して、「変化の割合」の概念や意味を理解させる指導を丁寧に行った。さらに、グラフの指導を行い、「変化の割合」の概念が高められていくなかで、「変化の割合」の定義を行った。

この指導により、「どの区間においても『変化の割合』が等しいこと、つまり『変化の割合』が一定であること」や、「『変化の割合』がｙ＝ａｘ＋ｂのａの値と等しいこと」を理解させ、「変化の割合」「グラフの傾き」「ｙ＝ａｘ＋ｂのａの意味」が一体化した理解にまで至った生徒が多くなった。

第３学年では、第２学年と同様に「変化の割合」が「ｙ＝ａｘ^{2}のａ」と混同している生徒や、そのグラフ上での「変化の割合」の意味について理解していない生徒が多い現状があった。

そこで、第３学年においても、具体的な事象の考察を通して、関数ｙ＝ａｘ^{2}における「変化の割合」の概念や意味の理解を深めさせることをねらいとして、指導内容と指導計画の再検討を行った。

第３学年

ア．「変化の割合」を求めるときに、そのよさや必要性がわかる、より適切で具体的な事象の課題を扱う。

イ．具体的な事象を通して、変化のようすを調べ、さまざまな区間の「変化の割合」を求めるような指導の工夫を行う。第２学年で学習した「変化の割合」の意味や求め方を振り返らせ、関数ｙ＝ａｘ^{2}では１次関数の場合と違って、その「変化の割合」は一定ではないことを扱う。

ウ．「平均の速さ」の考えを通して、「変化の割合」の理解を深める指導を行う。これまでの速さの概念から平均の速さの概念へと高まる学習内容を丁寧に扱う。

エ．関数ｙ＝ａｘ^{2}では区間の幅が同じとき、それぞれの区間の「変化の割合」が等しくないことを意識させる。

オ．関数ｙ＝ａｘ^{2}において、ｙの増加量が同じでもｘの増加量やその「変化の割合」と同じとは限らないことを扱う。

カ．関数ｙ＝ａｘ^{2}において、「変化の割合」が同じ場合の意味を扱う。

具体的な事象として、「自転車（平均の速さ）」「数直線上を原点Ｏを基準に動く点Ｐと、ＯＰを一辺とする正方形の面積」に関する課題を扱った。この指導により、「変化の割合」の意味を具体的な場面で視覚的にとらえさせ、実感させることができた。さらに、関数ｙ＝ａｘ^2 の「変化の割合」の意味を、変化の割合が一定である関数と比較することで、理解を深めさせることができた。

（２）第１学年における「変化の割合」の概念育成のためのレディネス

第２，３学年の指導を考えていく中で、「変化の割合」の概念の獲得には難しいものがあると感じる。変化をとらえることも大変な苦労があり、割合の概念も小学校以来生徒は困難性を感じている。例えば、以下の調査問題や国際調査ＰＩＳＡの結果からもそれがうかがえる。

①１次関数に関する実態調査より

（調査対象）　都内公立Ａ中学校　第３学年生徒６５名

（調査年月日）　平成１６年１１月１６日（３年の関数の指導前）

調査問題[(2)]

ｙはｘの１次関数で、次のような値をとっている。空欄にあてはまる数を答えなさい。

x	１	２	・・・	４	・・・	７
y	－１	１	・・・	$\boxed{ア}$	・・・	$\boxed{イ}$

（調査結果）	ア・・・５（正答）	６３％		イ・・・１１（正答）	６２％
	３（誤答）	１８％		６（誤答）	１４％
	２（誤答）	１１％		５（誤答）	４％
	その他の誤答	５％		その他の誤答	１５％
	無答	３％		無答	５％

対応するｘ，ｙの増加量を考えずに、ｙの値の規則性のみにとらわれた回答と考えられるものが多い。ここには、変化や対応という見方がいかされていないし、割合の概念までには至っていないと考えられる。

②小学校の割合に関する実態調査より

（調査対象）　都内公立Ｂ中学校　第１学年生徒１５７名

（調査年月日）　平成１７年４月１１日（中学校入学後）

調査問題１

５分間に１８０枚の速さで印刷する印刷機があります。
１時間印刷すると何枚印刷できますか。

（調査結果）	２１６０枚（正答）	５３％	
	１０８００枚（誤答）	１５％	１８０×６０と考えた
	３６枚（誤答）	８％	１８０÷５と考えた
	９００枚（誤答）	３％	１８０×５と考えた
	その他の誤答	２０％	
	無答	１％	

調査問題２

１．５ｍで５７０円の布があります。
この布を３．５ｍ買うと、代金は何円でしょうか。

（調査結果）	１３３０円（正答）	２９％	
	１９９５円（誤答）	１９％	５７０×３．５＝１９９５と考えた
	１４２５円（誤答）	６％	５７０×２＝１１４０ １１４０＋５７０×０．５＝１４２５ と考えた
	１７１０円（誤答）	５％	５７０×３＝１７１０と考えた
	１１４０円（誤答）	４％	５７０×２＝１１４０と考えた
	その他の誤答	２４％	
	無答	１３％	

１あたり量が意識されていないもの、もとにする量と比べる量を取り違えたもの、単純にかけ算をするものなど、割合の考えが十分に理解されていないと考えられる。

また、小数倍の概念が十分に理解されていないとも考えられる。

③経済協力開発機構ＯＥＣＤによる生徒の学習到達度調査ＰＩＳＡの結果より

（調査対象）　高校１年生　約４７００名(3)

設問１

春夫さんの歩数は１分後に７０歩です。この公式を春夫さんの歩行にあてはめると、春夫さんの歩幅はどれくらいですか。どのように考えたかも示してください。

設問２

博さんの自分の歩幅が０．８０ｍであることを知っています。公式を博さんの歩行にあてはめます。博さんの歩く速度は１分あたり何ｍか、１時間あたり何ｋｍかも求めてください。どのように考えたかも示してください。

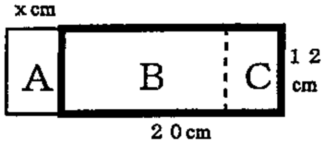
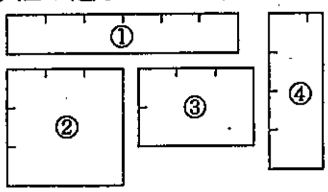
『「変化と関係」領域からの出題で、2000年と2003年に出題している。設問１はOECD平均では２％向上しているが、特に日本の場合、2000年（H12）46.1％→2003年（H15）40.9％と5.2％低下している。設問２は、OECD平均では1.7％向上しているが、日本は37.2％→33.9％と3.3％低下している。』(3)

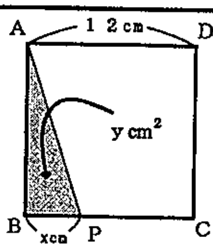
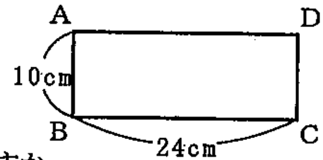
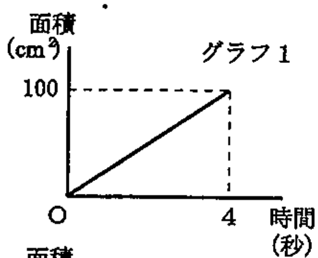
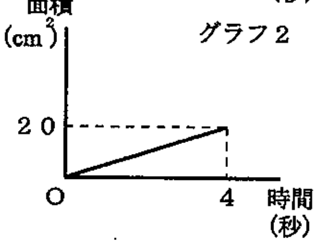
また、小学校の学習指導要領において、以前は扱っていた「比の値」「縮図や拡大図」を扱わなくてもよいことになった。このことや上記の調査結果を踏まえ、「変化の割合」の概念や意味を深く理解させるためには、第１学年から先を見通した指導を行うことが必要であると考えた。

以上より、「変化の割合」の概念を育成するために、第１学年において、**比や割合の概念を育成し、ｙ＝ａｘのａの意味の理解を深め、「変化と対応」の見方を養うような指導のあり方を考えていくことにした。**

（３）第１学年「変化の割合」の概念育成のための指導

① 第１学年 指導計画

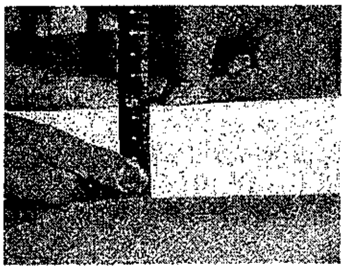
時数	項目	学習内容
1	ともなって変わる量	［課題］封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。 ① 変化する量・変化しない量をあげる。 （i） 引き出した長さと周囲の長さとの関係を調べる。 ｙ＝２ｘ＋６４ （ii） 引き出した長さとＡの部分の面積との関係を調べる。 ｙ＝１２ｘ ② 「変数」を定義する。
2		（iii） 引き出した長さと全体の面積との関係を調べる。 ｙ＝２４０＋１２ｘ （iv） 引き出した長さとＢの部分の面積との関係を調べる。 ｙ＝２４０－１２ｘ ③ 「ｙはｘの関数である」ことを定義する。 ④ 「変域」を定義する。
3	さまざまな関数	［課題例］１枚の紙を２つに折って切り、さらに重ねて２つに折って切っていく。これを繰り返す。１０回切ったとき、紙は全部で何枚になりますか。 ① いろいろな解き方を発表する。 ② 紙の枚数が、切った回数の関数であることを確かめる。
4	関数ｙ＝ａｘ	① ｙ＝２ｘの表をかく。 ② 変域を負へ拡張する。 ③ ｙ／ｘ の意味について理解する。 ④ 「ｙはｘに比例する」ことを定義する。
5		① ｙ＝９０ｘとｙ＝２ｘ＋１８０とを比較する。 ② 水が減っていく例を使って、ｙ＝－２ｘを調べる。
6	比例定数の意味	（本時）
7	関数ｙ＝ａｘのグラフ	① ｙ＝２ｘの表をかく。 ② 表を、負へ拡張する。 ③ 座標を負へ拡張し、グラフをかく。 ④ 点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。 ⑤「座標軸,原点,ｘ軸,ｙ軸,ｘ座標,ｙ座標」の用語を与える。
8		① いろいろな比例のグラフをかく
9	練習問題	・変域の表し方　・座標について　・式の決定
1 0	反比例とそのグラフ	［課題］右の４つの長方形の中で一つだけ他と違うものがあります。どれでしょうか。 ① 面積が６cm^2である長方形について調べる。 ② ｙ＝６／ｘについて調べる。 （ｘの変域を負へ拡張する） ③ ｙ＝－１２／ｘについて調べる。 ④ 「ｙはｘに反比例する」ことを定義する。
1 1		① ｙ＝６／ｘ のグラフをかく。 ② ｙ＝－１２／ｘ のグラフをかく。 ③ 双曲線を定義し、ｙ＝ａ／ｘのグラフの特徴をまとめる。
1 2		［課題］Ａ地からＢ地までの道のりを、行きは時速４㎞の速さで５時間歩きました。 ① 帰りは時速ｘ㎞の速さでｙ時間歩いたとするとき、ｙをｘの式で表しなさい。

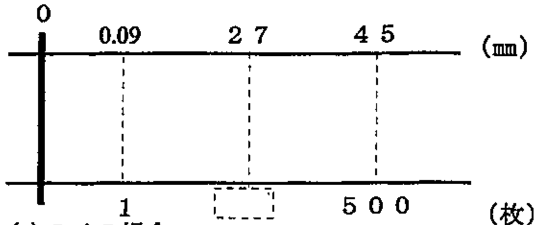
		② ｘとｙの関係や比例定数２０の意味について考える。 ③ 帰りには、時速３kmの速さで歩いたとすると、かかった時間はどれだけですか。 ④ １組のｘ，ｙの値から立式をする。
１３	関数の利用	［課題］右の図のような正方形ＡＢＣＤがある。点Ｐは辺ＢＣ上を出発してＣまで動く。ＢＰの長さがｘcmのとき、△ＡＢＰの面積をｙcm^2とする。 ｘとｙとの関係を調べてみよう。  ① ｘとｙとの関係を判定し、理由を発表する。 ② ｘ，ｙの変域を求める。
１４	（グラフのよみ）	［課題］花子さんと太郎君は、Ａ駅から３６００ｍ離れたＢ公園に行きました。花子さんは自転車で、太郎君は歩きました。 下のグラフは、２人がＡ駅から出発してから途中までの２人の動くようすを表したものです。 このグラフからどのようなことがわかりますか（グラフ略） ① わかることを発表する。 ② グラフを使って問題を解決する。 ［１］出発してから１０分後の地点で花子さんは本を落とした。その本を太郎君が拾うのは、出発してから何分後になるかを調べる。 ［２］花子さんと太郎君との差が１８００ｍになるのは出発してから何分後になるかを調べる。 ③ 新たにグラフを加えて、わかることを発表する。 ④ 往復運動や休憩をとった場合にグラフはどのようになるかを考え発表する。 ⑤ Ａ駅から３６００ｍ離れたＢ公園までの道のりを動くようすをグラフに表して、問題を作る。
１５	問題演習	問題練習とレポートの説明
１６	発表会	レポートの発表・討論、相互評価
発展的課題	関数の利用	［課題］右の図のようなＡＢ＝１０cm ＢＣ＝２４cmの長方形がある。２点Ｐ，Ｑは辺ＢＣ上を動くものとする。ただし、点Ｐは毎秒３cmの速さで頂点Ｂを出発し、頂点Ｃまで動く。  このとき、点Ｑはどのように動きますか。 ① 点Ｑがどのように動いているか、思いつくままに発表する。 ② 点Ｑがどのように動いたか知るには何がわかればよいか考える。 ［１］条件１を与える。 ［条件１］グラフ１は点ＰがＢを出発してから４秒までの時間と△ＡＢＱの面積との関係を表したグラフである。このとき、点Ｑはどのように動きましたか。  ③ 条件１から、点Ｑがどのように動いたかを考える。 ［２］条件２を与える。 ［条件２］グラフ２は点ＰからＢを出発してから４秒までの時間と△ＡＰＱの面積との関係を表したグラフである。このとき、点Ｑはどのように動きましたか。  ④ 条件２から点Ｑがどのように動いたかを考える。

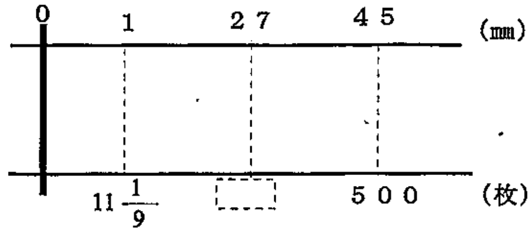
②第１学年第６時　指導案

本時のねらい

- ともなって変わる２つの数量から、関数関係を見出す。
- 関数関係を表、式を使って表し、比例の意味を理解する。
- 変化の割合を理解するための、素地的な学習の形成過程を把握する。

学　習　活　動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指導上の留意点
課題を把握する	課題場面 １．写真を提示する。 （５００枚重ねると４５㎜の高さになる同質の紙の写真）  ２．３００枚の紙の束を用意し、生徒に提示する。	・写真からよみとれるものを、生徒に考えさせる。 ・３００枚の用紙を用意する。（高さは２７㎜）
実物から予想を立てる	⑴実際に何枚あるか、実物から予想しなさい。 ア　数える イ　高さから求める ウ　重さから求める	
実測する	⑵実際に高さを測定し、何枚あるかを調べてみましょう。 ア　（みんなの前で測定して）「２７㎜ありました。」 ⑶実際に何枚あるか考えてみましょう。 ア　１枚あたりの厚さから ４５÷５００＝０．０９　㎜／枚 ２７÷０．０９＝$\boxed{300}$　枚 イ　１㎜あたりの枚数から ５００÷４５＝１００／９　（枚／㎜） １００／９　×２７＝$\boxed{300}$　（枚） ウ　４５と２７との関係から ４５㎜　→　５００枚 ２７㎜　→　$\boxed{300}$枚 エ　厚さ９㎜（４５と２７の最大公約数９）のときを利用して ４５㎜　→　５００枚 ならば　５で割って ９㎜　→　１００枚 厚さが２７㎜のときは３倍すればよいから ２７㎜　→　$\boxed{300}$枚 オ　もとの量に比の値をかけて $500\times\frac{27}{45}=\boxed{300}$（枚）	・内容を板書し、整理する。 ・500 枚…45 ㎜ $\boxed{}$ 枚…27 ㎜

<table>
<tr>
<td>考え方を表現する</td>
<td>(4)　(3)の考えを数直線を使って整理しよう。
ア　(3)のアの場合


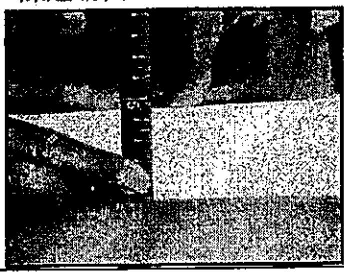
イ　(3)のイの場合

</td>
<td>・左のような図をかき、小学校での学習を思い出させる。</td>
</tr>
<tr>
<td>関係を意識する</td>
<td>(5)　紙の厚み(高さ)と枚数の関係を考えてみよう。
ア　比例している
イ　高さが2倍になると、枚数が2倍になる</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>表に表す</td>
<td>(6)　紙の厚み（高さ）xmmと紙の枚数y枚の関係を表にしてみよう。
ア<table><tr><td>紙の厚み　xmm</td><td>0</td><td>27</td><td>45</td></tr><tr><td>紙の枚数　y枚</td><td>0</td><td>300</td><td>500</td></tr></table>イ<table><tr><td>紙の厚み　xmm</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>紙の枚数　y枚</td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td>
<td>・表がつくれない生徒には、わかるところを埋めてみるように勧める。
(例) x＝9のとき
y＝100</td>
</tr>
<tr>
<td>式に表す</td>
<td>(7)　yをxの式で表そう。
$y=\frac{100}{9}x$
(8)　$\frac{100}{9}$ の意味について考えよう。
ア　1mmあたりの紙の枚数
イ　高さが9mm増すと枚数が100枚増える</td>
<td>・紙の枚数は、紙の厚みに比例することを確認する。</td>
</tr>
</table>

③第１学年第６時研究授業の授業記録

◎対象：町田市立成瀬台中学校１年２組　男子１６名 女子１６名 計３２名
◎授業実施：平成１７年２月１０日　第６校時
◎授業者：町田市立成瀬台中学校　　吉田　裕行　教諭

Ｔ：今日はこれからある写真を配ります（写真を配布する）
　この中にある数量に注目してください。何が見える？
Ｐ：定規
Ｐ：数字
Ｐ：手、爪
Ｐ：４．５
Ｔ：単位は？
Ｐ：４．５ｃｍ
Ｔ：他にはあるかな？
Ｐ：紙
Ｐ：何枚あるんだろう

課題場面



（５００枚重ねると４５㎜の高さになる同質の紙の写真）

(1)　Ｔ：実際に何枚あるでしょうか？予想してみましょう。
Ｐ：４５０枚
Ｐ：５００枚
Ｔ：写真の紙は普段学校で使っているもので、この一かたまりです。
（紙を一束［５００枚］提示する）この一かたまりは、５００枚あります。
そして、これと同じ紙をこれだけを持ってきました。（３００枚分を提示）
Ｐ：それは何枚あるのですか？
Ｔ：どうしたらわかるかな？
Ｐ：数える。
Ｐ：はかる。
Ｐ：さっきみたいに定規で測る。
Ｔ：他にはないかな？
Ｐ：重さをはかる。
(2)　Ｔ：そうですね。でも今は重さをはかるものがないからわからないね。
それでは、定規で測ると答えた人がいるので実際に定規で測ってみましょう。
Ｐ：（代表の生徒が前に出てきて、紙の束の厚みを測って）２７mmです。
(3)　Ｔ：それじゃ、何枚あるでしょうか？
（と言って、右のように板書する）
ノートにどう考えたかわかるように書いてください。

板書

４．５㎝→４５㎜	５００ 枚
２７㎜	$\boxed{}$ 枚

Ｐ：式を書いていいの？
Ｔ：書いてもいいですよ。
（どうしてやったらよいか分からない生徒へのアドバイス）
５００枚で紙の高さが４５mmなのはわかる。そして、同じ紙の別のかたまりを持ってきた。これがいったい何枚あるか。ヒントになるのは、この高さは２７

mmだということ。

Ｔ：１１.１１１・・・とか、０.０９という数が出てきましたね。枚数は３００枚とか２９７枚とかが出てきています。みんなで一緒に考えましょう。

Ｔ：１１.１１１・・・という数が出てきた人？

Ｐ：(３０人挙手)

Ｔ：どのような計算で出てきましたか？

Ｐ：５００÷４５

Ｔ：分数で表すと？

Ｐ：$\frac{500}{45}$ で、約分すると $\frac{100}{9}$ 帯分数にすると $11\frac{1}{9}$

Ｔ：これは何を表すのですか？

Ｐ：紙の高さ１mmあたりの紙の枚数

Ｔ：自分もこうだと思っていた人？

Ｐ：(１０人挙手)

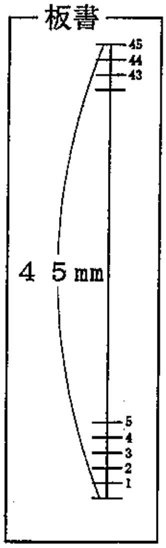
Ｔ：５００や４５の単位は何ですか？

Ｐ：５００は枚で、４５はmm。

Ｔ：５００枚あるのを４５でわる。これはどういう意味ですか？

Ｐ：・・・

Ｔ：４５でわる理由はわかりますか？ １目盛りあたりの枚数は何枚になっているのかな？（と言って、右のような図を板書）



Ｐ：$\frac{100}{9}$枚

Ｔ：紙の枚数だから、本当は自然数なんだけどね。

Ｔ：０.０９という数が出てきた人？

Ｐ：(４人挙手)

Ｔ：０.０９は何を表していますか？

Ｐ：紙１枚あたりの厚さ

Ｔ：自分もそうだと思った人？

Ｐ：(９人挙手)

Ｔ：ところで、２９７枚と３００枚の両方の意見があるんだけれど、２９７枚になった人は、どうして２９７枚になったかを答えてもらえますか？

Ｐ：５００÷４５＝１１で、１１×２７＝２９７

Ｔ：何で１１にしたの？

Ｐ：わり切れないから、約１１で考えた。

Ｐ：同じだけど、それを四捨五入して３００にした。

Ｔ：小数にしないで、分数で表して約分してみたらどうですか？

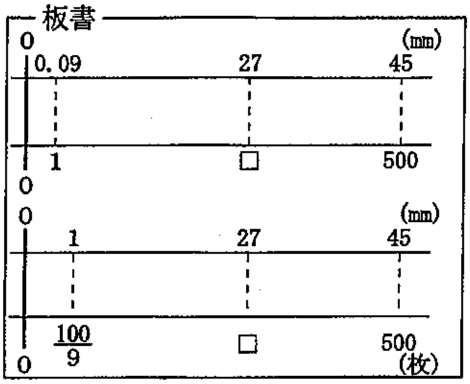
$$\frac{\cancel{500}^{100}}{\cancel{45}\ \cancel{9}_{1}} \times \cancel{27}_{3} = 300$$

Ｐ：３００枚になった。

Ｔ：では、３００枚でいいですか？

Ｐ：(納得する)

(4) T：小学校の時にやったと思うんだけれど
　（と言いながら、右のような図を板書する）



P：数直線

T：５００枚なら４５mm。１枚だったら何mmになる？

P：（反応がない）

T：小学校のときにこのような図をやったことのある人？

P：（１１人挙手）

P：０．０９に何かをかけたら２７になる。

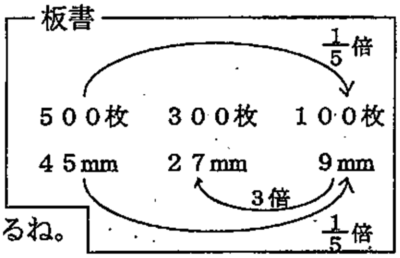
T：（０．０９×$\boxed{}$＝２７　と板書）

P：そこにｘを代入したらいいんじゃない？

(6) T：紙の厚みと枚数の表をつくってみましょう。紙の厚みをｘmm、枚数をｙ枚として、関係を表にしてみて下さい。

--机間支援でのやりとり(5)

T：５００枚で紙の高さが４５mmなのはわかる。そして、同じ紙の別のかたまり１００枚だったら何mmになる？



P：９mm

T：なぜそうなるかな？

P：$\frac{1}{5}$

T：枚数が$\frac{1}{5}$倍だから、厚さも$\frac{1}{5}$倍になっているね。
　９mmで１００枚だから、２７mmだと？（と言いながら上のように書く）

P：３００枚

T：表がかけない人がいるようだけど、まずは今わかっている数量を入れてごらん。
　（と言って、右のように板書する）

板書

紙の厚さ　ｘmm	
紙の枚数　ｙ枚	

P：１mmずつ入れていくのですか？

T：１mmずつ入れなくていいからね。わかっているところだけ取ればいいからね。

P：（前で右のように板書する）

板書

紙の厚さ　ｘmm	０	９	２７	４５
紙の枚数　ｙ枚	０	１００	３００	５００

(7) T：では、ｘとｙの関係を式で表すとどうなりますか。

P：この表から比例だと思って、

　１００ ＝ ９ａ

$$a = \frac{100}{9} \text{だから、} y = \frac{100}{9} x \text{だと思う。}$$

T：$y = 11\frac{1}{9}x$になった人はいますか？

Ｐ：同じだと思う。どっちでもいい。
Ｐ：どっちでもよくないよ。
Ｔ：どうしてこういう式になったの？
Ｐ：９mmのときに１００枚になって、$\frac{100}{9}$は１００：９で、これが１mmのときの枚数だから、これにｘmmをかければ、枚数が出てくる。

(8) Ｔ：実際には$\frac{100}{9}$枚というのはないけれど、どうかな。
Ｐ：ないけれど、仕方がない。
Ｐ：ないけれど、こうするとつじつまが合う。
Ｔ：そうした人は他にいるかな？
Ｐ：（１２人挙手）
Ｐ：表を見たら比例だから。
Ｐ：ｘが９から２７で３倍で、ｙが１００から３００で３倍になっているから。
Ｔ：９から４５で５倍、１００から５００で５倍にもなっているね。
Ｐ：比例の公式ｙ＝ａｘに、ｘ＝９，ｙ＝１００を代入して、

$$100 = a \times 9 \qquad a = \frac{100}{9}$$

Ｔ：式を求める前に、比例だと思った人？
Ｐ：(半数以上、挙手)
Ｔ：そう思ったのはどうしてかな。
Ｐ：表をかいて気づいた。
Ｔ：そうですか。表をかくのはいいことだね。

④第６時の研究協議

授業者から

・同じ内容で他のクラスでも授業を行ったが、今日のを含めて全体に反応がよかった。
・前半の計算にあまり時間をかけすぎると、表をかく時間がなくなってしまう。
・課題場面の写真はあった方がわかりやすいだろう。何をしているかが具体的にわかった方が、子どもの活動は活発になる。
・課題場面の提示の仕方で悩んだ。課題場面にある数量に着目させるためにも、「写真からよみとれる数量をあげなさい」と問いかけてもよかったと思う。500、45、300、27の数値の設定はよかった。
・$\frac{100}{9}$ または $\frac{9}{100}$ という数に注目させることがポイントだと思う。どのようにしてこの数値をだし、この値は何を意味しているか。この流れで考えさせると、１あたり量の考えにつながる。
・表をかくときに悩んでいる子が多かった。「わかっている数値だけで表をつくってもいいよ」という助言が必要だった。どの数値を使って表をつくらせたらいいのか。ｘが０のときはｙは０であることもおさえたい。
・今回は式をつくるときに、比例関係を見つけだして、ｙ＝ａｘに表のなかの１組のｘ、ｙの値を代入してａの値をだす方法がでてきたが、他のクラスではこの方法はなかなか出てこなかった。ふつうはまず言葉の式をつくり、ｘ、ｙに置きかえて、という丁寧な指導が必要である。
・比例関係の確認は、式の形でさせた。前時でやったｙ＝ａｘの式の説明と関連づけられた。

研究協議

〈ねらいについて〉

・ねらいを確認し、共通理解をしておいた方がよい。ねらいの３つ目は検討が必要。
・１あたり量を意識させながらｘ、ｙの関係や式や表を見ることができるようにさせたい。

〈②指導案の(1)～(3)について〉

・今回は高さと枚数の関係だったが、重さと枚数の関係で考えさせてもおもしろい。

〈②指導案の(3)について〉

・300枚を求めるだけではなく、もう１つの厚みから枚数を求めることをさせてから表、式をつくらせてもいいのではないか。
・$\frac{100}{9}$ 約11と考えて計算していた子どもがいた。現実は誤差範囲なので、そこから違った流れで指導ができないだろうか。
・$\frac{500}{45}\times 27$と $500\times\frac{27}{45}$ では式の意味に違いがある。子どもは先に分数の約分をやりたがった。ここで式の意味を考えさせる流れで指導ができないだろうか。
・子どもの興味を引きつけるためにも、紙を数えさせてもいいのではないか。２、３人で分担して数えればあまり時間はかからない。

・100枚で9㎜と考えた子どもがいた。1㎜で $\frac{100}{9}$ 枚だから1×9(㎜)で $\frac{100}{9}$ ×9(枚)、つまり、同じ9をかけることで比例といえる倍関係を言わせる指導ができないだろうか。
・子どもがどの時点で比例を実感するかがわかれば、その後の発問が変わってくると思う。
・直感的な比例の感覚と比例の概念がわかることとは違う。まずは第1段階として、倍関係がとらえられていればいいのではないか。x、yの値で、分数を何倍かして整数にしたり、xを9倍すればyも9倍していることを問うぐらいでいいのではないか。
・下のように、㎜(高さ)が決まれば枚数が決まることから求める子どももいる。1あたり量から求めようとする子どもとそうでない子どもがいた。

x	1	27
y	$\frac{100}{9}$	$\frac{100}{9}$ ×27

〈②指導案の(6)について〉
・ともなって変わる2つの数量から、y／xを見いだし、どのx、yの値の組に対しても、それは一定であることを理解させたい。y＝axのaの値を具体的な場面で見い出させたい。表でいう縦の関係の意識づけもさせたい。
・表の値をこちらで提示せず、yの値が整数値のところからうめていき、徐々に小数値もうめていくようにするとよい。その後に式をつくらせ、「aの値は何を表しているの？」という問いかけをする流れで初めは検討して考えていた。
・表をかかせるタイミングが突然すぎる。自然の流れで表をかくようにするための問いかけや作業があってもよい。
・高さをx、枚数をyと決めずにどんな関係かを言わせることもできる。あえて決めないことで、子どもから多様な考え方をださせてはどうか。
・将来的には知りたいものをyにすることが大事である。
・表のところでつまづいている子どもたちが多かった。表がなくても式をつくることができる子どももいたかもしれない。無理して表から式をつくろうとしなくていいと思う。
・表の値が小さい順ではなく、わかったものからかいている子どもが多かった。最終的にはxの値を左から小さい順にかかせるようにさせたい。
・1あたり量を確認して、表で縦の関係にもふれておくとよい。

〈②指導案の(7)について〉
・式を求めることがこのねらいではない。時間がなかったら式がでなくて仕方がないと思う。
・y＝(きまった数)×x　のような式を、今は小学校ではやらない。このような式を言わせるだけでも大事な活動になる。

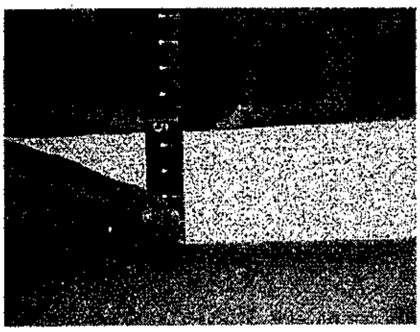
〈②指導案の(8)について〉
・$\frac{100}{9}$ の値は、1あたり量としては11.11･･･、1㎜の枚数が約11枚となる。$\frac{100}{9}$ という表し方は実際的ではないので、問題解決に使うとき違和感があるかもしれない。

〈全体を通して〉
・いろいろな確認をしながら、「18㎜のとき、紙は何枚か」などの練習あった方がよい。

⑤第１学年第６時　改訂指導案

本時のねらい

・ともなって変わる２つの数量から、関数関係を見出し、比例の関係の理解を深める。
・割合や比の問題を、関数の考え方を使って考察し、問題解決を図る。
・関数関係を表、式を使って表し、比例定数の意味を理解する。

学　習　活　動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を提示する	課題場面 （５００枚の）紙の束を見せる。	５００枚の紙の束を実際に生徒に見せる。
枚数を予想する	（１）何枚あると思いますか。 ア　５００枚 イ　３００枚 ウ　１００枚	
実物から枚数とそれを確認する方法を予想する	（２）何がわかれば紙の枚数がわかりますか。 ア　紙の厚み イ　紙の枚数 ウ　紙の重さ エ　紙の体積	
実測する	（３）実物でその厚さが４５㎜、枚数が５００枚であることを確認する。	実物を用いて代表生徒に厚さを読みとらせる。
写真を提示する	（４）（３）のときの様子を撮った写真を提示する。 	写真はあらかじめ用意する。
課題を提示する	課題 （３００枚で厚さが２７㎜の同質の紙の束を提示しながら）これは何枚あるでしょうか。	３００枚で高さが２７㎜の同質の紙の束を用意する。
枚数を予想する	（５）何枚あるかを予想する。 ア　４００枚 イ　３００枚 ウ　２５０枚 エ　３５０枚	
実測する	（６）この束の厚みを測ってみよう。 ア（近くの生徒にもよみとらせ）２７㎜です。	代表生徒を募り、実際に生徒に厚さをよみとらせる。 教師は厚みが２７㎜になるように押さえ方に注意する。

求め方を考え、発表する	（7）紙は何枚あるでしょうか。またその求め方も考えましょう。 ア　紙１枚あたりの紙の厚さを考えて、全体の枚数を求める。（割合の考え方を使う） ５００枚で４５㎜だから１枚あたり０．０９（㎜） ４５÷５００＝０．０９（㎜／枚） 測ってみたら２７㎜だったので ２７÷０．０９＝３００（枚） イ　１㎜あたりの紙の枚数を考えて、全体の枚数を求める。（割合の考え方を使う） ４５㎜で５００枚だから１㎜あたり１００／９（枚） ５００÷４５＝１００／９（枚／㎜） 測ってみたら２７㎜だったので （１００／９）×２７＝３００（枚） ウ　厚さ９㎜（４５と２７の最大公約数９）のときを利用して ４５㎜で５００枚だから、９㎜のときに１００枚になる。 ４５÷５＝９（㎜／１００枚） ２７÷９＝３だから、２７㎜は９㎜の３倍 ９㎜のとき１００枚なので、２７㎜のときの枚数はその３倍になる。 したがって　１００×３＝３００（枚） エ　４５㎜と２７㎜の比を利用して、 $500 \times \frac{27}{45} = 300$（枚）	内容を板書して整理する。 ５００枚…４５㎜ $\boxed{}$枚…２７㎜ 生徒がどのような考え方をしているのか丁寧に観察する。 紙は同質として考えていることを再認識する。例えば、異質の紙が混じっている紙の束を見せて、同質の意味を確認する。
実際に数える	（8）本当に３００枚あるか確認しましょう。何人かで手分けして数えてみよう。 ア　本当に３００枚だ	複数の生徒に分担して、それぞれ数えてもらい、その枚数を合計する。
関係を意識する	（9）紙の厚みとその枚数をいろいろ考えてみよう。 ア　４５㎜のとき　５００枚 イ　２７㎜のとき　３００枚 ウ　　９㎜のとき　１００枚 エ　１８㎜のとき　２００枚 オ　９０㎜のとき１０００枚 カ　５４㎜のとき　６００枚 キ　３６㎜のとき　４００枚	生徒がどう答えてよいかわからない場合は、次のように板書する。 ４５㎜…$\boxed{}$枚 ２７㎜…$\boxed{}$枚
２つの数量の関係を確認する	（10）紙の厚みと紙の枚数はどんな関係になっているのでしょうか。 ア　比例している イ　厚さが倍になると枚数も倍になる	

比例である根拠を考える

(11) どうして比例しているとわかるのですか。

ア　厚さが2倍、3倍になると枚数も2倍、3倍になっている

イ　紙の厚みをx㎜としたときの紙の枚数をy枚とすると式は

$$y=\frac{100}{9}x$$

となり、比例の式になるから

生徒が、x，yを用いたときは、それが何を表しているかを確認する。

表をつくり、これまでの関係を整理する

(12) 紙の厚みx㎜と紙の枚数y枚の関係を表に整理してみましょう。

ア

紙の厚み　x㎜	
紙の枚数　y枚	

イ

紙の厚み　x㎜	45	27	9
紙の枚数　y枚	500	300	100

ウ

紙の厚み　x㎜	9	27	45
紙の枚数　y枚	100	300	500

エ

紙の厚み　x㎜	1	2	3	4	……	9
紙の枚数　y枚	$\frac{100}{9}$	$\frac{200}{9}$	$\frac{300}{9}$	$\frac{400}{9}$	……	100

紙の厚みがx㎜、紙の枚数がy枚ということだけを与え、表は生徒にかかせる。

生徒が表でx＝1のときのyの値をかかない場合には、そのことを確認する。

最終的にはxの値の小さい順にかかせる。

x＝0のときy＝0になることを確認する。

比例定数の意味を考える

(13) $\left(y=\frac{100}{9}x\text{の}\right)$ $\frac{100}{9}$ はどんなことを意味していますか。

ア　1㎜あたりの紙の枚数

イ　高さが9㎜増すと枚数が100枚増える

ウ　$\frac{100}{9}$、$\frac{200}{18}$、$\frac{300}{27}$・・・ の値

エ　比例定数

(11)のイで式がでこない場合は、これまで頻繁にでてきた数値として「100／9はどんなことを意味していますか」と問う。

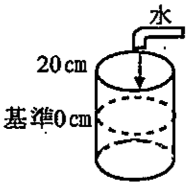
いろいろな発表に対して表で確認する。

（4）第１学年第４時　指導案

本時のねらい

・具体的な事象を通して、比例の関係にある２つの数量を見出し、「ｙはｘに比例する」ことを定義する。

<table>
<tr><th>学　習　活　動</th><th>主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>前時までの確認をする。</td><td>（1）封筒の問題で、引き出した画用紙の長さｘcmとそれにともなって変わる数量ｙとの関係を表した表と式を確認しましょう。

ア　引き出した長さと周囲の長さとの関係
　　ｙ＝２ｘ＋６４
イ　引き出した長さと引き出した部分の面積
　　ｙ＝１２ｘ
ウ　引き出した長さと全体の面積
　　ｙ＝１２ｘ＋２４０
エ　引き出した長さと封筒の中に残った部分の面積
　　ｙ＝２４０－１２ｘ
（表は略）</td><td>この表と式を、模造紙などで掲示できるとよい。これを本時のまとめで再び利用する。</td></tr>
<tr><td>課題場面を把握する</td><td>課題場面
ある水そうに毎分２cmずつ水面の高さが増すように水を入れていきます。

</td><td></td></tr>
<tr><td>２つの数量関係を調べる。</td><td>課題　１
今０分として基準０cmのところまで水が入っています。今から１分後，２分後，３分後，…の水面の高さは何cmですか。

（1）それぞれの水面の高さを求めなさい。

ア　１分後　　２cm
　　２分後　　４cm
　　３分後　　６cm
　　　・
　　　・　　２cmずつ増えていくから
　　　・

（2）今０分としてｘ分後の水面の高さをｙcmとする。
<table><tr><td>時　間　ｘ（分）</td><td></td></tr><tr><td>水面の高さｙ（cm）</td><td></td></tr></table>
このとき、次の表を完成させなさい。
<table><tr><td>時　間　ｘ（分）</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>…</td><td>10</td></tr><tr><td>水面の高さｙ（cm）</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>…</td><td>20</td></tr></table>
（3）完成した表をみて気づくことをあげましょう。
ア　水面の高さは２cmずつ増えている。
イ　時間の２倍が水面の高さになっている。
ウ　水面の高さは１分間あたりの水の増え方に時間</td><td>イ，ウの発言を式化しておく。

（水面の高さ）
＝（時間）×２

（水面の高さ）
＝（１分間あたりの水の増え方）×</td></tr>
</table>

をかけている

（4）xの値が2倍，3倍，4倍，…と変わると，それに対応するyの値はどのように変わるでしょうか。そう考えた理由も述べなさい。

ア　x＝1，y＝2のときを例にあげてxの値を2倍，3倍，4倍，…するとyの値も2倍，3倍，4倍，…となる。

イ　x＝2，y＝4のときを例にあげてxの値を2倍，3倍，4倍，…するとyの値も2倍，3倍，4倍，…となる。

（時間）

課題2
今から1分前，2分前，3分前，…の水面の高さは何cmですか。

表には1分前を－1，2分前を－2と表すとよいことを確認する。

（5）水を入れ始めてからの時間をx分，水面の高さをycmとして次の表を完成させなさい。

時　間 x（分）	
水面の高さ y（cm）	

ア

時　間 x（分）	0	－1	－2	－3	－4	－5	－6	…
水面の高さ y（cm）	0	－2	－4	－6	－8	－10	－12	…

イ

時　間 x（分）	－10	－9	…	－3	－2	－1	0
水面の高さ y（cm）	－20	－18	…	－6	－4	－2	0

生徒から、水そうが空なのは何分前か質問されたときは、10分前までであることを伝える。

（6）完成した表をみて気づくことをあげましょう。

ア　水面の高さは2cmずつ増えている。

イ　xの値が2倍，3倍，4倍，…になるとyの値も2倍，3倍，4倍，…となる。

ウ　時間の2倍が水面の高さになっている。

エ　水面の高さは1分間あたりの水の増え方に時間をかけている

（7）xの値が2倍，3倍，4倍，…と変わると，それに対応するyの値はどのように変わるでしょうか。
また、xとyの値について、y／xの値は何を表しているでしょうか。

ア　x＝1，y＝2のときを例にあげてxの値を2倍，3倍，4倍，…するとyの値も2倍，3倍，4倍，…となる。
イ　x＝2，y＝4のときを例にあげてxの値を2倍，3倍，4倍，…するとyの値も2倍，3倍，4倍，…

	となる。 ウ　２÷１＝２，４÷２＝２，・・・つねに２となる。 ２＝（１分間あたりの水面の高さの増え方） ＝（１分間あたりの水面の高さの増加量）	
ｘとｙとの関係を式にする。	（水面の高さｙ） ＝（１分間あたりの水面の高さの増加量）×（時間ｘ） すなわち　ｙ＝２ｘ	
「ｙはｘに比例する」ことを定義する。	**２つの変数ｘ，ｙの間に** **ｙ＝ａｘ** **の関係が成り立つとき，ｙはｘに比例するという。** **ただし，ａは０でない定数で，このａを比例定数という。**	
「ｙはｘに比例する」ものはｙ＝ａｘの形であることを確認する。	（８）「前時までの確認」で、でてきた式でｙはｘに比例するものはどれですか。 ア　ｙ＝２ｘ＋６４ ｙ＝１２ｘ ｙ＝１２ｘ＋２４０ イ　ｙ＝１２ｘ	ｘが増えればｙが増えるものが必ずしも比例とは限らないことを確認する。

（５）第１学年第５時　指導案

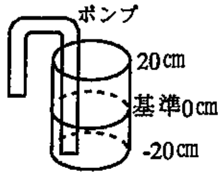
本時のねらい

・比例定数が負の数の場合も比例であることを理解する。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題場面を把握する		

課題場面

右の図ような水そうから、水面の高さが毎分２cmずつ水面の高さが減るように水をぬいていきます。



課題１

１分後，２分後，３分後，…の水面の高さは何cmですか。また１分前，２分前，３分前，…の水面の高さは何cmですか。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
水面の高さを求める。	（１）それぞれの水面の高さを求めましょう。	基準０cmから水面の高さが減ることを－１cm,－２cm,…とすることを確認する。

１分後　…　－２cm

２分後　…　－４cm

・・・・

１分前　…　　２cm

２分前　…　　４cm

・・・

（２）現在を基準０cmとしてｘ分後の水面の高さをｙcmとして、次の表を完成しなさい。

時　間　ｘ（分）	
水面の高さｙ（cm）	

ア

時　間　ｘ（分）	－10	…	－２	－１	０	１	２	…	10
水面の高さｙ（cm）	20	…	４	２	０	－２	－４	…	－20

（指導上の留意点）現在から１分前，２分前，…を－１分，－２分，…とすることを確認する。

イ

時　間　ｘ（分）	０	１	２	３	４	５	…
水面の高さｙ（cm）	０	－２	－４	－６	－８	－10	…

（３）表から気づくことをあげましょう。

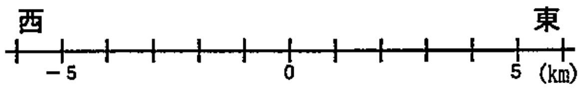
ア　水面の高さは２cmずつ減っている。

イ　時間の－２倍が水面の高さになっている。

ウ　水面の高さは１分間あたりの水の減り方に時間をかけている。

（４）ｙはｘに比例しますか。その理由をいいなさい。

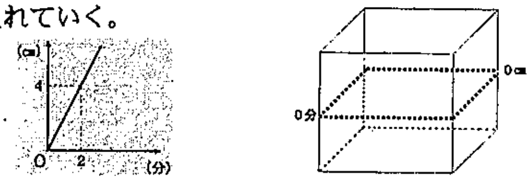
ア　比例しない。
　　ｘは増えているがｙは減っているから。

	イ　比例する。 xが２倍，３倍，…となるとき、yも２倍，３倍，…となっているから。	
	（５）yをxの式で表しましょう。 ア　$y=2x$ イ　$y=-2x$	（４）で$y=-2x$の式が求められた場合は省略する。
比例定数が負の数の場合でも「yはxに比例する」ことを確認する。	（６）$y=-2x$の式と表をみて、気づくことをあげなさい。 ア　xが２倍，３倍，…になるとyも２倍，３倍，…になっている。 イ　yはxに比例している。 ウ　式は$y=ax$の形になっている。	前時の$y=2x$を思い出させ，その特徴にふれる。 $y=2x$のときと同様な特徴を持っていることに気づかせる。
比例定数が負の数の場合をまとめる。	比例定数が負の数の場合も、 $x=0$のとき$y=0$となり，xの値が２倍，３倍，…になるとyの値も２倍，３倍，…になる。	
練習問題を行う。	・練習問題を行う。 次の①～⑤について、yをxの式で表しなさい。 また、比例かどうかを答えなさい。 ①１辺$2x$cmの正方形の周の長さが$y$cm ②１本x円の鉛筆を１２本買うときの代金がy円 ③縦１０cmの長方形で、横が$x$cmのときの面積が$y$cm^2 ④１０００円を出して、１個３０円のアメをx個買ったときのおつりがy円 ⑤西へ毎分２kmで走る電車が、ある地点Ａを通過してからx分後にＡから東へ$y$kmのところを走っている。たとえば、西へ６km行くことは、東へ－６km行くことと同じと考える。 	

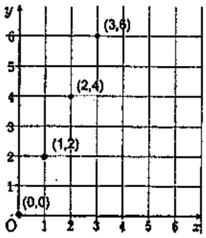
（６）第１学年第７時　指導案

本時のねらい

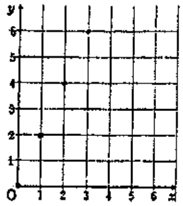
・小学校で学習した○＝２×△のグラフは、ｘ，ｙの値を組とする点の集合とみる。(第1観)
・ｘ，ｙを負の数まで拡張し、ｙ＝２ｘのグラフをかく。
・座標の表し方を理解する。

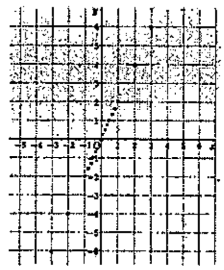
<table>
<tr><th>学習活動</th><th>主な発問と予想される生徒の反応</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>課題を把握する</td><td>課題場面
水そうに、１分間に２㎝ずつの割合で水を入れていく。


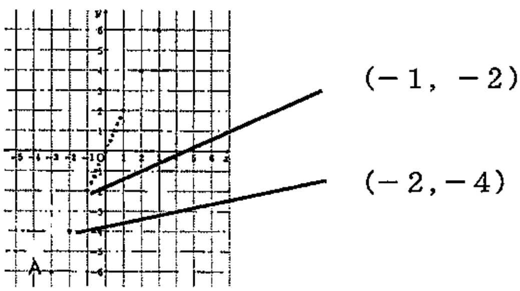
(1) 水面の高さについて、どんなことがいえますか。
ア　だんだん高くなっていく
イ　１分間に２㎝ずつ高くなっていく
ウ　２分間で４㎝になる</td><td>ワークシートを配る。

グラフに着目させる。</td></tr>
<tr><td>ｘとｙの関係を表で表す</td><td>(2) ３分後の水面の高さは何㎝ですか。
ア　６㎝
(3) 表に表してみましょう
ア<table><tr><td>x (分)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>・・・</td></tr><tr><td>y (cm)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>・・・</td></tr></table></td><td>６㎝と答えられる理由を聞く。
グラフ（方眼）用紙を配布し、ｘ，ｙ軸ともに正の軸だけ右上（第１象限の場所）に印刷しておく。</td></tr>
<tr><td>表をもとにしてグラフをかく</td><td>(4) 表の意味をグラフで確認し、ｘとｙの関係を式で表す。
ア

式：ｙ＝２ｘ</td><td>点のプロットの前に、目盛りを等間隔にとることも指導する。
点をとりながら、たとえば(１，２)と書くように指示する。</td></tr>
<tr><td>グラフを負の数へ拡張する</td><td>(5) １分前、２分前、３分前を考えたとき、表はどうなりますか。
ア<table><tr><td>x (分)</td><td>−3</td><td>−2</td><td>−1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>・・・</td></tr><tr><td>y (cm)</td><td>−6</td><td>−4</td><td>−2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>・・・</td></tr></table>
(6) ｘ＝−１、ｙ＝−２となるところはどこですか。
かいてみてください。</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>ア
</td>
<td>アのような反応に対し、点が第１象限からはみだしていることに気づかせ、ｘ軸、ｙ軸のそれぞれを負の方向に延長させる必要性を導く。</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>イ　ｘ軸、ｙ軸をそれぞれ負の方向に延長して点をとる。</td>
<td>イがでなければ教師が示唆する。</td>
</tr>
<tr>
<td>座標軸を定義する</td>
<td>(7) ｘ軸、ｙ軸、座標軸を定義する。</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>ｘの値を細かくとり、グラフが直線になることを確認する</td>
<td>(8) （－２，－４）、（－３，－６）・・・の点をかきいれなさい。
ア　点をプロットする。
イ　プロットした点をすぐに直線で結ぶ。
ウ　ｘ座標とｙ座標の値を逆に考え、かいてしまう。

(9) 点と点の間を定規で結んでいいですか。
ア　いいです
(10) ｘの値を０．２きざみで考え、表をつくり、点をかきなさい。
ア
<table>
<tr><td>x</td><td>-1</td><td>-0.8</td><td>-0.6</td><td>-0.4</td><td>-0.2</td><td>0</td><td>0.2</td><td>0.4</td><td>0.6</td><td>0.8</td><td>1</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-2</td><td>-1.6</td><td>-1.2</td><td>-0.8</td><td>-0.4</td><td>0</td><td>0.4</td><td>0.8</td><td>1.2</td><td>1.6</td><td>2</td></tr>
</table>
</td>
<td>イの反応に対して、理由を問い、(9)へすすむ。ウの反応に対して、点の意味を確認してから再度点をとらせる。

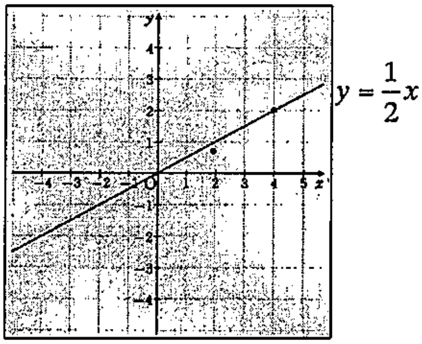
点を細かくとっていくとその点の集合が１つの直線になっていく様子を直感的に理解させる。</td>
</tr>
<tr>
<td>点の位置の表し方</td>
<td>(11) 点の位置の表し方を定義する。
・ｘ＝－２、ｙ＝－４の交点は（－２，－４）と表す。
・座標軸の交点（０，０）の点を原点Ｏと定義する。
・「座標」「ｘ座標」「ｙ座標」という用語を示す。


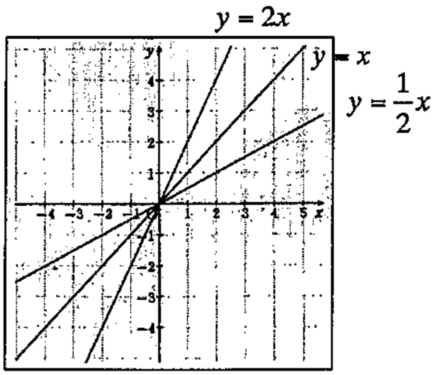
(12) 練習をさせる。
①（２．５，５）、（－３．５，－３）の点をグラフ上にかきなさい。
②グラフ上の点Ａの座標を書きなさい。</td>
<td>座標の定義から本時にかいたグラフにもどり、グラフ上の点の座標を確認する。</td>
</tr>
</table>

（7）第１学年第８時　指導案

本時のねらい

- $y=ax$ について a がいろいろな値をとるときのグラフをかく。
- $y=ax$ のグラフの特徴を知る。

<table>
<tr><th>学習活動</th><th>主な発問と予想される生徒の反応</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>$y=\frac{1}{2}x$ のグラフをかく</td><td>(1) $y=\frac{1}{2}x$ のグラフをかきましょう
ア　表
<table>
<tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>$\frac{3}{2}$</td></tr>
</table>
イ　グラフ

</td><td>・x の値が負の数の場合も忘れずに表を完成させる。
・表で
$x=3$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$
$x=-2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-2)=-1$
などの計算の仕方を確認する。

・かいたグラフのそばに式を記入させる。
・$(1,\frac{1}{2})$、$(2,1)$・・・などの点が正しくとれているか確認する。</td></tr>
<tr><td>$y=x$、$y=2x$ のグラフをかく</td><td>(2) (1)でかいたグラフと同じ座標平面上に、$y=x$ と $y=2x$ のグラフをかきましょう

</td><td>・表をかいてから、グラフをかくことを確認する。

・かいたグラフのそばに式を記入させる。</td></tr>
<tr><td>x の係数が正の数の場合のグラフの特徴を考える</td><td>(3)　$y=x$、$y=\frac{1}{2}x$、$y=2x$ のグラフで気づいたことをあげましょう。
ア　どれも原点を通る直線である。
イ　a の値が大きくなればなるほど、直線が立っていく（y 軸に近づいていく）。
ウ　右上がりの直線である。</td><td>・何を言ってよいか、わからない生徒には「共通点は何ですか」、「違う点は何ですか」を問い、考えさせる。

・右上がりの直線と関連させ、表</td></tr>
</table>

		の増減にもふれる。
$y=ax$ で $a<0$ の場合のグラフをかく	(4) $y=-x$、$y=-\frac{1}{2}x$、$y=-2x$ のグラフをかきましょう。	・(3)で使った紙とは別のものにかかせる。 ・すぐに取りかかれない生徒に対しては、表をかいてからグラフをかくように示唆する。
x の係数が負の数の場合のグラフの特徴をまとめる	(5) $y=-x$、$y=-\frac{1}{2}x$、$y=-2x$ のグラフで気がついたことをあげましょう。 ア　どれも原点を通る直線である。 イ　a の値が小さくなればなるほど、直線が立っていく（y 軸に近づいていく）。 ウ　どれも右下がりの直線である。	
$y=ax$ のグラフの特徴をまとめる	(6) $y=ax$ のグラフの特徴を言ってみましょう。 ・原点を通る。 ・a の絶対値が大きくなればなるほど、傾きぐあいが急になる。 ・$a>0$ のとき 　・右上がりの直線。 　・x の値が増加すると対応する y の値も増加する。 ・$a<0$ のとき 　・右下がりの直線。 　・x の値が増加すると対応する y の値は減少する。	・表の x、y の増減とグラフの形にふれる。

３．今後の課題

本委員会は、一人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり深まるかを、授業実践を通して考察してきた。具体的には、授業の中で、さまざまな学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、次の点について研究を進めていこうと考えている。

（１）３年間を見通した関数カリキュラムを検討し、指導計画を作成したが、その指導計画や指導案を、授業研究を通して実証的に検討する。また、小学校や高等学校との関連を見直す。

（２）「変化の割合」の各学年の適切な指導について検討を続け、指導のあり方、適切な課題を検討していく。

（３）評価問題を実施、考察し、指導計画、指導案、評価規準について見直していく。

（４）各学年において、「数学的な見方や考え方」「関心・意欲・態度」を一層伸ばすような課題を設定した授業を行い、指導のあり方や適切な課題について検討していく。

（５）関数の領域以外や他教科において、関数的な考え方を伸ばすのにふさわしい指導場面について検討していく。そして、それらとの関連を明らかにし、より適切な関数指導を追求する。

[参考・引用文献]

（１）東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会
「１次関数における『変化の割合』の指導について」
〈日数教（埼玉）大会発表資料〉　2001(H13)年
「１次関数における『変化の割合』の指導について」
〈日数教（兵庫）大会発表資料〉　2002(H14)年
「『変化の割合』の指導について」
〈日数教（愛知）大会発表資料〉　2003(H15)年
「『変化の割合』の指導について」
〈日数教（鹿児島）大会発表資料〉2004(H16)年

（２）東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会
「中学校関数指導における評価について」の第２学年・評価問題(その1)の8番の類似問題
〈日数教（東京）大会発表資料〉　1995(H7) 年

（３）磯田正美「第１２回　国際調査ＰＩＳＡの結果から－問題と調査枠組みを中心に－」
明治図書出版「楽しい算数の授業３月号」　2005.3

東京都中学校数学教育研究会　研究部　関数委員会

荒井　幸恵（足立区立蒲原中）	井出　宇郎（大田区立大森第六中）
岩木敬二郎（元板橋区立中台中）	遠藤　國雄（元板橋区立向原中）
風間喜美江（江東区立深川第四中）	小林　　博（調布市立第八中）
近藤　和夫（稲城市教育委員会）	斎藤　圭祐（目黒区立東山中）
茂田　千穂（葛飾区立本田中）	鈴木　大輔（青ヶ島村立青ヶ島中）
須藤　哲夫（元品川区立伊藤中）	関　富美雄（江戸川区立松江第二中）
高村　真彦（荒川区立第九中）	塚本　桂子（大田区立東調布中）
橋爪　昭男（神津島村立神津中）	半田　　進（元弘前大学教育学部）
村田　弘恵（足立区立伊興中）	山本　恵悟（足立区立蒲原中）
吉田　直樹（中野区立北中野中）	吉田　裕行（町田市立成瀬台中）