

「変化の割合」を視点とした 関数カリキュラム

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

	ページ
1. 研究のねらい	1
2. 研究の内容	
(1) 「変化の割合」を視点とした関数カリキュラム	2～ 3
(2) 第1学年における「変化の割合」の概念を育成するための視点	4
(3) 第1学年指導計画	4～ 7
(4) 第1学年第7時の指導	
①指導案	8～ 9
②授業記録	10～11
③研究協議	12～13
(5) 第1学年改訂指導計画	14～17
(6) 第1学年8, 9時指導案	18～19
(7) 第1学年10時指導案	20～21
(資料1) 第2学年指導計画	22～25
(資料2) 第3学年指導計画	26～28
3. 今後の課題	29

1. 研究のねらい

本委員会では、これまでに関数指導において「変化の割合」の意味の理解の指導や、その概念の育成の重要性について継続的に研究をすすめている。そして、「変化の割合」の指導を第1学年から行う必要があることを明らかにし、発表してきた。

関数の学習は、表、グラフ、式で表すことやその活用が大切であるといわれるが、そこにはそれぞれの場面で、「変化の割合」やその素地的な見方や考え方があってこそ、表、グラフ、式が有用に働くことになる。そこで、「変化の割合」を視点とした関数カリキュラムについて研究をすすめる。今回は、第1学年指導計画を「変化の割合」の概念を育成する指導に焦点をあて、授業研究を通して検討し、改訂する。

2. 研究の内容

(1) 「変化の割合」を視点とした関数カリキュラム

本委員会では、次のことを関数指導のねらいとしている。

- ① 身近な具体的事象から、関数関係にある2つの数量を見いだすことができるようにさせる。
- ② 関数関係にある2つの数量の変化のようすや対応のしかたの特徴を調べ、基本的な関数についての特徴を表、グラフ、式などから考察し、理解させる。
- ③ 関数的な見方や考え方により、問題解決を図ることができるようにさせる。

特に、次のことを重視して指導を行っている。

- ・単元の導入段階では、多くの変量を取り出すことができる具体的な課題を提示する。そして、その中の2変量の関係について調べる。
- ・表、グラフ、式などが相互に関連していることを理解し、それらを有機的に使い、変化のようすや対応のしかたをとらえる能力を一層伸ばす。
- ・ひと通りの指導を終えたところで、関数の考えを活用し問題解決を図る時間を設定する。

その中で、中学校関数カリキュラムを作成するにあたって、次のような考察の視点を設けた。⁽¹⁾

1) 第1学年の指導内容について

- ・関数概念を育てていくためには、関数を初めて学習する第1学年において、関数のよさに気づかせたい。そのため、比例にとらわれずさまざまな関数を扱う。
- ・特に、関数の中で比例を中心に学習を行う。反比例は、第3学年の「いろいろな関数」のところで指導する。

2) グラフをよみとる指導について

- ・グラフを利用するよさを実感させるために、グラフをよみとる指導を各学年の指導計画に位置づける。

3) 「変化の割合」の指導について

- ・第1学年では、「変化の割合」の素地を養うために、さまざまな関数を扱う。
- ・第2学年では、「1次関数の値の変化の割合」を扱い、 Δx を意識させ、グラフがなぜ直線になるのかを考えさせ、第3学年で、「変化の割合」を定義する。また、第2、3学年では、具体的な例として「速さ」を扱う。

その後、数年の研究、特に平成16年度以降の研究から、上記の3)については、次のようなことが問題点としてあがり、3年間を通して「変化の割合」の指導の重視していくことが浮き彫りになった。⁽²⁾

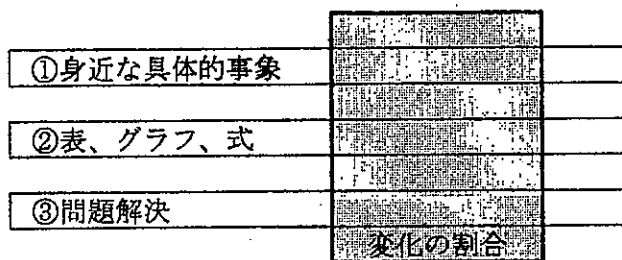
(問題点)

- ・第2学年での指導だけでは「変化の割合」を理解したり、活用したりすることは困難である。
- ・「割合」の概念の難しさ。
- ・「変化の割合」の定義を与え、その計算方法を示す指導だけでは理解が深まらない。
- ・小学校の「割合」や中学校の「変化の割合」の素地的な学習場面はほとんどない。

これらの問題点を解決するために、次のような指導を考えてきた。

- ・第2学年では、1次関数の定義の指導後、「変化の割合」の定義を形式的に与えるのではなく、具体的な考察を通して、「変化の割合」の概念や意味の指導を丁寧に行う。
- ・第3学年において、「変化の割合」の概念や意味の理解をさらに深めさせる指導を行う。「変化の割合」を求めるときに、そのよさや必要性がわかる、より適切で具体的な事象の課題を扱う。さらに、具体的な事象を通して変化のようすを調べ、さまざまな区間の「変化の割合」を求めるといった指導の工夫を行う。
- ・第1学年では、小学校の指導を意識した「変化の割合」の素地的な学習を行い、第2学年への橋渡しを行う。

つまり、各学年とも下図のような考えで、関数カリキュラムを考え、各学年の指導計画、指導内容、指導方法を構成していくことにする。



そして、上記「変化の割合」の概念を育てるためには、指導者が次のような学習段階を意識することが必要である。

これらの学習段階を踏まえ、中学校3年間の関数カリキュラムを考えることにする。

表1 「指導の流れと学習段階」

「変化の割合」の概念を育成する指導の流れ		学習段階	【第1段階】 xの増加量が1の場合	【第2段階】 xの増加量が2, 3…の場合	【第3段階】 xの増加量が横(分数)の場合
		比例 $y=ax$	$\frac{yの値}{xの値} = a$		
	$\frac{yの値-0}{xの値-0} = a$				
	$\frac{yの増加量}{xの増加量} = a$				
1次関数 $y=ax+b$	$\frac{yの増加量}{xの増加量} = a$				
関数 $y=ax^2$	$\frac{yの増加量}{xの増加量}$				

(2) 第1学年における「変化の割合」の概念を育成するための視点

第1学年のこれまでの多くの指導は、比例 $y=ax$ には y の値 / x の値が比例定数 a であることを中心に行われていた。 x が1増加するときの y の増加量が a であることは、表やグラフで確認する程度の指導であった。本委員会では、下の図を意識した指導が必要であると考へた。

比例 $y=ax$ において	$\frac{y\text{の値}}{x\text{の値}} = a$	… *
	↓	
	$\frac{y\text{の値}-0}{x\text{の値}-0} = a$	… **
	↓	
	$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = a$	… ***

以下の課題で、具体的に説明する。

課題

500枚の紙の厚さは40mmです。紙の枚数が x 枚のときの紙の厚さが y mm とするとき、 x と y の関係を調べてみよう。

①表をかき、式を求めよう。

「厚さ/紙の枚数」(*) を考える。

②紙の厚さが8mm増えると紙の枚数は何枚増えるか考えよう。

表から、紙が100枚増加すると8mm増加することから考える。このとき、「厚さ/紙の枚数」(*) でも考えられるが、 y の増加量 / x の増加量 (***) でも考えられる。また増加量を考えさせるとき、はじめは x の値が0からの増加量を考える生徒が多い (**).


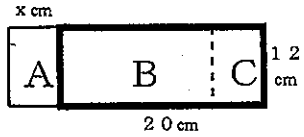
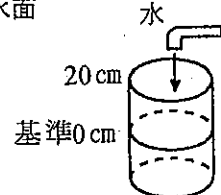
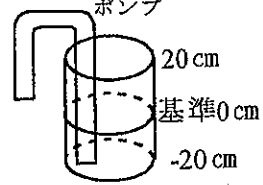
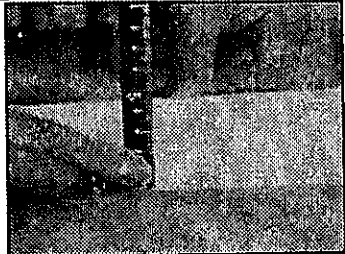
したがって、第1学年では、*から**への指導を具体的な場面を通して丁寧に行うことが重要で、その上で**から***へ高めていく指導を行う必要がある。

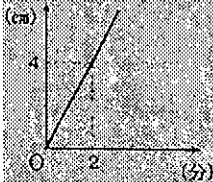
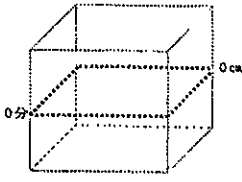
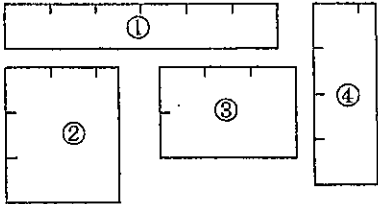
(3) 第1学年指導計画

表1の「指導の流れと学習段階」の視点で、第1学年指導計画を次のように見直した。

- ・具体的な事象を考えるにあたっては、必ず a の意味を確認する。たとえば、第2時の「 $y=240+12x$ 」の「12」は、1cm引き出したときの引き出された画用紙の面積を表していることを言葉で確認する。
- ・「*から**」、「**から***」を意識して指導する。
- ・学習段階を意識して指導する。
- ・学習段階を意識して指導する際、離散量よりも連続量の事象が大切なので、第3時の課題は第1学年で扱わない。
- ・第6、7時「比例定数の意味」の検討を行う。

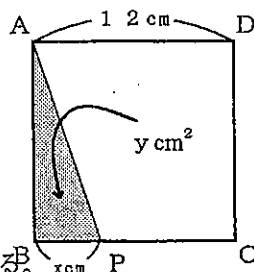
これまでの第1学年の指導計画と改訂指導計画 (P14~16) を示す。

時数	項目	学習内容
1	ともなって変わる量 【第1段階】	<p>[課題] 封筒から画用紙を引き出してゆくと何が変わりますか。</p>  <p>① 変化する量・変化しない量をあげる。</p> <p>(i) 引き出した長さxと周囲の長さとの関係を調べる。 $y = 2x + 64$</p> <p>(ii) 引き出した長さxとAの部分の面積との関係を調べる。 $y = 12x$</p> 
2	【第1段階】	<p>(iii) 引き出した長さxと全体の面積との関係を調べる。 $y = 240 + 12x$</p> <p>(iv) 引き出した長さxとBの部分の面積との関係を調べる。 $y = 240 - 12x$</p> <p>③ 「yはxの関数である」ことを定義する。</p> <p>④ 「変域」を定義する。</p>
3	さまざまな関数 【第1段階】	<p>[課題例] 1枚の紙を2つに折って切り、さらに重ねて2つに折って切っていく。これを繰り返す。10回切ったとき、紙は全部で何枚になりますか。</p> <p>① いろいろな解き方を発表する。</p> <p>② 紙の枚数が、切った回数xの関数であることを確かめる。</p>
4	関数 $y = ax$ 【第1段階】	<p>[課題場面] 右の図のような水そうに毎分 2 cm^3 ずつ水面の高さが増すように水を入れていきます。</p>  <p>① 1分後、2分後、3分後、・・・の水面の高さを調べ、表にまとめる。</p> <p>② 1分前、2分前、3分前、・・・の水面の高さを調べる。</p> <p>③ x分後の水面の高さを $y\text{ cm}$ として、y を x の式で表す。</p> <p>④ 「y は x に比例すること」を定義する。</p>
5	【第1段階】	<p>[課題場面] 右の図のような水そうから、水面の高さが毎分 2 cm^3 ずつ減るように水をぬいていきます。</p>  <p>① 第4時と同じように、表をかいて調べる。</p> <p>② y は x に比例することを確認する。</p> <p>③ 練習問題を行う。</p>
6	比例定数の意味 【第1段階】 【第2段階】	<p>[課題場面] (500枚)の紙の束を見せる。</p>  <p>[課題1] 500枚の紙の厚さは 40 mm です。紙の枚数を調べるとき、実際に数えなくても紙の厚さを調べれば紙の枚数がわかります。他のいろいろ中身の枚数と紙の厚さの関係を表をかいて調べてみよう。</p> <p>[課題2] 紙の厚さが 8 mm 増えると紙の枚数は何枚増えますか。また、紙の厚さが 10 mm 増えると紙の枚数は何枚増えますか。</p>
7	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	(p. 8 ~ p. 9 参照)

8	関数 $y = ax$ の グラフ 【第1段階】	<p>【課題場面】水そうに、1分間に 2 cm ずつの割合で水を入れていく。</p>   <p>① 具体的な場面をもとに表をかく。</p> <p>② 与えられたグラフの意味を確認する。</p> <p>③ 負へ拡張し、グラフを想像する。</p> <p>④ 点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。</p> <p>⑤ 「座標軸、原点、x軸、y軸、x座標、y座標」の用語を与える。</p> <p>⑥ グラフを完成する。</p>
9	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>① 前時の復習を行う。</p> <p>② $y = x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$ のグラフをかく。</p> <p>③ $y = x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$ のグラフの特徴を考える。</p>
10	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>① $y = -x$, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -2x$ のグラフをかく。</p> <p>② $y = -x$, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -2x$ のグラフの特徴を考える。</p> <p>③ $y = ax$ のグラフの特徴を考える。</p> <p>④ 練習問題（変域の表し方、グラフの式の決定 [グラフから、式から])</p>
11	反比例とそのグラフ 【第1段階】	<p>【課題】右の4つの長方形の中で一つだけ他と違うものがあります。どれでしょうか。</p>  <p>① 面積が 6 cm^2 である長方形について調べる。</p> <p>② $y = 6/x$ について調べる (xの変域を負へ拡張する)</p> <p>③ $y = -12/x$ について調べる。</p> <p>④ 「yはxに反比例する」ことを定義する。</p>
12	【第1段階】	<p>① $y = 6/x$ のグラフをかく。</p> <p>② $y = -12/x$ のグラフをかく。</p> <p>③ 双曲線を定義し、$y = a/x$ のグラフの特徴をまとめる。</p>
13	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>【課題】A地からB地までの道のりを、行きは時速 4 km の速さで5時間歩きました。</p> <p>① 帰りは時速 $x\text{ km}$ の速さで y 時間歩いたとすると、y を x の式で表しなさい。</p> <p>② $y = 20/x$ という式から、x と y の関係は何か。比例定数 20 は何を表しますか。</p> <p>③ 帰りには、時速 3 km の速さで歩いたとすると、掛かった時間はどれだけですか。</p> <p>④ 1組の x, y の値から立式をする。</p> <p>⑤ 練習問題を行う。</p>

1 4 関数の利用
【第1段階】
【第2段階】

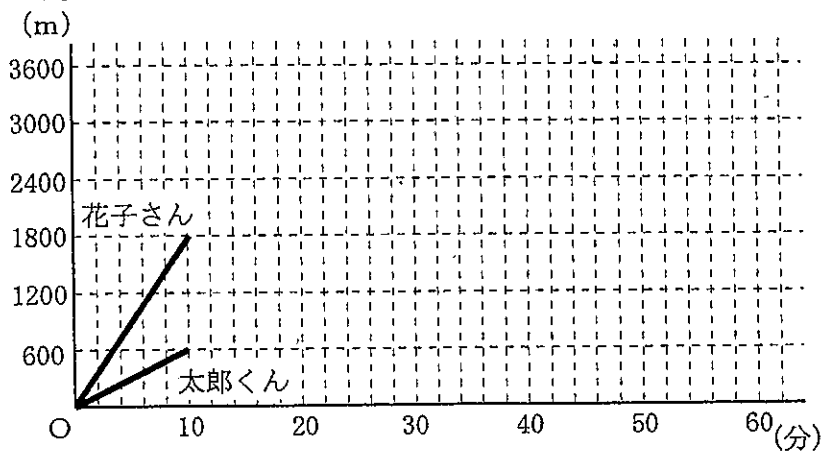
[課題] 右の図のような正方形ABCDがある。点Pは辺Bを出発してBC上をCまで動く。BPの長さが x cmのときの $\triangle ABP$ の面積を y cm^2 とすると、 x と y の間にはどんな関係があるか調べてみよう。



- ① x と y との関係を調べ、その理由も考えよ。
- ② $y = 6x$ の比例定数6の意味を考える。
- ③ 点Pが4 cm動いたときの増える面積について考える。
- ④ x , y の変域を求める。

1 5 (グラフのよみ)
【第1段階】
【第2段階】

[課題場面] 花子さんと太郎君は、A駅から3600 m離れたB公園に行きました。花子さんは自転車で、太郎君は歩きました。下のグラフは、2人がA駅から出発してから途中までの2人の動くようすを表したものです。



- ① わかることを発表する。
- ② グラフを使って問題を解決する。
 - (i) 出発してから10分後の地点で花子さんは本を落とした。その本を太郎君が拾うのは、出発してから何分後になるかを調べる。
 - (ii) 花子さんと太郎君との差が1800 mになるのは出発してから何分後になるかを調べる。
- ③ 往復運動や休憩をとった場合にグラフはどのようなになるかを考え、発表する。
- ④ A駅から3600 m離れたB公園までの道のりを動くようすをグラフに表して、問題を作る。

1 6 問題練習

(4) 第1学年第7時の指導

①指導案


日時 平成21年2月19日(木) 第6校時
 場所 目黒区立東山中学校第2理科室
 対象 目黒区立東山中学校1年D組生徒38名
 授業者 目黒区立東山中学校 斎藤 圭祐

1 単元名 比例と反比例(全16時間扱い 本時 6/16)

2 本時のねらい

- ・ともなって変わる2つの数量(連続量)から、関数関係を見出し、比例の関係の理解を深める。
- ・割合や比の問題を、関数の考え方をを使って考察し、問題解決を図る。
- ・関数関係を表、式を使って表し、比例定数の意味を理解する。

3 展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
課題を提示する	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> 課題 佐渡島の地図の面積を求めよう。 </div>	表に佐渡島の地図を印刷した工作用紙を見せ
面積の求め方を考える	 <p>(1) この面積をどのように求めますか。 ア 方眼を用いてマス目を数える。 イ おおよその形(三角形、四角形、円など)に置き換えて計算する。 ウ 重さを量って求める。</p>	個人でしばらく考えさせる。 ウの方法が出なくても、そのまま進めていく。
面積の求め方を発表する	<p>(2) (1)の方法で実際に班ごとに求めてみよう。 配布された2枚の工作用紙を手にし、作業する。</p> <p>(3) 発表する。 ア 方眼を用いてマス目を数えた班 1 cm²のマスの数 277個 1 cm²に満たないマス目の数 137個 したがって、$277 + 137 \div 2 = 345.5$ (cm²) イ おおよその形に置き換えて計算した班 2つの平行四辺形の和と考えて計算する。 北半分 $10 \times 16 = 160$ 南半分 $8 \times 18 = 144$ したがって、$160 + 144 = 304$ (cm²) ウ 重さを量って求めた班 地図を実際に切り取って量ると、13.8 g ・10 cm四方の正方形の重さは4 g $\square : 13.8 = 100 : 4$ $\square = 345$ ・10 cm四方の正方形の重さは4 g $100 \times 13.8 \div 4 = 345$ (cm²) ・1 gあたりの面積を利用して求める。 5 cm四方の正方形の重さが1 gなので、1 gあたり25 cm²である。だから13.8 gでは $25 \times 13.8 = 345$ (cm²) ・1 cm²あたりの重さを利用して求めようとするが、小さすぎて電子ばかりでは量れずにいる。</p>	教室内に、電子ばかり・定規・電卓・はさみ・白い厚紙・のり・セロハンテープ・三角定規を用意し、自由に使えるようにする。 手のつかない班には、「この部分の面積はいくらか？」と声かけをする。 広さを重さに置き換えて考えようとする班は基準となる広さをいろいろと考えさせる。

表をつくり、これまでの関係を整理する

(4) 面積と重さの関係を表してみましょう。
 $100 \text{ cm}^2 \cdots \cdots 4 \text{ g}$
 $\square \text{ cm}^2 \cdots \cdots 13.8 \text{ g}$

(5) これらを表に整理してみましょう。

ア

面積 (cm^2)	100	\square
重さ (g)	4	13.8

イ

重さ (g)	4	13.8
面積 (cm^2)	100	\square

(6) この表を、もう少しうめてみましょう。

ア

面積 (cm^2)	0	1	25	100	\square
重さ (g)	0	0.04	1	4	13.8

イ

重さ (g)	0	0.04	1	4	13.8
面積 (cm^2)	0	1	25	100	\square

2つの数量の関係を確認する

(7) この表から、面積と重さはどのような関係になっていますか。

- ア 比例している。
- イ 面積が2倍になると重さも2倍になる。
- ウ 重さが2倍になると面積も2倍になる。

比例である根拠を考える

(8) どうして比例だとわかるのですか。

- ア 面積が2倍、3倍になると、重さも2倍、3倍になっている。
- イ 重さが2倍、3倍になると、面積も2倍、3倍になっている。
- ウ 面積を $x \text{ cm}^2$ としたときの重さを $y \text{ g}$ とすると、式は $y = 0.04x$ となり、比例の式になるから。
- エ 重さを $x \text{ g}$ としたときの面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、式は $y = 25x$ となり、比例の式になるから。

比例定数の意味を考える

(9) $y = 0.04x$ の 0.04 は、何を意味していますか。

- ア 1 cm^2 あたりの重さ
- イ 面積が 1 cm^2 増えると、重さが 0.04 g 増える。
- ウ $0.04, 0.08, 0.12, \dots$ の値
- エ 比例定数

(10) $y = 25x$ の 25 は、何を意味していますか。

- ア 1 g あたりの紙の面積
- イ 重さが 1 g 増えると、面積が 25 cm^2 増える。
- ウ $25, 50, 75, \dots$ の値
- エ 比例定数

いくつかの例で増加量を確認する

(11) (例) 粟島を加えると、面積はどれだけ増えるでしょうか。

・ 粟島の重さ : $0.1 \text{ g} \cdot 0.2 \text{ g}$ くらい
工夫して求める。

(例) 佐渡島の湾を埋め立てたとすると面積はどれだけ増えるでしょうか。

・ 埋め立てた部分の重さ : $\bigcirc \text{ g}$
工夫して求める

生徒が、 x, y を用いたときは、それが何を表しているかを確認する。

生徒が、表で1あたり量をかかない場合には、そのことを確認する。
面積が0のとき、重さも0になることを確認する。

(6) の表ができる理由として、工作用紙の厚さが均一であると理想化して考えることを確認する。

いろいろな発表に対して、表で確認する。

新潟県のもう一つの島が粟島であることを説明する。

粟島 9.5 km^2

②授業記録

◎対象：目黒区立東山中学校1年D組 男子22名 女子16名 計38名

◎授業実施：平成21年2月19日（木）第6校時 東山中学校理科室

◎授業者：目黒区立東山中学校 齋藤 圭祐

（生徒は、理科室の実験ができる机に6班に分かれ、座っている。）

T：（地図がかかれた工作用紙を見せ）これを見てください。何でしょう。

S：「県」だ。

S：島だ。

S：佐渡島だ。

T：そうですね。では

(1) この佐渡島の地図の面積を求めましょう。面積をどのように求めるか、方針を立ててみましょう。

S：ガタガタの所をまっすぐだと考えて、およその面積をだせばいいです。

S：外側の大きい長方形をかいて、いらぬ所をひけばいい。

S：マス目を数えて求めればよいです。

T：いろいろ考えられますね。

(2) では、班毎に考えてみましょう。

※ 以下、S12は第1班の第2グループを意味する。

T：（工作用紙を1班2枚ずつ配る。）

T：（はかり・ハサミ・定規・セロハンテープ・画用紙・佐渡島が印刷されているマス目のないA3用紙が置いてある教師用の机を指し）前にいくつかの物があります。これらを利用してかまいません。

T：（机間支援 およそ30分間）

T：（机間支援開始10分後位に、再度、教師用の机を指し）

皆さん、前にある物は、必要なら自由に使っていいのですよ。

（この示唆をした後、S4ははかりを取りに行き、はかりを使う活動になる。）

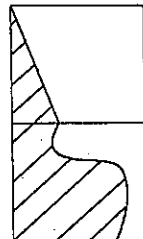
S11：（電卓を取りに行く。）

（右の斜線部分）端数部分を合わせて1マスと数える。

約343cm²

S12：（平行四辺形に近似して考えようとしている。）

S21：（1cm×1cmの正方形を数えた。284個。）



(正方形にならないものは2つで1個にして数える。) 約342cm²

S22 : (重さを量って考えた。25cm²の正方形を切り取り量る。)

25cm² = 1g と偶然見つけた。全体を量ると13.6g。

$$25 \times 13.6 = 340 \quad \underline{340 \text{ cm}^2}$$

S31 : およそ25cm²のブロックに分けたら、14ブロックになった。

$$25 \times 14 = 350 \quad \underline{350 \text{ cm}^2}$$

S32 : (1cm²の正方形を切り取り、量ろうとする。

はかりが0.1g単位でしか量れないので、1cm²では求められないと判断する。1cm²の正方形をはかりに2枚乗せたが、やはり判断できなかった。1cm²の正方形をはかりに3枚乗せたら、はかりが0.1gを示した。この後順次、数を増やしていく。

1cm²の正方形25個で1gとわかった。

25cm² = 1g。全体を量ると13.6g。

$$25 \times 13.6 = 340 \quad \underline{340 \text{ cm}^2}$$

S4 : (佐渡島の地図を切り取る。その重さを量る。また、5×5の正方形を切り取りその重さを量る。)

5×5 = 25 (マス) 25マスは1g。

1÷25 = 0.04で1cm²は0.04gで、佐渡島の形の紙は13.8g。

$$\text{だから、} 13.8 \div 0.04 = 345 \quad \underline{345 \text{ cm}^2}$$

S51 : (右の図のように) 1cm幅に線をひき、1cm幅ごとのそれぞれのマス目を数え、その和を求めた。

$$\underline{365 \text{ cm}^2}$$

S52 : (1マスであるものと、そうでないものに分け組み合わせて1マスと考え、数えた。)

$$\underline{347 \text{ cm}^2}$$

S61 : (曲線を線分に直し、およその面積を考えた) 355.5cm²

S62 : (1マスぴったりは1cm²、微妙なものはすべて0.5cm²として考え、数えた。) 347.5cm²

S6 : (61グループと62グループの平均を出した。) 351.5cm²

(3) 発表する。

(上記S1～S6の内容の発表を行う。)

S : (S6の発表に対し) グループが出した答えがかなりちがっている。

(チャイム)



③研究協議

i) 授業者自評


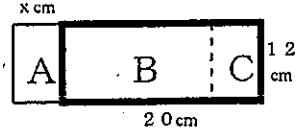
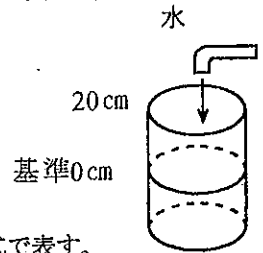
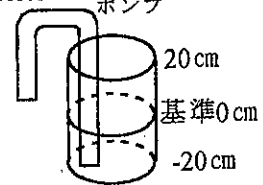
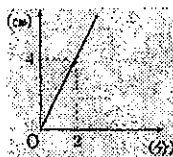
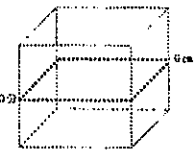
- ・昨日この授業を別のクラスで行い(1回目)、はかりは必要ならば前まで取りに来るような形をとった。6班のうち3班がマス目を数える方法でやっていた。重さを量った班もあった。(考え方: $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$ を量って 1 g 。島の形の工作用紙を量ると 13.8 g 。 $25 \times 13.8 = 345\text{ cm}^2$)
- ・今日、他のクラスで4時間目にも授業をしたが(2回目)、この授業でははかりをあえて提示した。だから、重さに着目する生徒が多く、面積で考えた生徒はいなかった。
- ・課題場面提示の段階で工作用紙を渡して、量ることを指示してしまうと指導者がそれを推奨しているようになるので、それを避け個々に自分たちで考えさせた。
- ・指導案の(6)のア、イ以外の反応も考えられると思う。生徒の反応ではイが多かった。考えやすいようである。(7)(8)は班ごとに考えさせる中ですぐに出てきた。
- ・重さに着目するまでに時間がかかりあせった。

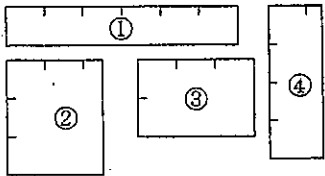
ii) 研究協議

- ・紙を分割してしまった方が、多くの生徒で効率よく作業ができる。
- ・形から面積を考えることも意義ある活動である。
- ・配布する工作用紙を2枚にしたのは、活動には適していた。
- ・グループ活動は1班6人より4人ぐらいがよい。最後は個人で考えることをさせなくてはいけない。今日の授業は1班6人であったがうまくいっていた。班活動の後に個人での活動がある流れはよい。
- ・1班6人での活動の良さを検証していかななくてはいけない。
- ・理科室の机(1テーブル6人)が活動には適していた。
- ・日頃の生活班で行った。お互いを尊重する人間関係ができていてよかった。
- ・提示したものがすべての生徒に見えなかった。課題意識を植えつけるには大事なところであったのに。実物投影機などを使って工夫した方がよい。
- ・指導案(1)で求め方をもっと意見交換させた方がよい。Plan, Do, Check, Actionの「Plan」の段階に時間をかけさせる。班での活動時間が少なくなっても仕方がない。
- ・面積を求めさせるために話題提供の工夫が必要。(動機付け)日本一大きな島ではどのくらいの大きさだろうか? 目黒区と比較してみたら? →面積を出してみよう →面積を出す方法を考える →発表
- ・(指導案の始めの)昨年発表した指導案(福島大会)の「課題場面」は「課題」(「面積を求めよう」)に直してよかった。
- ・プリントの裏に日本地図を印刷し、生徒の意識を高めたらどうか。
- ・指導案(1)ウの重さについてはこちらからは出さず、重さに着目する生徒がいなくても授業を進めてしまってよい。(あせる必要はない)ただその場合はどこかで「もう少し楽に出す方法はないかな?」と重さに目を向ける機会をつくる。ウの考えが出ないと関数としては弱いかもしれないが、マス目に近似することが関数とは無関係ともいいきれない。

- ・事前に発問より想定される生徒の反応をできるだけたくさんあげておいた方がよい。作業に重きをおき、発表は簡単にする。
- ・指導案(4)～(8)は活動の中で出てきた。発表の中で聞いて確認したい。また、式にするところまでは触れておく。
- ・「目黒区の何個分」という1あたり量を意識した考え方までもっていったらよい。
- ・工作用紙の 1 cm^2 が実際の 2.4 km^2 になることを提示し、実際の面積を出させてみたら。 25 cm^2 が 60 km^2 を提示するのもよいが。
- ・本時のねらいは次のように変えるだけでよい。また、評価も入れた方がよい。
 - ・ともなうて変わる2つの数量(連続量)から、関数関係を見出し、比例の関係の理解を深める。
 - ・割合や比に関する課題について、関数の考えを使って考察し、問題解決を図る。
 - ・比例関係を表、式を使って表し、比例定数の意味を理解する。
- ・(11)までは時間の関係でできなかったもので、この課題・内容で2時間扱いとしたい。流れはよかったので改訂指導案はつくらなくてよい。
- ・紙の厚さの課題は離散量であるため、学習段階を考えると連続量である佐渡島の課題を指導する方がよい。

(5) 第1学年 改訂指導計画 ※【 】はP2の学習段階を示している。

時数	項目	学習内容
1	ともなって変わる量 【第1段階】	<p>【課題】封筒から画用紙を引き出していくと何が変わりますか。</p>  <p>① 変化する量・変化しない量をあげる。</p> <p>(i) 引き出した長さxと周囲の長さとの関係 を調べる。 $y = 2x + 64$</p> <p>(ii) 引き出した長さxとAの部分の面積との 関係を調べる。 $y = 12x$</p> 
2	【第1段階】	<p>(iii) 引き出した長さxと全体の面積との関係を調べる。 $y = 240 + 12x$</p> <p>(iv) 引き出した長さxとBの部分の面積との関係を調べる。 $y = 240 - 12x$</p> <p>③ 「yはxの関数である」ことを定義する。</p> <p>④ 「変域」を定義する。</p>
3	関数 $y = ax$ 【第1段階】	<p>【課題場面】右の図のような水そうに毎分2cmずつ水面の高さが増すように水を入れていきます。</p>  <p>① 1分後、2分後、3分後、・・・の水面の高さを調べ、表にまとめる。</p> <p>② 1分前、2分前、3分前、・・・の水面の高さを調べる。</p> <p>③ x分後の水面の高さをycmとして、yをxの式で表す。</p> <p>④ 「yはxに比例する」ことを定義する。</p>
4	【第1段階】	<p>【課題場面】右の図のような水そうから、水面の高さが毎分2cmずつ減るように水をぬいていきます。</p>  <p>① 第4時と同じように、表をかいて調べる。</p> <p>② yはxに比例することを確認する。</p> <p>③ 練習問題を行う。</p>
5	比例定数の意味 【第1段階】 【第2段階】	(p. 8～p. 9 参照)
6	【第3段階】	
7	関数 $y = ax$ の グラフ 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>【課題場面】水そうに、1分間に2cm ずつの割合で水を入れていく。</p>   <p>① 具体的な場面をもとに表をかく。</p> <p>② 与えられたグラフの意味を確認する。</p> <p>③ 負へ拡張し、グラフを想像する。</p> <p>④ 点の位置を座標を用いて表現する。与えられた座標をもつ点をとる。</p> <p>⑤ 「座標軸、原点、x軸、y軸、x座標、y座標」の用語を与える。</p> <p>⑥ グラフを完成する</p>

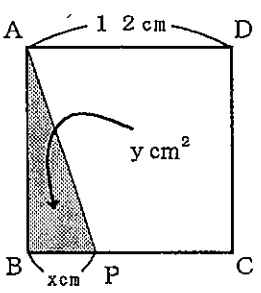
8	<p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>① $y = 2x$, $y = x$, $y = \frac{1}{2}x$ のグラフをかき、気づいたことをあげる。</p> <p>② $y = -2x$, $y = -x$, $y = -\frac{1}{2}x$ のグラフをかき、気づいたことをあげる。</p> <p>③ $y = ax$ のグラフの特徴についてまとめる。</p>
9		<p>④ $y = 2x$, $y = -2x$ のグラフを見て、x が1増加するときの y の増加量はどのように変化しているかについて、その理由も確認する。また、x, y の増加量を確認する。</p> <p>⑤ $y = ax$ のグラフを工夫してかく方法を考える。</p> <p style="text-align: center;">$y = 3x$, $y = -3x$, $y = \frac{2}{3}x$</p>
10	<p>式の決定</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>【課題場面】 高さが30cmの直方体状の空の容器に、一定の割合で水を入れてあります。水を入れて初めてから x 分後の水面の高さを y cmとして、x と y の関係をグラフに表しました。</p> <p>① x と y との関係を考える。</p> <p>② x の変域、y の変域を求める。</p> <p>④ 比例の式を求める練習問題をする。</p> <p>(1) 表から式を求める</p> <p>(2) グラフから式を求める</p> <p>(3) 条件から式を求める</p>
11	<p>反比例とそのグラフ</p> <p>【第1段階】</p>	<p>【課題】 右の4つの長方形の中で一つだけ他と違うものがあります。どれでしょうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>① 面積が 6cm^2 である長方形について調べる。</p> <p>② $y = 6/x$ について調べる (x の変域を負へ拡張する)</p> <p>③ $y = -12/x$ について調べる。</p> <p>④ 「y は x に反比例する」ことを定義する。</p>
12	【第1段階】	<p>① $y = 6/x$ のグラフをかく。</p> <p>② $y = -12/x$ のグラフをかく。</p> <p>③ 双曲線を定義し、$y = a/x$ のグラフの特徴をまとめる。</p>
13	<p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>【課題】 A地からB地までの道のりを、行きは時速4kmの速さで5時間歩きました。</p> <p>① 帰りは時速 x kmの速さで y 時間歩いたとすると、y を x の式で表しなさい。</p> <p>② x と y の関係は何か。比例定数20は何を表すか。</p> <p>③ 帰りは時速3kmの速さで歩いたとすると、掛かった時間はどれだけか。</p> <p>④ 1組の x, y の値から立式をする。</p> <p>⑤ 練習問題を行う。</p>

1 4 関数の利用
 【第1段階】
 【第2段階】

1 5 (グラフのよみ)
 【第1段階】
 【第2段階】

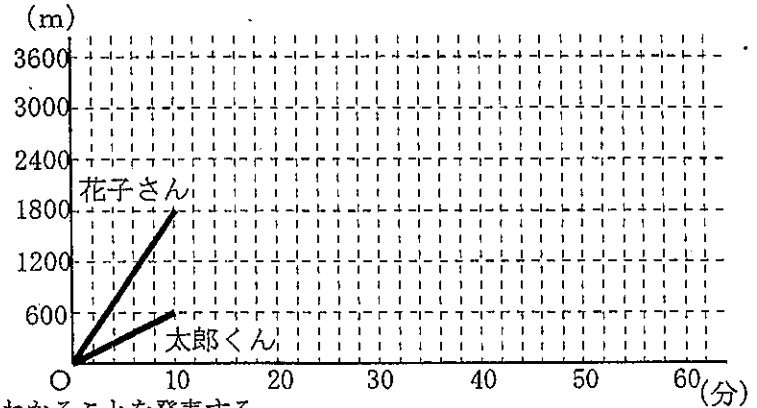
1 6 問題練習

【課題】 右の図のような正方形ABCDがある。点Pは辺Bを出発してBC上をCまで動くBPの長さが x cmのときの $\triangle ABP$ の面積を y cm^2 とすると、 x と y の間にはどんな関係があるか調べてみよう。



- ① x と y との関係を調べ、その理由も考える。
- ② $y = 6x$ の比例定数6の意味を考える。
- ③ 点Pが4cm動いたときの増える面積について考える。
- ④ x, y の変域を求める。

【課題場面】 花子さんと太郎君は、A駅から3600m離れたB公園に行きました。花子さんは自転車で、太郎君は歩きました。下のグラフは、2人がA駅から出発してから途中までの2人の動くようすを表したものです。

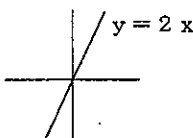
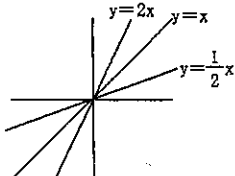
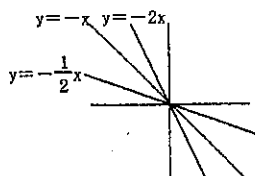


- ① わかることを発表する。
- ② グラフを使って問題を解決する。
 - (i) 出発してから10分後の地点で花子さんは本を落とした。その本を太郎君が拾うのは、出発してから何分後になるかを調べる。
 - (ii) 花子さんと太郎君との差が1800mになるのは出発してから何分後になるかを調べる。
- ③ 往復運動や休憩をとった場合にグラフはどうかを考え、発表する。
- ④ A駅から3600m離れたB公園までの道のりを動くようすをグラフに表して、問題を作る。

(6) 第1学年第8・9時指導案 (2時間扱い)

本時のねらい

- ・ $y = ax$ のグラフをかくとともに、グラフの特徴、変化のしかたを知る
- ・ グラフから x の増加量に対する y の増加量を考察する中で、 a が x 1あたりの y の増加量を表していること、 $(y \text{ の増加量}) / (x \text{ の増加量})$ を表していることを理解する
- ・ $y = ax$ のグラフを手際よくかく方法を考え、その方法でグラフをかく

学 習 活 動	主 な 発 問 と 予 想 さ れ る 生 徒 の 反 応	指 導 上 の 留 意 点																																
<p>$y = 2x$ のグラフをかく</p>	<p>(1) 前時にかいた $y = 2x$ のグラフを完成させましょう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 点が集まり直線となることを理解させる 																																
<p>比例定数 a が、1 や $1/2$ の場合のグラフをかく</p>	<p>(2) (1)でかいたグラフと同じ座標平面上に $y = x$、$y = 1/2 x$ のグラフをかきましょう。</p> <p>ア 表をかいてグラフをかく</p> <table border="1" data-bbox="363 589 864 647"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="363 666 864 724"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1.5</td> <td>-1</td> <td>-0.5</td> <td>0</td> <td>0.5</td> <td>1</td> <td>1.5</td> </tr> </table> <p>イ 表をかかずにグラフをかく</p> 	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y	-3	-2	-1	0	1	2	3	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	<ul style="list-style-type: none"> ・ x の値が負の数の場合も表に記入させる ・ すぐに取りかかれない生徒に対しては、まず表をかくように示唆する ・ x の値に対する y の値の求め方も確認する ・ グラフのそばに式をかくように指導する ・ 何をかいてよいかわからないでいる生徒には「共通点は何ですか」などと問いかけ考えさせる
x	-3	-2	-1	0	1	2	3																											
y	-3	-2	-1	0	1	2	3																											
x	-3	-2	-1	0	1	2	3																											
y	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5																											
<p>比例定数 a が正の数の場合のグラフの特徴を考える</p>	<p>(3) $y = 2x$、$y = x$、$y = 1/2 x$ のグラフで気づいたことをあげましょう。</p> <p>ア. どれも原点を通る直線である</p> <p>イ. a の値が大きくなるほど傾きぐあいが急になる</p> <p>ウ. 右上がりの直線である (y 軸に近づく)</p> <p>エ. x の値が増加すると、y の値も増加する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ エの発表をもとに右上がりの直線であることと関連させて増減について考えさせる ・ (2)とは別のグラフ用紙にかかせる 																																
<p>$y = ax$ で $a < 0$ の場合のグラフをかく</p>	<p>(4) $y = -2x$、$y = -x$、$y = -1/2 x$ のグラフもかきましょう。</p> <p>ア. 表をかいてからグラフをかく</p> <p>イ. 表をかかずにグラフをかく</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 何をかいてよいかわからないでいる生徒には「共通点は何ですか」「違う点は何ですか」などと問いかけ考えさせる 																																
<p>比例定数 a が負の数の場合のグラフの特徴を考える</p>	<p>(5) $y = -2x$、$y = -x$、$y = -1/2 x$ のグラフで気づいたことをあげましょう。</p> <p>ア. どれも原点を通る直線である</p> <p>イ. a の値が小さくなるほど傾きぐあいが急になる</p> <p>ウ. 右下がりの直線である (y 軸に近づく)</p> <p>エ. x の値が増加すると、y の値も減少する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ エの発表をもとに右下がりの直線であることと関連させて増減について考えさせる 																																

$y = ax$ のグラフの特徴をまとめる

(6) $y = ax$ のグラフの特徴について整理してみましょう。

生徒自身にまとめさせる

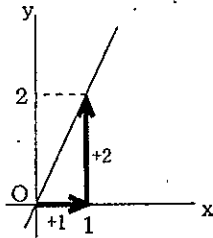
$y = 2x$ のグラフから x の値が 1 増加するときの y の値の変化を考える

- (7) これまでにかいた 6 つのグラフから $y = ax$ のグラフの特徴について発表してもらいましょう。
- ア. 原点を通る
 イ. a の絶対値が大きいほど傾きぐあいが急になる
 ウ. $a > 0$ のとき右上がりの直線で、 x の値が増加すると y の値も増加する
 エ. $a < 0$ のとき右下がりの直線で、 x の値が増加すると y の値は減少する

・生徒の意見を中心にまとめる
 ・考えが出にくい場合にはかいたグラフや気づいたことを振り返えさせる

- (8) $y = 2x$ のグラフみて、 x の値が 1 増加すると y の値はどのように変化していますか。それはなぜですか。
- ア. グラフから 2 増加する
 イ. 式の比例定数から 2 増加する
 ウ. 表から 2 増加する

・ウの意見が出なければ表に矢印で増加量をかきいれる
 ・生徒の意見をもとに、 $x = 0$ からの増加量をグラフや表に矢印でかきこみ、表、式、グラフを関連づける
 ・グラフから増加量を考えながら a の値が x 1 あたりの y の増加量を表していることを確認する

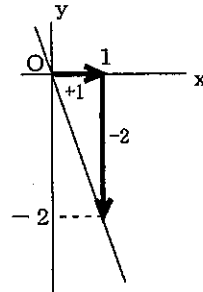


$$\frac{y \text{ の値} - 0}{x \text{ の値} - 0}$$

比例定数 a が他の値 (負の数の場合も含めて) のときの変化についても調べる

- (9) $y = -2x$ のグラフについても同じようにグラフに増加量を矢印でかきいれてみましょう。

・ウの意見に対してはどの 2 点かを問いかける
 ・エの意見に対しては、理由を問い、増加量の考えを引き出す (グラフに矢印をつけ板書)

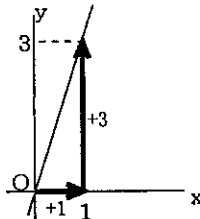


$y = 3x$ のグラフをかく方法を考える

- (10) $y = 3x$ のグラフをどのようにしてかきますか。
- ア. 表をかいて点をとってかく
 イ. 原点と点 (1, 3) を通る直線にかく
 ウ. 2 点をとって、かく
 エ. 原点と、そこから右へ 1、上へ 3 移動した点を通る直線にかく
 (x が 1 増加すると y は 3 増加する)

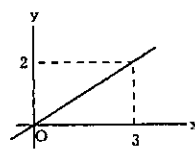
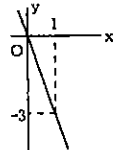
・3 点をとる生徒もいる
 ・直線にかくには 2 点で十分であることと、より正確にかくには点が多い方がよいことにも触れておくとよい

- (11) $y = 3x$ のグラフを (イやウの考えで) 2 点をとって実際にかいてみましょう。



a の値が負の数や分数のときのグラフを原点ともう 1 点をとってかく

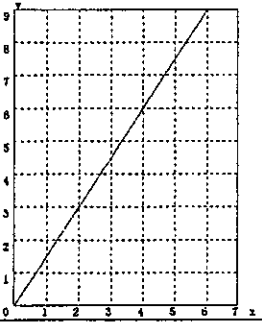
- (12) $y = -3x$ や $y = 2/3x$ グラフをかいてみましょう



(7) 第1学年 第10時指導案

本時のねらい

- ・ グラフから式を求める。
- ・ 表から式を求める。
- ・ 条件から式を求める。

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点																												
<p>課題場面を提示する</p> <p>xとyとの関係を考える</p>	<p>課題場面</p> <p>高さが30cmの直方体状の空の容器に、一定の割合で水を入れていきます。水を入れ始めてからx分後の水面の高さをy cmとして、xとyの関係をグラフに表しました。</p>  <p>(1) xとyとの関係を考えよう。</p> <p>ア 表をかいて、yの値/xの値を求める。</p> <table border="1" data-bbox="418 772 802 840"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> </table> $3 \div 2 = \frac{3}{2} \quad \text{よって} \quad y = \frac{3}{2}x$ <p>イ 比例定数の意味を考え、aの値を求める。</p> <p>2分間で3cm増加するから、1分間に増加する水面の高さは、</p> $3 \div 2 = \frac{3}{2} \text{ (cm)} \quad \text{この値は比例定数と同じ}$ <p>である。よって $y = \frac{3}{2}x$</p> <p>ウ $y = ax$ に1組のx,yの値を代入して求める。原点を通る直線だから、求める式は</p> $y = ax$ <p>と表される。x=4のときy=6なので、これらの値を上式の式に代入すると</p> $6 = a \times 4$ $4a = 6$ $a = \frac{3}{2} \quad \text{よって} \quad y = \frac{3}{2}x$ <p>エ 表をかいて、x=1のときのyの値からaの値を考える。</p> <table border="1" data-bbox="432 1497 912 1555"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1.5</td> <td>3</td> <td>4.5</td> <td>6</td> <td>7.5</td> <td>...</td> <td>30</td> </tr> </table> $\text{よって} \quad y = 1.5x$ <p>オ 表をかいて、xの値が1増加するときのyの増加量からaの値を考える。 $y = 1.5x$</p>	x	0	2	4	...	y	0	3	6	...	x	0	1	2	3	4	5	...	20	y	0	1.5	3	4.5	6	7.5	...	30	<p>指導上の留意点</p> <p>何をしてもよいかわからない生徒には、表をかくように指示をする。</p> <p>$\frac{y \text{の値}-0}{x \text{の値}-0}$ が比例定数であることを確認する。</p> <p>原点以外の1組のx, yの値が決まれば、式が求められることを理解させる。</p> <p>$y = ax$ に1組のx,yの値を代入して求める考え方もよい。</p> <p>$\frac{y \text{の値}-0}{x \text{の値}-0}$ が比例定数であることを意識させる。</p>
x	0	2	4	...																										
y	0	3	6	...																										
x	0	1	2	3	4	5	...	20																						
y	0	1.5	3	4.5	6	7.5	...	30																						

変域を考える

- (2) x の変域と y の変域はどうなりますか。
 $0 \leq x \leq 20$ $0 \leq y \leq 30$

(3) 練習しよう。

表から式を求める練習をする

次の表で、 y を x の式で表しなさい。

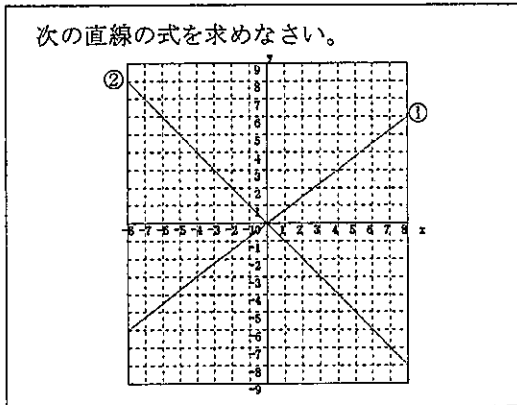
①	x	-2	0	2	5
	y	-6	0	6	15

②	x	-6	-4	-2	0
	y	24	16	8	0

③	x	-5	0	5	10
	y	-3	0	3	6

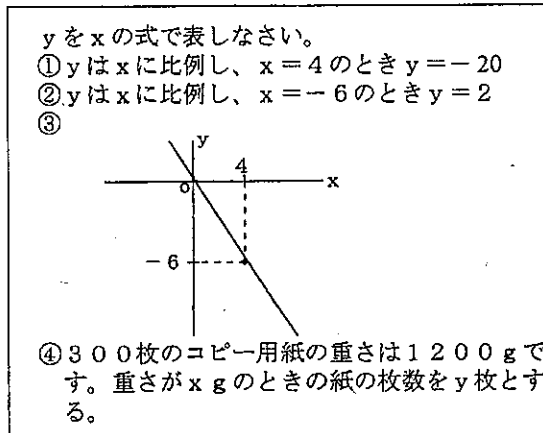
① $y = 3x$ ② $y = -4x$ ③ $y = \frac{3}{5}x$

グラフから式を求める練習をする



① $y = \frac{3}{4}x$ ② $y = -x$

条件から式を求める練習をする



① $y = -5x$ ② $y = -\frac{1}{3}x$ ③ $y = -\frac{3}{2}x$ ④ $y = \frac{1}{4}x$

水が何分でいっぱいになるかを考えさせる。

なぜ、比例と判断したかを問う。

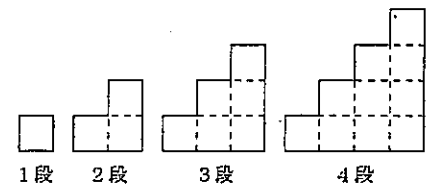
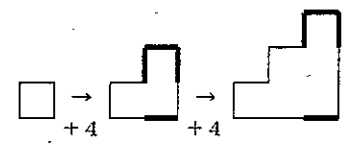
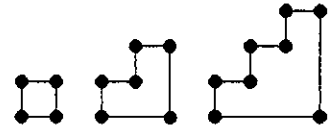
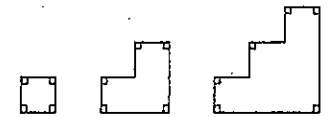
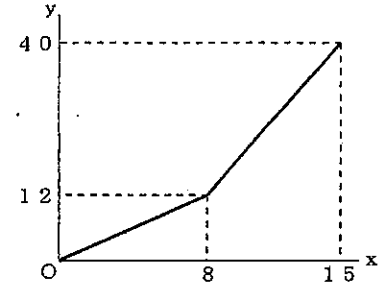
何をしたらよいかわからない生徒には格子点を読みとるように指示する。

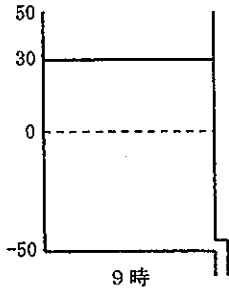
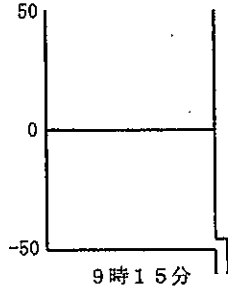
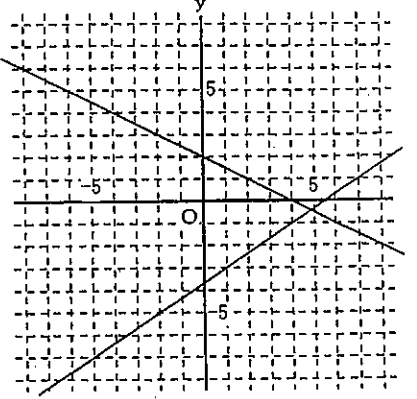
②については比例定数が-1であることを確認する。

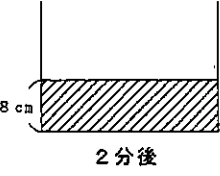
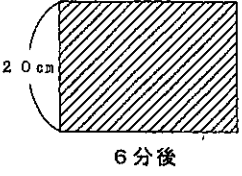
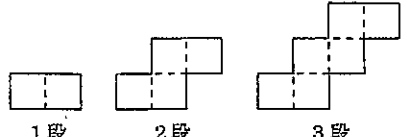
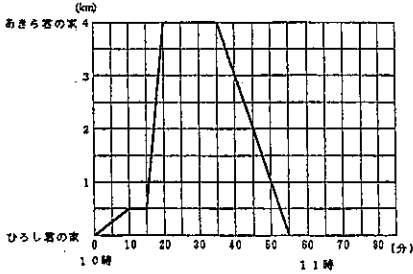
何となく式をつけた生徒には比例定数を導いた情報をグラフ上にするさせる。



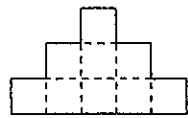
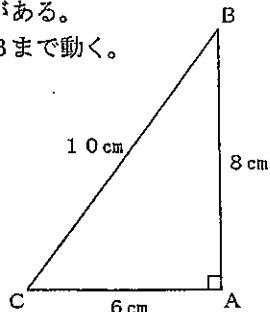
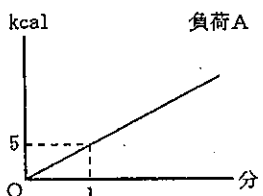
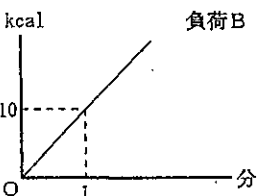
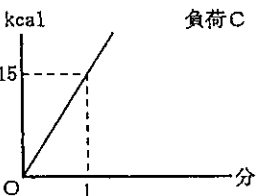
どのようにして求めたのかを書かせる。

(資料1) 第2学年 指導計画

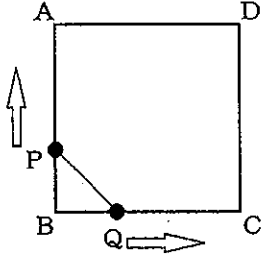
時数	項目	学 習 内 容
1	1次関数の意味 【第1段階】	<p>【課題場面】 1辺の長さが1cmの正方形の紙を階段の形に積んでいく。</p>  <p>① ともなって変わる量をあげる。 (i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cmとして、その変化のようすを調べる。 ・表、グラフ、式 ($y = 4x$) を求める。 ・ $y = 4x$ で、定数4の意味を考える。</p> 
2	【第1段階】	<p>(ii) 階段の数が x 段のときの頂点の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p>  <p>(iii) 階段の数が x 段のときの直角の数を y 個として、その変化のようすを調べる。</p>  <p>② 「y は x の1次関数である」ことを定義する。</p>
3	変化の割合の素地的な学習 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>【課題場面A】 直方体の形をした深さ50cmの水そうAがある。この水そうに水を入れていく。右の図は、水そうAに水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとして、x と y の関係をグラフに表したものである。</p>  <p>① 水そうの水の増え方について、グラフからよみとれることを考える。 ② 0～8分、8～15分の増え方について、1分ごとに詳しく考える。 ③ 一定の割合で増えていることを確認する。</p> <p>【課題場面B】 直方体の形をした深さ50cmの水そうBがある。水そうBは初め10cmの深さまで水が入っており、このときからさらに水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとする。水を入れ始めてから15分後に40cmの深さになった。</p> <p>④ x と y の関係について、グラフをかいていろいろな水の入り方を想像する。 ⑤ 一定の割合で増えていることを、表で確認する。 ⑥ 式 $y = 2x + 10$ の「2」や「10」の意味を考える。</p>

<p>4</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>[課題場面] 下の図は、水の入った水そうから水を排水しているようすを表したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p style="text-align: center;">9時</p> <p style="text-align: center;">9時15分</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 排水のようすをグラフに表す。 ② 一定の割合で排水する場合について考える。 ③ 式$y = 30 - 2x$の「30」と「-2」の意味について考える。 ④ 1分あたり-2cmの意味を具体的な場面で考える。 ⑤ グラフの概形を考える。
<p>5</p> <p>1次関数のグラフ</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① $y = 2x + 3$の表からグラフをかく。 ② グラフが直線になることを確認する。 ③ $y = 2x$の表からグラフをかく。 ④ 2つの表やグラフの特徴を調べる。 ⑤ 「yは2ずつ増える」「2つのグラフは平行である」ことについて理解を深める。 ⑥ 「傾き2」を定義する。 ⑦ $y = x + 3$のグラフをかき、1次関数$y = ax + b$のグラフが直線になることと、その直線の傾きを定義する。
<p>6</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① $y = 2x + 1$、$y = 2x + 4$、$y = -1/2x + 4$のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ② ①のグラフから気づくことをあげる。 ③ 切片を定義する。 ④ $y = -3x - 1$、$y = 1/2x - 5$のグラフを傾きと切片を使ってかく。 ⑤ 1次関数のグラフの特徴をまとめる。
<p>7</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<ol style="list-style-type: none"> ① $y = 1/3x + 2/3$のグラフをいろいろな考え方で自由にかく。 ② 切片が整数でない直線のグラフのかき方を検討する。 ③ 右の座標平面上にかかれた直線の傾きを求める。 ④ 格子点を1つも通らないグラフを考える。 

<p>8 1次関数のグラフと変化の割合</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>[課題場面] 深さ20cmの直方体の容器に水を入れていく。水を入れ始めてから2分後の水の深さは8cm、6分後の水の深さは20cmだった。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>① 2分後から6分後の間の変化のようすを、言葉やグラフで表す。</p> <p>② 変化の割合の定義を知る。</p> <p>[課題1] 1次関数 $y = 3x - 2$ の変化の割合を調べよう。</p> <p>③ $y = 3x - 2$ の変化の割合について調べる。</p> <p>④ $y = 3x - 2$ のグラフをかき、その傾きと変化の割合を調べる。</p> <p>[課題2] 座標平面上に、点A(-2, -3), B(1, 1), C(3, 4)をとり、3点が一直線上にあるかどうか調べよう。</p> <p>⑤ 「傾き」や「変化の割合」を利用して、問題を解決する。</p>
<p>9 1次関数の求め方</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>[課題場面] 縦1cm、横2cmの長方形を右の図のように積んでいく。</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  </div> <p>① ともなって変わる量をあげる。</p> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cmとして、y を x の式で表す。</p> <p style="text-align: right;">($y = 4x + 2$)</p> <p>・各自、どのように式を求めたかを発表する。</p> <p>② 1次関数の式は、変化の割合 a と1組の x、y の値から、また2組の x、y の値から求められることをまとめる。</p>
<p>10 【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p> <p>【第3段階】</p>	<p>(1次関数の式の決定についての問題練習)</p>
<p>11 グラフのよみ</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>[課題場面] ひろし君は、午前10時に家から4km離れたあきら君の家に置いてある自転車を取りに行った。まず、家の近くのバス停まで歩き、しばらく待ってバスに乗り、あきら君の家のすぐ前にあるバス停で降りた。そこでしばらく話をしてから、自転車で自分の家にもどった。</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="margin-right: 10px;"> <p>あきら君の家 4</p> <p>ひろし君の家</p> </div>  </div> <p>右上のグラフは、ひろし君が家を出てから再び家にもどってくるまでの時間と道のりの関係を示したものである。</p> <p>① 次の問題を解決する。</p> <p>(i) ひろし君が自転車で帰宅途中、忘れ物に気づき、再びあきら君の家にもどり、11時20分までに帰宅する時間をグラフを使って求める。</p> <p>(ii) あきら君が自転車でひろし君の家に向かい、バス停にいるひろし君に出会うための自宅出発時間を求める。</p>

1 2	1 次関数の利用 -その 1- 【第 1 段階】	<p>[課題場面] 1 辺が 1 cm の正方形を右の図のように 1 段ずつ順に並べ加えて図形をつくる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  1 段 </div> <div style="text-align: center;">  2 段 </div> <div style="text-align: center;">  3 段 </div> </div> <p>(i) 階段の数が x 段のときの周囲の長さを y cm として、y を x の式で表す。 ($y = 6x - 2$)</p> <p>(ii) x 段目にある正方形の個数を y 個として、y を x の式で表す。 ($y = 2x - 1$)</p> <p>(iii) x 段のときの全体の面積を y cm² として、y を x の式で表す。 ($y = x^2$)</p>
1 3	【第 1 段階】 【第 2 段階】	<p>[課題場面] 右下のような $\triangle BCA$ ($\angle A = 90^\circ$) がある。点 P は C を出発して、毎秒 1 cm の速さで A を通って B まで動く。</p> <p>① ともなうて変わる量をあげる。</p> <p>(i) 点 P が C を出発してから x 秒後の $\triangle BCP$ の面積を y cm² として、変化のようすを調べる。 (変域に注意させる)</p> <div style="text-align: right;">  </div>
1 4	問題演習	
1 5	1 次関数の利用 -その 2- 【第 1 段階】 【第 2 段階】	<p>[課題場面] エアロバイクをこぐと、カロリーが消費される。Yさんはスポーツジムで、エアロバイクを A, B, C の 3 種類の負荷で利用している。下のグラフは、3 種類の負荷の、こぐ時間と消費カロリーの関係を示したものである。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> <p>kcal</p>  <p>負荷 A</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>kcal</p>  <p>負荷 B</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>kcal</p>  <p>負荷 C</p> </div> </div> <p>① 300 kcal を消費させるためには、どの負荷にするか考え、発表する。</p> <p>② 100 kcal を消費させる計画をグラフに表し、発表する。</p> <p>③ 次の問題を解決する。</p> <p>(i) 休憩を取らずに 100 kcal を消費させる計画を実行した。負荷 A で 10 分間こぎ、次に負荷 B でこいで終わらせる。負荷 B でこいでいる途中で、5 分早く終わらせるように変更した場合、どのように変更したらよいかを考える。</p>

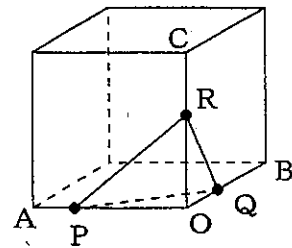
(資料2) 第3学年 指導計画

時	項目	学習内容
1	2次関数	<p>[課題場面] 1辺が8cmの正方形ABCDがある。点Pは頂点BからAを通過して点Dまで、点Qは頂点BからCを通過して頂点Dまで同時に出発し、それぞれ1秒間に2cmの速さで動く。</p>  <p>①何が変わるかを考える。 ②時間と面積 ($\triangle PBQ$, 五角形PABCQ)との関係を調べる。 表で1次関数とは違う変化の関数であることを確認する。 式: $0 \leq x \leq 4$ のとき $y = 2x^2$ $4 \leq x \leq 8$ のとき $y = -2x^2 + 32x - 64$</p>
2		<p>①2次関数の定義 ②具体的な例(立方体の表面積、高さ一定の正四角すいの体積)について立式する。 ③$y = x^2$のグラフがどんな形になるか予想する。</p>
3	関数 $y = ax^2$ のグラフ 【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>①$y = x^2$のグラフを完成させる。 ②$y = 2x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ③$y = x^2$のグラフをもとに、$y = 1/2x^2$のグラフをかく。</p>
4	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>①$y = -x^2$のグラフをかき、$y = x^2$のグラフと比べる。 ②$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -2x^2$のグラフをかく。 ③$y = -x^2$のグラフをもとに、$y = -1/2x^2$のグラフをかく。 ④関数$y = ax^2$のグラフの特徴を、1次関数との比較、増減の話などを含めてまとめる。</p>
5	変化の割合 【第1段階】 【第2段階】	<p>A君が自転車がある地点からこぎ始めたときからの時間と進んだ距離について調べる。</p>
6	【第1段階】 【第2段階】 【第3段階】	<p>数直線 l 上を正の方向に動く点PとOPの長さを一辺とする正方形について考える。</p>
7		<p>人と三輪車が同時に坂道を下りるときの時間と距離の関係を表すグラフをよみとり、問題を解決する。(等速運動と等加速運動)</p>

8 練習問題

9 いろいろな関数
【第1段階】

〔課題場面〕 右の図のような1辺が10cmの立方体がある。点P、Q、Rはそれぞれ辺OA、OB、OC上の点である。



① 次のそれぞれの条件について x と y との関係調べ。

(i) 点Q、Rは $OQ = 4\text{ cm}$ 、 $OR = 6\text{ cm}$ の位置に停止し、点Pは頂点Oを出発してから x 秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。 ($y = 4x$)

(ii) 点Rは $OR = 6\text{ cm}$ の位置に停止し、点P、Qは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒 1 cm の速さでA、Bまで動く。点P、QがOを出発してから x 秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。
($y = x^2$)

(iii) 点P、Q、Rは頂点Oを同時に出発し、それぞれ毎秒 1 cm の速さでA、B、Cまで動く。点P、Q、RがOを出発してから x 秒後の三角すいR-P-O-Qの体積を $y\text{ cm}^3$ とする。
($y = 1/6 x^3$)

② $y = 4x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = 1/6 x^3$ の値の変化を表で調べる。

10 【第1段階】
【第2段階】

(iv) 前時の課題場面で、1点Rは $OR = 6\text{ cm}$ に停止しており、1点Pは毎秒 1 cm の速さでAまで動く。そのとき点Qは三角すいR-P-O-Qの体積が 6 cm^3 で一定になるように動く。点PがOを出発してから x 秒後のOQの長さを $y\text{ cm}$ とする。 x と y との関係調べ。
($y = 6/x$)

③ $y = 6/x$ について、変化や対応のようすを調べる。

④ $y = 4x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = 1/6 x^3$ 、 $y = 6/x$ のグラフについて調べる。

11 グラフのよみ
【第1段階】
【第2段階】

〔課題〕 ある電話会社3社の料金は次のようになっている。

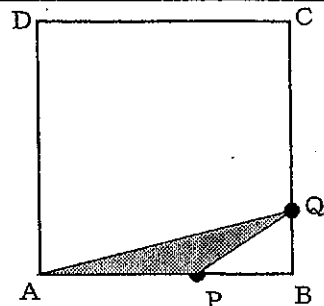
A社：30秒ごとに20円加算される

B社：16秒ごとに12円加算される

C社：7秒ごとに5円加算される

- (1) どの会社の料金が一番安いかを考える。
- (2) 通話時間と料金の関係のグラフを考え、さらによみとる。
- (3) グラフを利用して、どの会社が得であるか考える。

12	<p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>①前時の課題において、次の問題を解決する。</p> <p>[問題1] 最初の20秒間は30円だが、その後は20秒毎に8円加算されるD社が他の会社より安くなる時間を求める。</p> <p>[問題2] ある3家が違うかけ方で、1日に合計400秒話したときの料金の比較を行う。</p> <p>②第11時の課題を通して、対応の特徴から関数の定義をし、関数の例を見つける。</p> <p>③関数にならない例について考える。</p>
13	<p>関数の利用</p> <p>【第1段階】</p> <p>【第2段階】</p>	<p>[課題場面] 右の図のように、1辺が30cmの正方形ABCDがある。</p> <p>点PはAを出発して毎秒5cmの速さでBを通りCまで動く。点QはBを出発して毎秒2cmの速さでCまで動く。</p> <p>①△APQの面積がどのように変化しているか、気づくことをあげる。</p> <p>(i) △APQの面積が最大になるのは何秒後かを考える。</p> <p>(ii) △APQの面積が45cm^2になるのは何回あるかを考える。</p> <p>(iii) △APQの面積が125cm^2になるのは何秒後かを考える。</p> <p>②グラフを利用することのよさを実感する。</p> <p>③いろいろな関数があることを知る。</p>
14	問題練習	問題練習(グラフを通してxの変域からyの変域を求める問題を含む)レポート(関数の具体例を探し、考察する課題)の説明
15	発表会	レポートの発表・討論、相互評価



3. 今後の課題

本委員会は、1人ひとりの生徒の関数概念の理解が、どのように高まり深まるかを、授業実践を通して考察している。具体的には、授業の中で、さまざまな学習内容をどのように指導すれば、生徒の関数概念が高まるかについて、実証的に検討している。

今後、「指導の改善方針」に沿い、次の点について研究を進めていく。

- ① 第2、3学年の指導計画・指導案を変化の割合の学習段階を枠組みとして見直す。
- ② 学習の段階を留意して、改訂指導計画・改訂指導案を作成する。
- ③ ②についての学習経験を積ませ、どのように生徒が変化の割合の概念やその活用の力を身につけたかについて、その変容を明らかにし、さらなる指導の改善を行う。

[参考・引用文献]

- (1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
「中学校関数カリキュラムについて」
〈日数教(群馬)大会発表資料〉 1997(H9)年
- (2) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
『『変化の割合』の指導について』
〈日数教(長野)大会発表資料〉 2005(H17)年
- (3) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
『『変化の割合』と学習段階』
〈日数教(福島)大会発表資料〉 2008(H20)年

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

岩木敬二郎 (元板橋区立中台中学校)

遠藤 國雄 (元板橋区立向原中学校)

小高 洋平 (足立区立栗島中学校)

風間喜美江 (香川大学)

小林 博 (調布市立第八中学校)

近藤 和夫 (大田区立大森第十中学校)

斎藤 圭祐 (目黒区立東山中学校)

茂田 千穂 (葛飾区立本田中学校)

須藤 哲夫 (元品川区立伊藤中学校)

関 富美雄 (江戸川区立鹿骨中学校)

高村 真彦 (荒川区立第九中学校)

塚本 桂子 (世田谷区教育委員会)

橋爪 昭男 (豊島区立明豊中学校)

半田 進 (東北福祉大学)

村田 弘恵 (足立区立第七中学校)

山本 恵悟 (足立区立千寿青葉中学校)

吉田 直樹 (中野区立中央中学校)

吉田 裕行 (世田谷区立砧中学校)