

変化の割合の概念・意味の理解

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

1. 研究のねらい	1 ページ
2. 研究内容	
(1) 変化の割合の素地的な学習について	1～2 ページ
(2) 単元「1 次関数」の指導計画について	2 ページ
(3) 中 2 第 3 時 指導と学習指導案	2 ページ
(4) 中 2 第 4 時 指導と学習指導案	
① 学習指導案	3～6 ページ
② 授業記録	6～9 ページ
③ 協議内容	9～10 ページ
(5) 中 2 第 4 時 改訂学習指導案	10～13 ページ
(6) 関数の利用－1 次関数とみなす活動の指導－	
① 教材観	13～15 ページ
② 学習指導案	15～19 ページ
3. 今後の課題	20 ページ
[引用・参考文献]	20 ページ

1. 研究のねらい

本委員会では、平成 31 年より関数指導における ICT を利用した指導の提案をし、研究授業を行い、関数の値の変化の割合（以下「変化の割合」と略して示す）の概念・意味を深める指導の視点から、その指導の妥当性を明らかにしてきた。

昨年度は、ICT を利用し、変化の割合の概念・意味の指導を行った。中 2 の第 3, 4 時「変化の割合の素地的な学習」の指導について再検討し、第 3 時の実践と報告を行った。

本年度は、昨年度の研究を引き継ぎ、第 4 時の実践を行い、変化や対応のようすを考察する活動を通して、変化の割合の概念・意味を深めさせることを研究のねらいとする。

2. 本研究の内容

(1) 変化の割合の素地的な学習について

本委員会では、変化の割合の指導について、具体的な事象の中でそのもつ意味を理解させ、その概念を深める素地的な学習の指導を重視している。

本研究は、具体的な事象を通して、生徒の視点から変化の割合は「 x の 1 増加量に対する y の増加量」であることを見だし、事象の中でその意味を深める指導を追究することである。そこでは、生徒自身が「 x の 1 増加量に対する y の増加量」を見いだす姿勢や必要感が指導の力点となる。そのことから、

次の指導の流れ，課題の設定の工夫をし，指導にあたった。

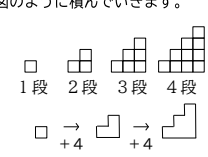
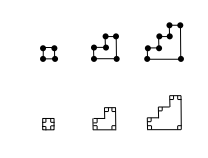
第1，2時…1次関数の意味(題材：片側階段)

$y=ax+b$ の a の意味を考える³⁾

第3，4時…本発表は第4時

第3時については，身近にある題材として，ゲリラ豪雨に着目した。雨の量を測る雨量計の水面の高さを，ICTを利用し示すことで，それが一定の割合で増加し，1次関数とみなすことができると考え，この教材を取り上げた。

第4時については，第3時の水面の高さの増加に着目したのに対し，その減少に着目させる，教材を取り上げた。ICTを利用し，その減少の様子を示すことで， $a>0$ または $a<0$ のそれぞれの変化の割合の特徴を理解させるため，水槽の場面を取り上げた。

1	1次関数の意味	<p>課題 1辺の長さが1cmの正方形を図のように積んでいきます。</p> <p>① 伴って変わる量をあげる。 ② 階段の数が x 段のときの周の長さを y cm として，変化の様子を調べる。 ③ 表・グラフ・式 ($y=4x$) を求める。 ④ $y=4x$ の定数4の意味を考える。</p> 
2		<p>⑤ 階段の数が x 段のときの頂点の数を y 個として，その変化の様子を調べる。 ⑥ 階段の数が x 段のときの直角の数を y 個として，その変化の様子を調べる。 ⑦ 「y は x の1次関数である」ことを定義する。</p> 

(2) 単元「1次関数」の指導計画について

本単元の指導計画は，変化の割合の素地的な指導を行った後に，変化の割合の定義をし，その活用場面を設定し，関数的な見方・考え方を深める次の流れである。

[指導計画の概要]

- | | |
|--|----------------|
| ① 1次関数の意味(2h) | ⑤ 1次関数の求め方(1h) |
| ② 変化の割合の素地的な学習(2h)
※P2, 3~6 参照 | ⑥ 問題演習(1h) |
| ③ 1次関数のグラフ(3h) | ⑦ 方程式と関数(4h) |
| ④ 1次関数のグラフと変化の割合(1h)
…「(1次関数の)変化の割合を定義する」 | ⑧ グラフのよみ(1h) |
| | ⑨ 1次関数の利用(3h) |
| | ⑩ 問題演習(1h) |

計 19 時間

(3) 中2第3時の指導

第3時の指導は，昨年度の島根大会で発表¹⁾した。第3時の学習指導案の詳細は，東京都中学校数学教育研究会の関数委員会のホームページ²⁾に掲載している。

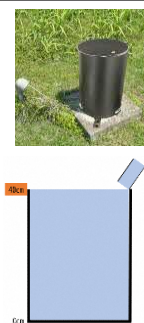
[日常の場面]

最近，ゲリラ豪雨で被害が出たというニュースを耳にします。豪雨というのは，どのようなことから判断するのだろうか。



[課題場面]

右の写真は「転倒ます型雨量計」という雨量を計測する計測器です。この雨量計の中には円柱状の容器があり，そこに雨が溜まっていくことで降水量を調べています。円柱状の容器に雨が溜まっていくようすを観察してみましょう。(動画)



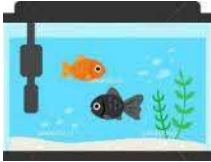
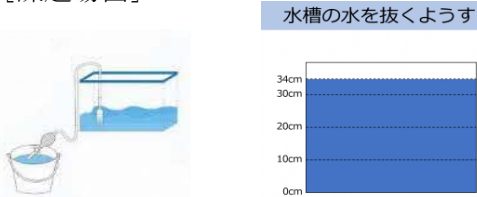
(4) 中2第4時の指導と学習指導案

①学習指導案

本時のねらい 具体的な事象を通し $y=ax+b$ の関係について、変化の割合の視点で表やグラフを使い、調べることができる。

$y=ax+b$ の a について、変化の割合の特徴を $a>0$ または $a<0$ の場合を考え、判断し見いだすことができる。

本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
日常の場面を考える	<p>[日常の場面]</p> <p>飼っている金魚の水槽の水を交換しようと考えています。</p>  <p>(1) 水槽で金魚や魚を飼っている人はいますか。どのように水を入れ替えますか。</p> <p>ア 金魚を他の入れ物に移し替えて、水を全部入れ替える。</p> <p>イ 水を出すときにポンプを使って、水を出す。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 日常の場面については、教師が話題にしながら興味・関心をもたせる。
課題場면을把握する	<p>[課題場面]</p> <p>水槽の水を抜くようす</p>  <p>上の図は水槽から水を排水するポンプです。このポンプを使って水を排水し、また水を入れ替えることを考えます。ポンプで水を排水する様子を観察してみよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 水槽の写真を見せ、イメージをもたせてもよい。 水槽がかかれた図と自由意見が書けるプリントを配布する。
変化のようすを考える	<p>(2) この動画を観て、気付いたことをいみましょう。</p> <p>ア 途中で減り方が変わっている。</p> <p>イ 途中で減り方が遅くなっている。</p> <p>ウ マスや数値がないから、変化が分からない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 0 cm と 34 cm の目盛りが入った水槽から水が減っていくようすの動画を観察させる。 必要に応じて、動画は繰り返し見せる。 生徒の感覚的な表現を取り上げ、速さや高さに注目させるようにやり取りをする。 意見アやイは具体的にどのように変わっているかを問い、(3)につなげる。

視点を定め、変化のようすをとらえる

めあてを示す

課題を提示する

(3) 時間に注目しながら、もう一度じっくり観察していきましょう。水の減り方の様子で気が付いたことを言きましょう。

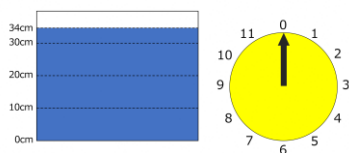
- ア 6分前後で変わっている。
- イ 6分のところで減り方が遅くなった。
- ウ 6分の前の方が減り方は速い。

めあて「水の高さの変化のようすを(詳しく)調べよう」

〔課題〕

深さ 34cm の水槽から水を抜いていきます。水面の高さの様子について x 分後の水面の高さを y cm とします。水面の高さの変化のようすを詳しく調べよう。

水槽の水を抜くようす



(4) 水面の高さはどのように変わりますか。これまでのことを整理してみましょう。

- ア 最初は 34cm まで入っている。
- イ 6分後に水の高さが 10 cm になる。
- ウ 水を抜き始めてから 10 分後には 0cm になった。
- エ 6分を過ぎたら、水の高さの減り方が変わる。
- オ 6分を過ぎたら、4 分間で 10cm 水が減る。
- カ 0~6 分のほうが、減り方が大きい。
- キ 6~10 分のほうが、減り方が小さい。
- ク 6 分間で 24 cm 水が減る。
- ケ 0~6 分で一定に減り、6~10 分でも一定に減る。

表をかいて変化のようすを調べる

(5) x と y の関係を、表を書いて調べましょう。

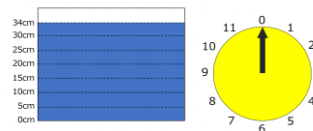
		+6	+4
x(分)	0	6	10
y(cm)	34	10	0
		-24	-10

- 動画は、目盛りが 10 cm 刻みの水槽で、時計が入ったものを何度か見せる。
- 問題提示のときに配ったプリントと同じもの(新しいもの)を配布し、気づいたことを書かせる。

• プリントを配布する。

- 最初、水が 34cm まで入っている状態を、0 分で 34cm と確認する。
- 時間とともに水面の高さが変わるようすの動画を見せる。マス目は、だんだん細かくしていく。生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。

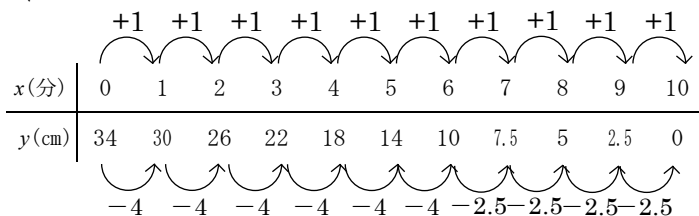
水槽の水を抜くようす



- 0~6 分と 6~10 分はそれぞれ一定の減り方であるとみなすと確認する。
- 「6 分後に 10 cm とみなす」ことを教師が伝える。

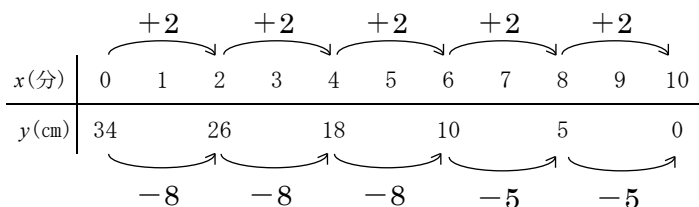
0分から6分までは $-24 \div 6 = -4$ なので、1分間に4 cmずつ減っている
 6分から10分までは $-10 \div 4 = -2.5$ で、1分間に2.5 cmずつ減っている

イ



0分から6分までは、1分間に4 cmずつ減る
 6分から10分までは、1分間に2.5 cmずつ減る

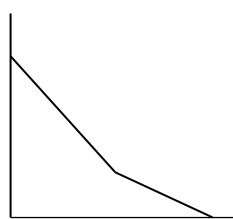
ウ



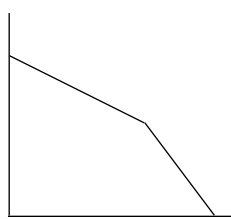
0分から6分までは $-8 \div 2 = -4$ なので、1分間に4 cmずつ減る。
 6分から10分までは $-5 \div 2 = -2.5$ で、1分間に2.5 cmずつ減る。

(6) グラフを選びましょう。また、その理由も言きましょう

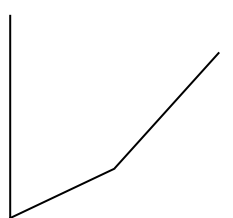
ア



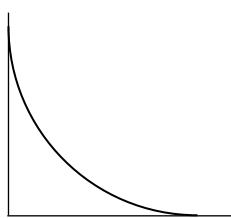
イ



ウ



エ



- ア 変化する前後は、規則的に変化するようにした。
 イ 6分までは1分間あたり4 cm減るようにした。
 ウ 6分までは1分間あたり-4 cm増えるようにした。
 エ 6分からは1分間あたり2.5 cm増えるようにした。
 オ 6分からは1分間あたり-2.5 cm減るようにした。

- 動画は見せずに、表を書かせていく。
- 何にもかけない生徒には、1分ごとの表を書かせるように促す。
- 1分間に何cmずつ水面の高さが変化するか考えさせる。
- グループで話し合ったり、タブレットで動画を見られたりしてもよい。
- 「4cm 減る」・・・-4cm
 「2.5cm 減る」・・・-2.5cm
 のように「減る」言葉と±の数値を対応させ板書。
 そして、「もし、+2.5cm だったら「減る? 増える?」を問う。

- 生徒の発言から、一定の割合の考えに触れ、減っている理由に触れる。
- ウやオの意見を取り上げて確認をする。
- 最後に表の確認をする時に、スライドで水の変化のようすとグラフと連動させて見せる。

<p>確認問題を解く</p>	<p>[問題]</p> <p>水槽の水の高さが、次のように変化するとき、最も変化のしかたが大きいのは、何分から何分のところですか。</p> <table border="1" data-bbox="406 302 965 398"> <tr> <td>x (分後)</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>y (cm)</td> <td>30</td> <td>10</td> <td>0</td> <td>30</td> </tr> </table> <p>(7) 答えと理由をいっていきましょう。</p> <p>ア 0分から5分で20cm減っているから1分あたり4cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので1分あたり2cm減っている、10分から25分は、1分あたり2cm増えているので、0分から5分が最も変化が大きい。【A評価】</p> <p>イ 0分から5分で20cm減っているから5分あたり20cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので5分あたり10cm、10分から25分は、5分あたり10cmなので0分から5分が最も変化が大きい。【B評価】</p> <p>ウ 10分から25分で30cm増えているから、最も変化が大きい。【C評価】</p>	x (分後)	0	5	10	25	y (cm)	30	10	0	30	<p>・確認問題として、1分間あたりの変化の量を考えさせることに、注目させる。</p> <p>【評価規準】</p> <p>A 1あたり量をもとに、複数の増え方や減り方を比較して、理由が述べられている。</p> <p>B 増加量で理由が述べられている。あるいは、複数の増え方や減り方を比較せずに、理由が述べられている。</p>
x (分後)	0	5	10	25								
y (cm)	30	10	0	30								
<p>まとめ</p>	<p>○本時の授業のまとめをします。</p> <p>1分あたりの変化に注目すると、変化についてわかりやすくなる。</p>	<p>・出てきた意見を確認し、次時以降につなげていく。</p>										

② 授業記録

日時：2022年9月29日

実施校：東京都北区立堀船中学校

対象クラス及び人数：標準クラス 25名

T：前回何をしましたか。簡単な復習をします。

ゲリラ豪雨という言葉がありました。雨の強さはどうやって判断するかというと、みんなからその時間の降水量という言葉が出てきましたね。パワーポイントで転倒枡形雨量計の説明とアニメーションを見てもう一度確認しましょう。S1さん、どんなことに気づいたのかな。

S1：増えていく量が一定です。

T：なるほど、一定というキーワードが出たね。一定って何だろうということも考えて、もう一度見てみよう。

S2：一定じゃないかもしれない。

T：S3さんどうでしょう。

S3：始めはゆっくりで後が早くなる。

T：そうだね。最初ゆっくりだけど途中からスピードが速くなっているね。問題を考えてみましょう。

前回、S4さんが言ってくれました。時間を付けて考えてみましょう（パワーポイントを見る）。

何分から変わりますか？S5 さん.

S5 : 8 分くらいから変わる.

T : 終わりは何分ですか？

S6 : 15 分

T : 前回いなかった人, 1 目盛りが 1 分です. 水が溜まっていく高さの変化が知りたいという話です.

もう少し詳しい様子を見てください. (パワーポイントを見る). では気づいたことを教えてください. S7 さんどうですか.

S7 : 8 分で 12cm たまる.

T : 最後何 cm までたまりますか？S8 さん.

S8 : 15 分で 40cm までたまる.

T : 0 分で 0cm です. 8 分で 12cm, 15 分で 40cm. これまでの増え方は一定としようという話になりました. 一定とはどういう意味ですか？S9 さん.

S9 : 1 分間で 2cm 増えたとしたら, 次の 1 分間でも 2cm 増えて次も, ということ.

T : なるほど. 素晴らしいね. 増え方が変わらないということでしたね. スピードはゆっくりになっているかもしれないけどここは一定として考えました. そして, x 分後に y cm 増えたとしたらどんな表になるかという表を書いて終わりました. (表を書いて) 1 分あたりが大事でした. 初めは 1 分あたり何センチ増えるのですか？S10 さん.

S10 : 1.5

T : どうやって求めましたか.

S10 : $12 \div 8$

T : そうだったね. 8 分間で 12cm 増えているから $12 \div 8$ です. この部分の表はこのようになります (板書で示す). では, 8 分から 15 分での増え方はどうですか？S11 さん.

S11 : 時間は 7 分で $40 - 12$ だから 28cm なので, 1 分間で $28 \div 7 = 4$ cm 増える.

T : 前回の復習が長くなりました. このようなことを学びました. ワークシートの (3) グラフを選びましょう.

T : (グラフを説明しながら板書して, それぞれ挙手させる) (全員 1 番を挙げる)

なんで 1 番なのですか. 理由を教えてください. S12 さん.

S12 : どう見てもそうなる.

T : それを説明できますか.

S13 : x が 0 のとき 0cm だから.

T : なるほどね. 正解は 1 番でしょうね. でもこの 3 番の曲がっているものはどうですか.

S14 : おかしい.

T : なんでおかしいのですか. もしこれが原点を通過していたとしてもおかしいですか？理由は？

S15 : 一定じゃないから.

S16 : 一定のときは比例だから. 直線なはず.

T : なるほどね. 一定は比例で, 直線なんだということが結びついているからということだね.

では最後の問題を取り組みましょう. 誰か発表をお願いします.

S17 : 同じ量の 20cm 降るのに初めは 5 分かかっていて, 終わりの方は 10 分かかかるから初めの 5 分の方が 1 分あたりに降った量が多いと考えられるので, 初めの 5 分の方が激しいと思います.

T : なるほど. 短い時間で同じ分降っているなら初めの方が激しいだろうね. さらにはじめのところ

は1分あたり $20 \div 5$ で4cm, 終わりの方は $20 \div 10$ で2cm ということでいいかと思います。前回の学習内容は以上です。ワークシートを回収します。

<ここから第4時の内容>

T: 今日の本題に入ります。前回の内容を踏まえて新しい場面を設定して考えます。前をご覧ください。(パワーポイントで水槽の絵を見せる) これは何ですか?

S18: 金魚

T: 家で金魚飼っている人いますか?

S19: 昔飼っていた。

T: 家で金魚飼っていた経験がない人も想像してほしいのですが、今回の場面は金魚がいる水槽の水を入れ替える場面です。実際に入れ替えるとき、どうやって取り替えますか? 買っている人がいれば実際にリアルな意見を聞きたいです。

S18: ペットボトルに水を入れて日光に当てて消毒して。

T: すごいね、現実的な話だね。他どうですか。

S19: 金魚を一度、小さい入れ物に移動させて。

S20: 水を半分くらい残して新しい水を入れる。全部新しいものにすると良くないから。

T: なるほど。いろいろ出てくるね。とにかく金魚は退避させて、今ある水は排出させなくてはなりませんね。イメージつきましたか。(ワークシートを配る)(前を見させて) ポンプを使います。さっき半分残すって言うてくれたけど、今回は全部水を抜くイメージをしてください。ではその様子を映像で確認してみます。(排水される様子を見て) さあ、気づいたことありますか? ワークシート問2のところに記入してみてください。もう一度見たいですか?(何人かうなづく) 二回目を見てみましょう。どうですか、S21さん。

S21: 残り10cmくらいから速くなっている? わからない、スピードが変わっている。

S22: ゆっくりになっている。

T: もう一度見てみよう。今10cmくらいと言ってくれたけど、もう少し情報があるとうれしい? 何が欲しいですか?

S23: cm. 細かいものがあると嬉しい。

T: 新情報ありますか? 際どい?

S24: もう一回。

T: まだわからないことが多いね。前回S4さんが言ってくれたけど時間を入れて見てみましょう。

T: 10cmくらいから変化している。その時何分でしたか?

S25: 6分くらい。

T: うなづくしている人もいれば、まだわからないという人もいるみたいです。もう一度見ましょう。

T: だいたい6分でいいですかね。今回の目標は前回と同じです。水槽の水の高さの変化を詳しく調べようなのですが、前回は水が増えていました。今回は水が減っていくのです。(課題を読んでもらう)

T: 水槽の高さを34cmとして改めて映像を見てみます。ワークシート問3、水面の高さはどのように変わっていきますか? 先ほどよりいろいろな情報が出ると思います。読み取ってください。わかっている情報も含めて整理してください。

T: 前の話と同じですがスピードは一定とみなしてください。途中でポンプがつまるので、とかそのようなことは考えないで大丈夫ですからね。S26さんどうでしょうか。

S26 : はじめ 6 分かかり, 10cm からは 4 分かかる.

T : 34cm から 10cm までは 6 分間かかっている, 10cm から最後までは 4 分間ということだね. 他に
ありますか.

S27 : 10 分で空になる.

T : とても大切なことだね. 10 分のとき 0cm.

S28 : 24cm 減るとき 6 分かかるということは, 1 分あたり 4cm 減る. 下は 1 分で 2.5cm 減る.

T : 2.5cm はどういう計算をしましたか?

S29 : $10 \div 4$ です.

T : なるほど. だいたい意見出たね. では表を書いてみましょう.

T : 時間もないのでだいたい皆さんが書けているであろう表を示していきます.

はじめ押さえておきましょう. x が 0 のとき, y は 34 のところをおさえておきましょう.

減っていきますね. 初めの 6 分間は 1 分あたり 4cm 減り, このようになりますね. 10cm になっ
たところで, ここから 1 分間あたり 2.5cm 減るのでこのようになり, 最後 0cm になります. 今日
の勉強は, 1 分あたりの減り方をいろいろな情報を整理して考えることが大切でした. 時間になり
ましたのでここで終わります.

③ 研究協議

(授業者自評)

- ・ 第 3 時を学習したので, 第 4 時の指導内容は, 生徒はほとんど理解し, 指導の流れがスムーズ
だった.
- ・ 水面の高さの増え方が一定とみなすと, 私は, 改めて言ってしまったが, 生徒の何人かもそう
いう風に考えていた. 一定と言ってしまったことは, 指導のミスと思った.
- ・ どのタイミングで, 増え方が変わるかのアニメーションからの生徒の読み取りは, スムーズだ
った.

(課題場面)

- ・ 特に問題は感じられなかった.

(課題及び指導案(5))

- ・ アニメーションからの生徒の読み取りは, スムーズだった. これは, 第 3 時の指導の効果も現
れている. 第 3 時の増え方の考察経験が, 本時の課題「減り方の考察」に現れたと考える.
- ・ 第 3 時では, 変化の割合が変わる前後では, その判断がなかなかつかず, 課題の本質に辿り着
くまで指導の時間がかかった. 本時では, その指導の成果から水面の高さの減少に伴う変化
の割合が変わる前後のアニメーションの読み取りや表の作成がスムーズであった.

(指導案(6)について)

- ・ どのグラフがこの事象に当てはまるについては, 指導者がグラフのエは \times , その理由を問うた
ら, 生徒は一定ではないと言った. それ以上の生徒とのやり取りはなかった. もっと, 生徒と
のやり取りに時間をかけるべきであろう.
- ・ 教師が理由を問うた時に, 発言はしなかったが, 曲線を表すようなニュアンスで指を動かして

いた生徒がいた。曲線は、水面の高さの減り方が一定ではないことを理解していると汲み取れた。

(確認問題について)

- 与えた表では、 x の値の10から25の間に、さも15, 20が入りそうな空白を意図的に与えている。変化の割合が一定であると考え、考察し判断できるかどうかというイメージが大切である。与える表では、意図的な空白のない x , y の値の組を提示し、生徒にその意味を理解させたい。

(その他)

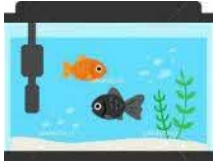
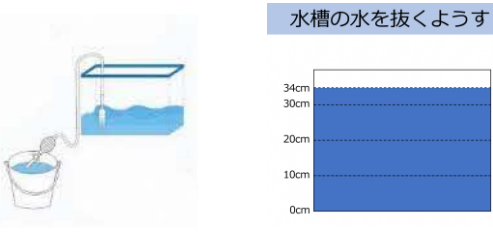
- 第3時の最後で、1分あたりでみるとわかりやすくなるとまとめため、第4時では、 x の増加量1あたりの y の増加量に着目する生徒が増えた。

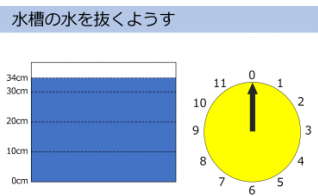
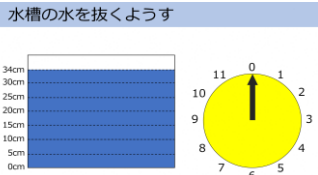
(5) 中2第4時 改訂学習指導案

本時のねらい 具体的な事象を通し $y=ax+b$ の関係について、変化の割合の視点で表やグラフを使い、調べることができる。

$y=ax+b$ の a について、変化の割合の特徴を $a>0$ または $a<0$ の場合を考え、判断し見いだすことができる。

本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
日常の場面を考える	<p>—[日常の場面]—</p> <p>飼っている金魚の水槽の水を交換しようと考えています。</p>  <p>(1) 水槽で金魚や魚を飼っている人はいますか。どのように水を入れ替えますか。</p> <p>ア 金魚を他の入れ物に移し替えて、水を全部入れ替える。</p> <p>イ 水を出すときにポンプを使って、水を出す。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 日常の場面については、教師が話題にしなが興味・関心をもたせる。
課題場面を把握する	<p>—[課題場面]—</p>  <p>水槽の水を抜くようす</p> <p>上の図は水槽から水を排水するポンプです。このポンプを使って水を排水し、また水を入れ替えることを考えます。ポンプで水を排水する様子を観察してみよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 水槽の写真を見せ、イメージをもたせてもよい。 水槽がかかれた図と自由意見が書けるプリントを配布する。 0 cmと34 cmの目盛りが入った水槽から水が減っていくようすの動画を観察させる。

<p>変化のようすを考 える</p>	<p>(2) この動画を見て、気付いたことをいみましょう。 ア 途中で減り方が変わっている。 イ 途中で減り方が遅くなっている。 ウ マスや数値がないから、変化が分からない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 必要に応じて、動画は繰り返し見せる。 • 生徒の感覚的な表現を取り上げ、速さや高さに注目させるようにやり取りをする。 • アやイの意見は具体的にどのように変わっているかを問い、(3)につなげる。
<p>視点を定め、変化のようすをとらえる</p>	<p>(3) 時間に注目しながら、もう一度じっくり観察していきましょう。水の減り方の様子で気が付いたことをいみましょう。 ア 6分前後で変わっている。 イ 6分のところで減り方が遅くなった。 ウ 6分の前の方が減り方は速い。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 動画は、目盛りが10 cm刻みの水槽で、時計が入ったものを何度か見せる。 • 問題提示のときに配ったプリントと同じもの(新しいもの)を配布し、気付いたことを書かせる。
<p>めあてを示す</p>	<p>めあて「水の高さの変化のようすを(詳しく)調べよう」</p>	
<p>課題を提示する</p>	<p>— [課題] —</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;"> <p>深さ34cmの水槽から水を抜いていきます。水面の高さの様子についてx分後の水面の高さをy cmとします。水面の高さの変化のようすを詳しく調べよう。</p> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;">  <p>水槽の水を抜くようす</p> </div> </div>	
	<p>(4) 水面の高さはどのように変わりますか。これまでのことを整理してみましょう。 ア 最初は34cmまで入っている。 イ 6分後に水の高さが10 cmになる。 ウ 水を抜き始めてから10分後には0cmになった。 エ 6分を過ぎたら、水の高さの減り方が変わる。 オ 6分を過ぎたら、4分間で10cm水が減る。 カ 0~6分のほうが、減り方が大きい。 キ 6~10分のほうが、減り方が小さい。 ク 6分間で24 cm水が減る。 ケ 0~6分で一定に減り、6~10分でも一定に減る。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • プリントを配布する。 • 最初、水が34cmまで入っている状態を、0分と確認する。 • 時間とともに水面の高さが変わるようすの動画を見せる。マス目は、だんだん細かくしていく。生徒から見たいという意見が出れば、それに応じて見せていく。 <div style="text-align: center;">  <p>水槽の水を抜くようす</p> </div>

表をかいて変化のようすを調べる

(5) x と y の関係を、表を書いて調べましょう。

ア

x (分)	0	6	10
y (cm)	34	10	0

$\overset{+6}{\curvearrowright}$ $\overset{+4}{\curvearrowright}$
 $\underset{-24}{\curvearrowleft}$ $\underset{-10}{\curvearrowleft}$

0分から6分までは $-24 \div 6 = -4$ なので、1分間に4cmずつ減っている

6分から10分までは $-10 \div 4 = -2.5$ で、1分間に2.5cmずつ減っている

イ

x (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (cm)	34	30	26	22	18	14	10	7.5	5	2.5	0

$\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$
 $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-4}{\curvearrowleft}$ $\underset{-2.5}{\curvearrowleft}$ $\underset{-2.5}{\curvearrowleft}$ $\underset{-2.5}{\curvearrowleft}$ $\underset{-2.5}{\curvearrowleft}$

0分から6分までは、1分間に4cmずつ減る

6分から10分までは、1分間に2.5cmずつ減る

ウ

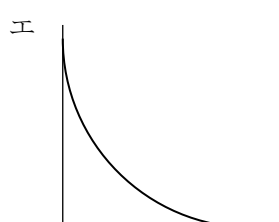
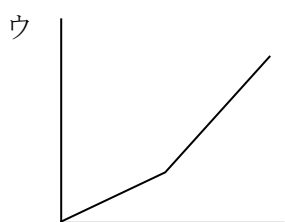
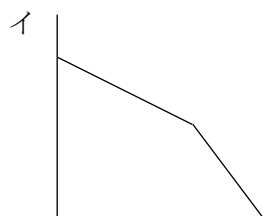
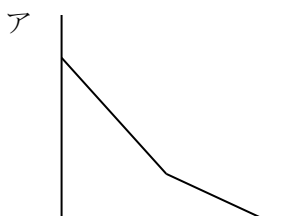
x (分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (cm)	34		26		18		10		5		0

$\overset{+2}{\curvearrowright}$ $\overset{+2}{\curvearrowright}$ $\overset{+2}{\curvearrowright}$ $\overset{+2}{\curvearrowright}$ $\overset{+2}{\curvearrowright}$
 $\underset{-8}{\curvearrowleft}$ $\underset{-8}{\curvearrowleft}$ $\underset{-8}{\curvearrowleft}$ $\underset{-5}{\curvearrowleft}$ $\underset{-5}{\curvearrowleft}$

0分から6分までは $-8 \div 2 = -4$ なので、1分間に4cmずつ減る。

6分から10分までは $-5 \div 2 = -2.5$ で、1分間に2.5cmずつ減る。

(6) グラフを選びましょう。また、その理由も言いましょう



• 0～6分と6～10分はそれぞれ一定の減り方であることとみなすと確認する。

• 「6分後に10cmとみなす」ことを教師が伝える。

• 動画は見せずに、表を書かせていく。

• 何にもかけない生徒には、1分ごとの表を書かせるように促す。

• 1分間に何cmずつ水面の高さが変化するか考えさせる。

• グループで話し合ったり、タブレットで動画を見られたりしてもよい。

• 「4cm減る」・・・ -4 cm

「2.5cm減る」・・・ -2.5 cm

のように「減る」言葉と土の数値を対応させ板書。

そして、「もし、 $+2.5$ cmだったら「減る？増える？」を問う。

• 生徒の発言から、一定の割合の考えに触れ、減っている理由に触れる。

<p>確認問題を解く</p>	<p>ア 変化する前後は、規則的に変化するようにした。 イ 6分までは1分間あたり4cm減るようにした。 ウ 6分までは1分間あたり-4cm増えるようにした。 エ 6分からは1分間あたり2.5cm増えるようにした。 オ 6分からは1分間あたり-2.5cm減るようにした。</p> <p>[問題]</p> <p>水槽の水の高さが、次のように変化したとき、最も変化のしかたが大きいのは、何分から何分のところですか。</p> <table border="1" data-bbox="406 593 853 694"> <tr> <td>x (分後)</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>y (cm)</td> <td>30</td> <td>10</td> <td>0</td> <td>30</td> </tr> </table> <p>(7) 答えと理由をいっていきましょう。</p> <p>ア 0分から5分で20cm減っているから1分あたり4cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので1分あたり2cm減っている、10分から25分は、1分あたり2cm増えているので、0分から5分が最も変化が大きい。【A評価】</p> <p>イ 0分から5分で20cm減っているから5分あたり20cm減っている。同じように5分から10分は10cmなので5分あたり10cm、10分から25分は、5分あたり10cmなので0分から5分が最も変化が大きい。 【B評価】</p> <p>ウ 10分から25分で30cm増えているから、最も変化が大きい。【C評価】</p>	x (分後)	0	5	10	25	y (cm)	30	10	0	30	<ul style="list-style-type: none"> ウやオの意見を取り上げて確認をする。 最後に表の確認をする時に、スライドで水の変化のようすとグラフと連動させて見せる。 確認問題として、1分間あたりの変化の量を考えさせることに、注目させる。 <p>【評価】</p> <p>A 1あたり量をもとに、複数の増え方や減り方を比較して、理由が述べられている。</p> <p>B 増加量で理由が述べられている。あるいは、複数の増え方や減り方を比較せずに、理由が述べられている。</p>
x (分後)	0	5	10	25								
y (cm)	30	10	0	30								
<p>まとめ</p>	<p>○本時の授業のまとめをします。 xの増加量1あたりのyの値の増加量に注目するとよい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 出てきた意見を確認し、次時以降につなげていく。 										

(6) 関数の利用—1次関数とみなす活動の指導—

① 教材観

猫のおおよその年齢を判断できるか。人の年齢に換算すると猫はどんな時期なのかを知ることは、猫を飼っている家庭では、猫の年齢に合った生活改善や、猫の年齢別での成長過程を知ることにつながるとつながる（以下では「猫の年齢」と言えば、人の年齢に換算した時間(〇歳)をそう呼ぶことにする）。

獣医師が監修しているインターネットの情報では、猫が今、人の年齢に換算すると何歳くらいなのか、そして見た目から猫の年齢を判断する方法などについて解説されているものが多い。

多くの専門家が説明している猫の年齢の内容は、次の通りである⁴⁾。

- ・生後1ヶ月：人の年齢に換算すると生後1歳くらい
- ・1歳：人の年齢に換算すると15～20歳くらい
- ・2歳：人の年齢に換算すると24歳くらい

- ・猫は1年に4歳ずつ歳をとる

1歳未満の猫の場合、僅か1年でほぼ大人となってしまうが、その後の成長は1次関数とみなして年齢換算をしているので、これを教材化できる可能性は高い。そして、A教科書では「数学の広場」というコーナー⁵⁾で、獣医師・齋藤昭男氏が考案した齋藤式換算法でその話題を紹介している。しかし、本委員会の研究での「関数の利用」で教材化するには、次のことが問題点としてあげられる。

(i) 「 $x \geq 1$ のとき y を x の1次関数とみなし」とあるが、この関数の利用で「みなせる」「みなさせる」にはどんな指導が必要か。

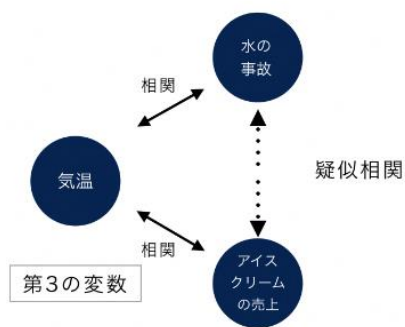
(ii) 人の年齢(y)を猫の年齢(x)の関数に「なぜみなせるか」の背景を生徒に考えさせる場面がほしい。単なる数学をもとにした一意対応で終わらせない指導工夫がほしい。

(i)(ii)の問題点や心配は、本委員会の関数指導のねらいに反するだけではなく、単なる数学をもとにして内容を組み立てるということになり、次のことから予想できる。

高校の相関での「散布図や相関係数の意味理解」の指導では、相関指導の価値と共に疑似相関の注意点が紹介されることがある。疑似相関は相関自体はあるが直接の因果関係はなく、それは問題解決には使えないことが多い。例えば次である⁶⁾⁷⁾。

- ・オランダの統計の「コウノトリの数と人の出生率の関係。これは正の相関が示されているが、人の出生減少を食い止めるにはコウノトリの巣を増やせばよいという考えは問題である。

- ・アイスクリームの売り上げと水の事故の関係。これは高い相関関係があったという結果があり、一般的に考えて両者を結びつけるつながりがおかしい。さらに調査したところ、観測対象に気温の変動があることが判明した。このような現象を疑似相関といい、図のような第3の変数(背後に潜む変数)“気温”を考慮の必要性を示している。



図：気温・水の事故・アイスの売り上げの関係

つまり、この相関調査では量的な関係を表しているに過ぎず、具体的な事象の考察や問題解決には迫ることはできにくいのである。

上記のような心配も含め、単に与えた2量の関係からの関数の利用ではなく、具体的な事象における生徒の人間形成の一環としての関数指導として、次の教材や指導展開を提案する。

- (ア) 猫と人は同時に生まれたとして、猫の年齢と人の年齢 x 歳に伴う共通な変数を考えさせる探究場面をつくる。
- (イ) (ア)に対してじっくり考えさせる発問を用意し、それらの共通な変数から、猫の年齢と人の年齢を結びつけると「どんなよさがあるか」を問い、猫の年齢と人の年齢の関係を示す量的な資料を提示する。
- (ウ) (イ)の量的な資料は変化の割合を視点でいくつかの変域を見いだせるものものとする。生徒の活動の主な流れは次のように行う。
- 猫の年齢 x 歳に対応する人の年齢 y 歳で、変化の割合の考察からいくつかの変域を見いだす。
 - 課題「猫が10歳のとき人は何歳なのか」の予想を、どの変域から考え、式や表を利用して解決するかを考察させる。そして、その変域で y は x の1次関数と見なした場合、変域、表や式を利用すれば課題は解決する見通しや実感をもたせる。

なお、(ウ)で提示する x , y の値の組の資料は、A 社教科書やネット情報のデータを参考にそれらを生徒が活用しやすいように修正したものである。元データも明確な答えを求めるためではなく、猫や人のおおよその年齢をもとめるために加工しており、本委員会が想定する答えに大きな異なる違いがないようにし、データを加工し提示した。

上記の指導案作成方針を協議する中では、なぜ猫の年齢と人の年齢が結びつけられるのかを考える資料が必要であることにいたった。しかしながら、具体的なデータを見つけることは困難を極めた。そこで、A 教科書の話題提供者である獣医師・齋藤昭男氏に直接話を聞くことにした。幸い齋藤氏の病院が本委員会の委員の勤務先の近くであることが判明した。連絡をとったところ、齋藤氏はすでに他界されていることがわかった。医師ではないご息子が、そのデータと 1 次関数の式との関連を、記憶をもとに回答をしてくださった。その回答の概要は、「膨大なデータをもとに 1 次関数の式をつくと父は言っていた。なぜ 1 次関数と結びつけたのかは明確でないが、猫や人間が病気になってから回復するまでの日数が中心で単なるかけ算だけではなく、足したり引いたりしながら、その関係式をつかった」であった。

その話題の背景には、猫は一見何歳と判断しにくい。飼い主は食物の与え方や飼い方に雑な面が見られるなどが考えられ、飼い主への指導の一環として、人の年齢に換算すると猫の状態が伝わりやすいということもあったようだ。獣医師の仕事柄、データを調べ、式をつくる背景の重要さが想像でき、なぜその式があるのかを考えることも関数の利用の指導では重要な視点であると考えた。また、日常生活の問題を数学化して解決するためには、猫の年齢と人の年齢がどのような関数関係にあるかデータから考えさせなければならぬと考えた。複数のデータがあれば、データから 1 次関数とみなして解決できることが学習できる。猫の年齢と人の年齢の関係には、既習の 1 次関数と仮定したら予測できそうだということで教材化した。

② 学習指導案

本時のねらい 日常の場面で、2 つの数量の関係を関数関係としてとらえ、1 次関数とみなして問題を解決することができる。

本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
日常の場面を考える	(1) 10 歳の猫を飼っていますが、最近動きが遅くいつもひなたぼっこばかりしています。歳なのでしょうかね。 ア まだ 10 歳だから若いと思う。 イ 歳かどうかわからない。猫の寿命が何歳かわかれば・・・ ウ ひなたぼっこしたい年頃なのかな。 エ 人だと何歳くらいかな。	・猫について話をし、興味・関心をもたせ、猫の年齢に結びつける。 ・一般的に猫は 8 歳を過ぎると寝ていることが多く、平均寿命は 15.62 歳である。 (出典 (一社)ペットフード協会 令和 4 年全国犬猫飼育実態調査 主要指標サマリー) https://petfood.or.jp
課題を把握する	— 課題 — 10 歳の猫は、人の年齢にあてはめると何歳になるか予測しよう。	

<p>猫の年齢と人の年齢の間に依存関係があるか考える</p>	<p>(2) 猫の年齢を人の年齢にあてはめるには、どのようなことがわかればよいですか。</p> <p>ア 動きが活発な時期や動作が遅くなる時期 イ 歯の生え具合や歯の色の状態 ウ 被毛(毛並み)や髪の毛の状態 エ 病気にかかりやすくなる時期 オ 食事量が多い時期や少なくなる時期 カ (平均)寿命</p>	<p>/data/chart2022/3. pdf の 22P)</p> <ul style="list-style-type: none"> 猫の歳のとり方と人の歳のとり方を関連付ける要因(依存関係)を考えさせる。この学習活動を通して、猫の年齢と人の年齢の間に関数関係があるとみなすことで解決できることを知る。この学習活動を丁寧に扱う。 																														
<p>猫の年齢と人の年齢の関係を知る</p>	<p>(3) (2) で考えたように、猫の年齢と人の年齢には関数関係があると考えられます。</p> <p>ある獣医師の方が考えた猫の年齢と人の年齢の関係を見てください。</p> <table border="1" data-bbox="370 974 983 1473"> <thead> <tr> <th>猫の成長</th> <th>猫</th> <th>人</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>乳歯が生えそろう</td> <td>1ヶ月</td> <td>1歳</td> </tr> <tr> <td>動きが活発になる</td> <td>3ヶ月</td> <td>5歳</td> </tr> <tr> <td>初めて発情期を迎える</td> <td>6ヶ月</td> <td>10歳</td> </tr> <tr> <td>永久歯が生え始める</td> <td>7ヶ月</td> <td>12歳</td> </tr> <tr> <td>成長が止まる</td> <td>1歳</td> <td>15歳</td> </tr> <tr> <td>成猫になる</td> <td>1歳半</td> <td>20歳</td> </tr> <tr> <td>少年期 元気で活発</td> <td>2歳</td> <td>24歳</td> </tr> <tr> <td>シニア期 肥満に注意</td> <td>7歳</td> <td>44歳</td> </tr> <tr> <td>反応がにぶくなる</td> <td>15歳</td> <td>76歳</td> </tr> </tbody> </table>	猫の成長	猫	人	乳歯が生えそろう	1ヶ月	1歳	動きが活発になる	3ヶ月	5歳	初めて発情期を迎える	6ヶ月	10歳	永久歯が生え始める	7ヶ月	12歳	成長が止まる	1歳	15歳	成猫になる	1歳半	20歳	少年期 元気で活発	2歳	24歳	シニア期 肥満に注意	7歳	44歳	反応がにぶくなる	15歳	76歳	<ul style="list-style-type: none"> (3) の表を一度に見せるのではなく、猫の成長と猫の年齢を示し、人なら何歳か問いながらデータを示し、(2)の要因と結びつける。 完全室内飼いの猫の換算法を紹介するが、猫の個体差によっても変わること、平均寿命は猫 15歳、人 76歳に触れてもよい。
猫の成長	猫	人																														
乳歯が生えそろう	1ヶ月	1歳																														
動きが活発になる	3ヶ月	5歳																														
初めて発情期を迎える	6ヶ月	10歳																														
永久歯が生え始める	7ヶ月	12歳																														
成長が止まる	1歳	15歳																														
成猫になる	1歳半	20歳																														
少年期 元気で活発	2歳	24歳																														
シニア期 肥満に注意	7歳	44歳																														
反応がにぶくなる	15歳	76歳																														
<p>めあてを示す</p> <p>追究方法を確認する</p>	<p>—めあて—</p> <p>「猫の年齢と人の年齢に関数関係があると考え、年齢を予測しよう。」</p> <p>(4) 10歳の猫は、人の年齢にあてはめると何歳になるか予測しよう。</p> <p>猫の年齢と人の年齢の間にどのような関数関係があるかをとらえるには、どのような方法で調べますか。 (猫の年齢を x 歳、人の年齢を y 歳として考える生徒もいる.)</p>																															

個人で追究する →発表する	<p>ア 表をかく.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">猫 (歳)</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1/12</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">3/12</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">6/12</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">7/12</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1.5</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">2</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">7</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">15</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">人 (歳)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">15</td> <td style="text-align: center;">20</td> <td style="text-align: center;">24</td> <td style="text-align: center;">44</td> <td style="text-align: center;">76</td> </tr> </table> <p>イ グラフをかく.</p> <p>ア① 表を利用し, 変化の割合を求め, $2 \leq x \leq 15$ の変化の割合を 4 とみなし, $x=10$ のときの y の値を求める.</p> <table style="width: 100%; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <tr> <td></td> <td>+1/12</td> <td>+2/12</td> <td>+3/12</td> <td>+1/12</td> <td>+5/12</td> <td>+0.5</td> <td>+0.5</td> <td>+5</td> <td>+8</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="9">⤵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">x (歳)</td> <td>0</td> <td>1/12</td> <td>3/12</td> <td>6/12</td> <td>7/12</td> <td>1</td> <td>1.5</td> <td>2</td> <td>7</td> <td>15</td> </tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">y (歳)</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">5</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">10</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">12</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">15</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">20</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">24</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">44</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">76</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="9">⤵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>+1</td> <td>+4</td> <td>+5</td> <td>+7</td> <td>+3</td> <td>+5</td> <td>+4</td> <td>+20</td> <td>+32</td> </tr> </table> <p>変化の割合 12 24 20 84 7.2 10 8 4 4</p> <p>x の値が 2 から 7 までの変化の割合と, 7 から 15 までの変化の割合が等しいので, 1 次関数とみなし</p>	猫 (歳)	0	1/12	3/12	6/12	7/12	1	1.5	2	7	15	人 (歳)	0	1	5	10	12	15	20	24	44	76		+1/12	+2/12	+3/12	+1/12	+5/12	+0.5	+0.5	+5	+8		⤵									x (歳)	0	1/12	3/12	6/12	7/12	1	1.5	2	7	15	y (歳)	0	1	5	10	12	15	20	24	44	76		⤵										+1	+4	+5	+7	+3	+5	+4	+20	+32	<ul style="list-style-type: none"> ・表の猫の年齢が 1 ヶ月を「1/12 歳」のように分数で表し, 1 歳半は「1.5 歳」のように小数で表すことにしたことを確認する. ・グラフで解決したい生徒には $0 \leq x \leq 1$ の 6 点がかかっている方眼紙を配布する. ・グラフを見て, 部分的に直線になって考えられそうなどころがある. このような意見があれば, 受け止める. ・x の値が 0 から 2 までの変化の割合についてどのように考えたかを問う. 例えば, x の値が 0 から 2 までの変化の割合は一定ではないから, その範囲は除いて考える.
猫 (歳)	0	1/12	3/12	6/12	7/12	1	1.5	2	7	15																																																																												
人 (歳)	0	1	5	10	12	15	20	24	44	76																																																																												
	+1/12	+2/12	+3/12	+1/12	+5/12	+0.5	+0.5	+5	+8																																																																													
	⤵																																																																																					
x (歳)	0	1/12	3/12	6/12	7/12	1	1.5	2	7	15																																																																												
y (歳)	0	1	5	10	12	15	20	24	44	76																																																																												
	⤵																																																																																					
	+1	+4	+5	+7	+3	+5	+4	+20	+32																																																																													

て考える.

求める式を $y=4x+b$ とする.

$x=2, y=24$ だから, $24=4 \times 2+b$

$$b=16$$

式は $y=4x+16$ なので, $x=10$ を代入すると,

$$y=4 \times 10+16$$

$$=56$$

(答) 56 歳

ア-② 表を利用し, x の値が 7 から 15 までの変化の割合が 4 の 1 次関数の式を求め, $x=10$ のときの y の値を求める.

			+8	
		↔		
x (歳)	2	7	10	15
<hr/>				
y (歳)	24	44		76
		↔		
			+32	

x の値が 7 から 15 までの変化の割合は,

$32/8=4$ なので, 求める式を $y=4x+b$ とする.

$x=7, y=44$ だから, $44=4 \times 7+b$

$$b=16$$

式は $y=4x+16$ なので, $x=10$ を代入すると,

$$y=4 \times 10+16$$

$$=56$$

(答) 56 歳

ア-③ 表を利用し, 変化の割合を求め, $2 \leq x \leq 15$ の変化の割合を 4 とみなし, 表から $x=10$ のときの y の値を求める.

		+5	+8	
		↔		
x (歳)	2	7	10	15
<hr/>				
y (歳)	24	44		76
		↔		
		+20	+32	

x の値が 2 から 7 までの変化の割合と, 7 から 15 までの変化の割合が等しいので, 1 次関数とみなして考える.

変化の割合が 4 だから, $x=10$ のときの y の値は,

$$y=44+4 \times (10-7)$$

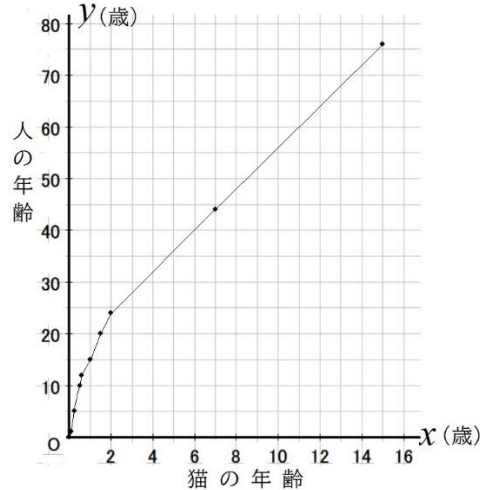
・ x の値が 0 から 2 までの変化の割合について説明がない場合は, その変域について, どのように考えたかを問う.

・ ア-②のように考えた生徒には, $7 \leq x \leq 15$ の変域で, なぜ 1 次関数と考えたのかを問う.

=56

(答) 56 歳

イー① グラフを利用し、3つの変域に分け、それぞれの変域のなかで直線とみなして直線の式を求め、 $x=10$ のときの y の値を求める。



$2 \leq x \leq 15$ の変域で、3点 $(2, 24)$, $(7, 44)$, $(15, 76)$ が一直線上に並んでいるとみる事ができるので、 x の値が2から15までの変化の割合が等しいので、 y を x の1次関数とみなして考える。

直線の傾きが4なので、求める式を $y=4x+b$ とすると、 $x=2$, $y=24$ だから、 $24=4 \times 2+b$

$$b=16$$

式は $y=4x+16$ なので、 $x=10$ を代入すると、

$$y=4 \times 10 + 16$$

=56

(答) 56 歳

・3つの変域に分けて考えなくてもよい。

・ $0 \leq x \leq 7/12$ では、4点がほぼ一直線上に並び、 $7/12 \leq x \leq 2$ でも4点がほぼ一直線上に並ぶので、それぞれの変域で4点の間を通る直線をひく。なお、変域以外は点線で表すところは省略している。

・グラフをよみ取り、 $x=10$ のときの y の値を求めてもよい。

まとめ

(5) 本時の授業のまとめをします。

「猫の年齢を人の年齢の関係を1次関数とみなすことで、予測することができる。」

今日の学習で学んだことは、猫の年齢を人の年齢にあてはめると何歳になるかを予測することができるということだけではありません。なぜ猫の年齢を人の年齢にあてはめる必要があるかということです。動物病院で猫などの動物の診察を行う獣医師が、飼い主に病気や生活改善などを説明するとき人に置き換えて説明すると、とてもよくわかってくれるというからだと思います。大切な考え方です。

・獣医師が作った猫の年齢を人の年齢をあてはめる式(斎藤式)を紹介する。

3. 今後の課題

今後は次の①～③を課題として、研究を進めていく。

- ①作成した指導案を授業実践し、その妥当性を検証する。
- ②関数指導にICTや教具を取り入れ、数学的に解決できる能力を養えるような指導計画の改善や指導案の作成を行い、研究授業を通し実証的に研究を進める。
- ③関数指導における小・中・高の系統的な指導の在り方について、研究を行っていく。

[引用・参考文献]

- 1) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会
全国算数・数学教育研究(島根)大会発表資料(2022)
- 2) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会ホームページ
<http://www.tochusu.com/function.html>
- 3) 東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会(2012)
「中学校数学科 関数指導を極める」, 明治図書
- 4) 「ねこちゃんホンポ」ホームページ 獣医師・平松育子氏(ふくふく動物病院院長)監修
猫の年齢早見表!人間の年齢への換算とその成長の過程とは | ねこちゃんホンポ
(nekochan.jp)
- 5) 教育出版「中学数学2」p.84, 2021.1
- 6) 【統計用語】疑似相関
<https://aiacademy.jp/media/?p=3318>
- 7) フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia) 疑似相関
<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%93%AC%E4%BC%BC%E7%9B%B8%E9%96%A2>

東京都中学校数学教育研究会 研究部 関数委員会

<http://www.tochusu.com/function.html>

板垣 陽介 (大田区立羽田中学校)

高山 琢磨 (港区立港南中学校)

小高 洋平 (北区立滝野川紅葉中学校)

塚本 桂子 (新宿区立西早稲田中学校)

桑原 宏一 (港区立高陵中学校)

堀 孝浩 (中野区立緑野中学校)

齋藤 圭祐 (東京都教育委員会)

待山 貴彦 (武蔵村山市立第五中学校)

酒井 翔 (北区立堀船中学校)

山本 恵悟 (足立区立千寿青葉中学校)

菅田 圭一 (江戸川区立清新第一中学校)

吉田 直樹 (練馬区立大泉第二中学校)

関 富美雄 (渋谷区立上原中学校)

吉田 裕行 (世田谷区立砧南中学校)

高村 真彦 (練馬区立北町中学校)

共同研究者

風間喜美江 (元香川大学)